

数 学

本试卷共 6 页，22 小题，满分 150 分。考试用时 120 分钟。

- 注意事项：1. 答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上。用 2B 铅笔在答题卡的相应位置填涂考生号。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内的相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} | -1 \leq x \leq 1\}$ ， $B = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ ，则 $A \cap B$ 的子集个数为

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

2. 若复数 $z = \frac{2}{1+i}$ ，则 $|z-i| =$

- A. 2 B. $\sqrt{5}$ C. 4 D. 5

3. 甲、乙两人在 5 天中每天加工零件的个数用茎叶图表示如图，中间一列的数字表示零件个数的十位数，两边的数字表示零件个数的个位数，则下列结论正确的是

甲			乙		
9	8	1	7	9	
8	7	2	1	3	5

- A. 在这 5 天中，甲、乙两人加工零件数的极差相同
- B. 在这 5 天中，甲、乙两人加工零件数的中位数相同
- C. 在这 5 天中，甲日均加工零件数大于乙日均加工零件数
- D. 在这 5 天中，甲加工零件数的方差小于乙加工零件数的方差

4. 曲线 $y = x^3 + 1$ 在点 $(-1, a)$ 处的切线方程为

- A. $y = 3x + 3$ B. $y = 3x + 1$ C. $y = -3x - 1$ D. $y = -3x - 3$

5. $(x+3y)(x-2y)^6$ 的展开式中 x^5y^2 的系数为

- A. 60 B. 24 C. -12 D. -48

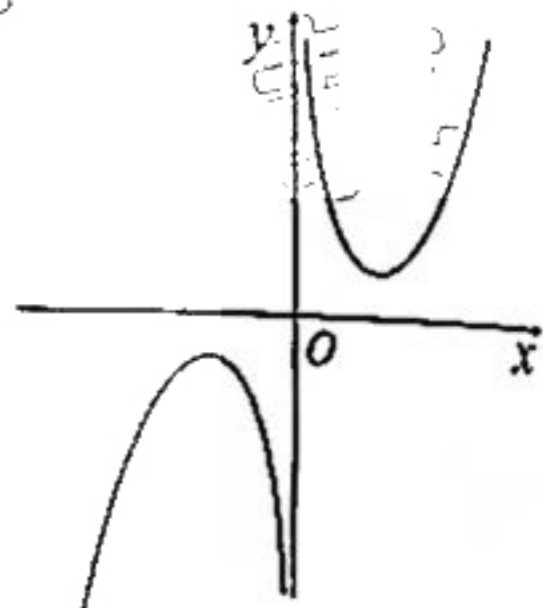
6. 若函数 $y = f(x)$ 的大致图像如图, 则 $f(x)$ 的解析式可能是

A. $f(x) = \frac{x^2 e^x}{e^{2x} + 1}$

B. $f(x) = \frac{e^{2x} + 1}{x^2 e^x}$

C. $f(x) = \frac{x^2 e^x}{e^{2x} - 1}$

D. $f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{x^2 e^x}$



7. 设抛物线 $E: y^2 = 8x$ 的焦点为 F , 过点 $M(4, 0)$ 的直线与 E 相交于 A, B 两点,

与 E 的准线相交于点 C , 点 B 在线段 AC 上, $|BF| = 3$, 则 $\triangle BCF$ 与 $\triangle ACF$ 的面积

之比 $\frac{S_{\triangle BCF}}{S_{\triangle ACF}} =$

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{7}$

8. 若正实数 a, b 满足 $a > b$, 且 $\ln a \cdot \ln b > 0$, 则下列不等式一定成立的是

- A. $\log_a b < 0$ B. $a - \frac{1}{b} > b - \frac{1}{a}$ C. $2^{ab+1} < 2^{a+b}$ D. $a^{b-1} < b^{a-1}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知直线 $l: x + y - \sqrt{2} = 0$ 与圆 $C: (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$, 则

- A. 直线 l 与圆 C 相离
 B. 直线 l 与圆 C 相交
 C. 圆 C 上到直线 l 的距离为 1 的点共有 2 个
 D. 圆 C 上到直线 l 的距离为 1 的点共有 3 个

10. 将函数 $y = \sin 2x$ 的图像向右平移 φ 个单位, 得到函数 $y = f(x)$ 的图像, 则下列说法正确的是

A. 若 $\varphi = \frac{\pi}{4}$, 则 $y = f(x)$ 是偶函数

B. 若 $\varphi = \frac{\pi}{4}$, 则 $y = f(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递减

C. 若 $\varphi = \frac{\pi}{2}$, 则 $y = f(x)$ 的图像关于点 $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 对称

D. 若 $\varphi = \frac{\pi}{2}$, 则 $y = f(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增

11. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 2$, $AA_1 = 3$, $AD = 4$, 则下列命题为真命题的是

A. 若直线 AC_1 与直线 CD 所成的角为 φ , 则 $\tan \varphi = \frac{5}{2}$

B. 若经过点 A 的直线 l 与长方体所有棱所成的角相等, 且 l 与面 BCC_1B_1 交于点 M , 则 $AM = \sqrt{29}$

C. 若经过点 A 的直线 m 与长方体所有面所成的角都为 θ , 则 $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$

D. 若经过点 A 的平面 β 与长方体所有面所成的二面角都为 μ , 则 $\sin \mu = \frac{\sqrt{6}}{3}$

12. 十九世纪下半叶集合论的创立, 奠定了现代数学的基础, 著名的“康托三分集”是数学理性思维的构造产物, 具有典型的分形特征, 其操作过程如下: 将闭区间 $[0, 1]$ 均分为三段, 去掉中间的区间段 $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$, 记为第 1 次操作; 再将剩下的两个区间 $\left[0, \frac{1}{3}\right]$ 和 $\left[\frac{2}{3}, 1\right]$ 分别均分为三段, 并各自去掉中间的区间段, 记为第 2 次操作; \dots : 每次操作都在上一次操作的基础上, 将剩下的各个区间分别均分为三段, 同样各自去掉中间的区间段; 操作过程不断地进行下去, 剩下的区间集合即是“康托三分集”. 若第 n 次操作去掉的区间长度记为 $\varphi(n)$, 则

A. $\frac{\varphi(n+1)}{\varphi(n)} = \frac{3}{2}$

B. $\ln[\varphi(n)] + 1 < 0$

C. $\varphi(n) + \varphi(3n) > 2\varphi(2n)$

D. $n^2\varphi(n) \leq 64\varphi(8)$

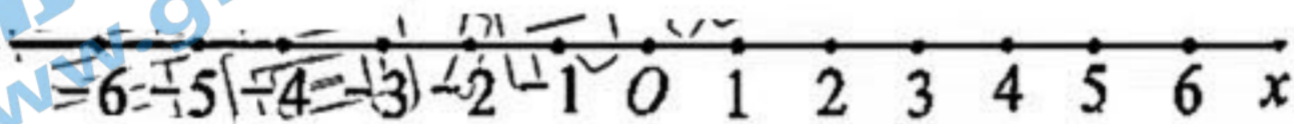
三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, 则 $\tan \alpha =$ _____.

14. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2, $\angle ABC = 60^\circ$, 点 P 在 BC 边上 (包括端点), 则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AP}$ 的取值范围是 _____.

15. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的棱 AP, AB, AC 两两互相垂直, $AP = AB = AC = \sqrt{2}\sqrt{3}$. 以顶点 P 为球心, 4 为半径作一个球, 球面与该三棱锥的表面相交得到四段弧, 则最长弧的弧长等于 _____.

16. 如图, 在数轴上, 一个质点在外力的作用下, 从原点 O 出发, 每次等可能地向左或向右移动一个单位, 共移动 6 次, 则事件“质点位于 -2 的位置”的概率为 _____.



四、解答题：本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10分)

在等比数列 $\{a_n\}$ 中, a_1, a_2, a_3 分别是下表第一, 二, 三行中的某一个数, 且 a_1, a_2, a_3 中的任何两个数不在下表的同一列.

	第一列	第二列	第三列
第一行	3	2	3
第二行	4	6	5
第三行	9	12	8

(1) 写出 a_1, a_2, a_3 , 并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = a_n + (-1)^n \log_2 a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (12分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\triangle ABC$ 的面积为

$$\left(\frac{1}{2}a^2 - b^2\right) \sin C.$$

(1) 证明: $\sin A = 2 \sin B$;

(2) 若 $a \cos C = \frac{3}{2}b$, 求 $\cos A$.

21. (12分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(-2,0)$, $B(2,0)$, 点 M 满足直线 AM 与直线 BM 的斜率之积为 $-\frac{3}{4}$, 点 M 的轨迹为曲线 C .

(1) 求 C 的方程;

(2) 已知点 $F(1,0)$, 直线 $l: x=4$ 与 x 轴交于点 D , 直线 AM 与 l 交于点 N , 是否存在常数 λ , 使得 $\angle MFD = \lambda \angle NFD$? 若存在, 求 λ 的值; 若不存在, 说明理由.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = e^x + \sin x - \cos x$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导数.

(1) 证明: 当 $x \geq 0$ 时, $f'(x) \geq 2$.

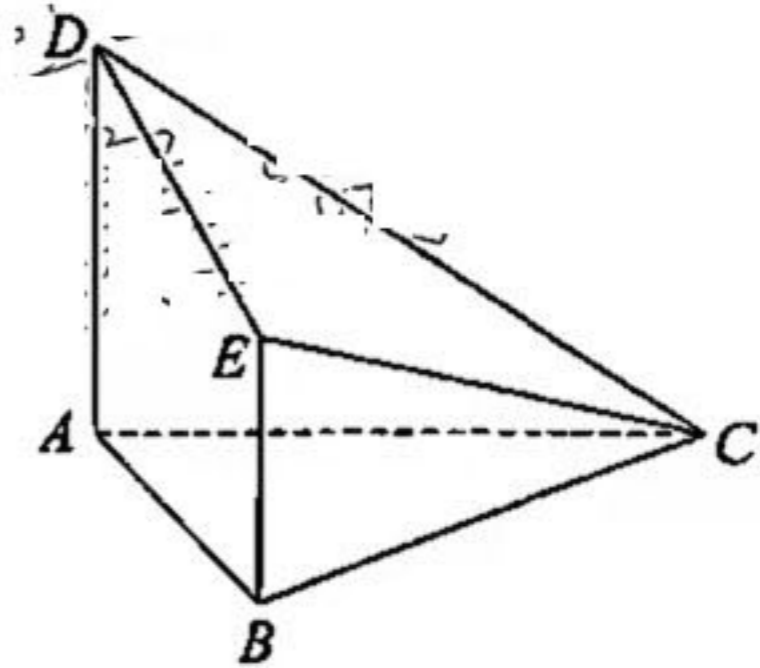
(2) 设 $g(x) = f(x) - 2x - 1$, 证明: $g(x)$ 有且仅有 2 个零点.

19. (12分)

如图, 在五面体 $ABCDE$ 中, $AD \perp$ 平面 ABC , $AD \parallel BE$, $AD = 2BE$, $AB = BC$.

(1) 求证: 平面 $CDE \perp$ 平面 ACD ;

(2) 若 $AB = \sqrt{3}$, $AC = 2$, 五面体 $ABCDE$ 的体积为 $\sqrt{2}$, 求直线 CE 与平面 $ABED$ 所成角的正弦值.



20. (12分)

人们用大数据来描述和定义信息时代产生的海量数据, 并利用这些数据处理事务和做出决策. 某公司通过大数据收集到该公司销售的某电子产品 1 月至 5 月的销售量如下表.

月份 x	1	2	3	4	5
销售量 y (万件)	4.9	5.8	6.8	8.3	10.2

该公司为了预测未来几个月的销售量, 建立了 y 关于 x 的回归模型: $\hat{y} = \hat{a}x^2 + \hat{b}$.

(1) 根据所给数据与回归模型, 求 y 关于 x 的回归方程 (\hat{a} 的值精确到 0.1);

(2) 已知该公司的月利润 z (单位: 万元) 与 x, y 的关系为 $z = 24\sqrt{x} - \frac{5y+2}{\sqrt{x}}$,

根据 (1) 的结果, 问该公司哪一个月的月利润预报值最大?

参考公式: 对于一组数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 其回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜

率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018