

高二数学

(试卷满分为 100 分, 考试时间为 90 分钟)

一、单项选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一个选项正确)

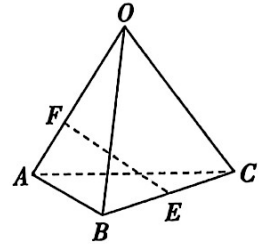
1. 已知 $A(1,-2)$, $B(m,2)$, 直线 AB 与直线 $l: x+2y-1=0$ 垂直, 则实数 $m=$

- A. -7 B. 2 C. 3 D. 4

2. 如图所示, 在四面体 $OABC$ 中, 点 E 为 BC 的中点,

点 F 在 OA 上, 且 $\overrightarrow{OF} = 2\overrightarrow{FA}$, 则 $\overrightarrow{EF} =$

- A. $\frac{2}{3}\overrightarrow{OA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$ B. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$
 C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$ D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{OA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$



3. 已知双曲线 C 的一个焦点是 $F_1(0,2)$, 渐近线为 $y = \pm\sqrt{3}x$, 则 C 的方程是

- A. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ B. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ C. $y^2 - \frac{x^2}{3} = 1$ D. $\frac{y^2}{3} - x^2 = 1$

4. 将甲、乙、丙、丁四位学长分配到三个不同的活动小组进行交流指导, 每个活动小组至少分到一名学长, 且甲、乙两名学长不能分到同一个活动小组, 则不同的分法种数为

- A. 18 B. 24 C. 30 D. 36

5. 设抛物线 $y^2 = 8x$ 的准线与 x 轴交于点 Q , 若过点 Q 的直线 l 与抛物线有公共点, 则直线 l 的斜率的取值范围是

- A. $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ B. $[-1, 1]$ C. $[-2, 2]$ D. $[-4, 4]$

6. 已知平面 α 内有一点 $A(2,-1,2)$, 平面 α 的一个法向量为 $\mathbf{n} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3})$, 则下列四个点中在平面 α 内的是

- A. $P_1(1,-1,1)$ B. $P_2(1,-3,\frac{3}{2})$ C. $P_3(1,3,\frac{3}{2})$ D. $P_4(-1,3,-\frac{3}{2})$

7. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 O 为线段 BD 的中点. 设点 P 在线段 CC_1 上, 直线 OP 与平面 A_1BD 所成的角为 α , 则 $\sin \alpha$ 的取值范围是

- A. $[\frac{\sqrt{3}}{3}, 1]$ B. $[\frac{\sqrt{6}}{3}, \frac{2\sqrt{2}}{3}]$ C. $[\frac{2\sqrt{2}}{3}, 1]$ D. $[\frac{\sqrt{6}}{3}, 1]$

8. 一条光线从点 $(-2, -3)$ 射出, 经 y 轴反射与圆 $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 1$ 相切, 则反射光线所在的直线的斜率为

- A. $-\frac{5}{3}$ 或 $-\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{4}$ 或 $\frac{4}{3}$ C. $-\frac{5}{4}$ 或 $-\frac{4}{5}$ D. $-\frac{4}{3}$ 或 $-\frac{3}{4}$

9. 已知正方体的棱长为 1, 每条棱所在直线与平面 α 所成的角都相等, 则 α 截此正方体所得截面面积的最大值为

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. 双曲线 $C: \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的右焦点为 F , 过原点 O 的直线与双曲线 C 交于 A, B 两点, 且 $\angle AFB = 60^\circ$

则 $\triangle BOF$ 的面积为

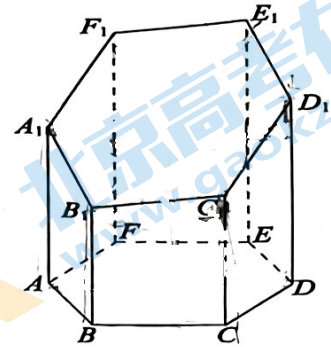
- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{9}{2}$

11. 已知抛物线 $y^2 = 2mx$ 与椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 有相同的焦点 F , P 是两曲线的公共

点, 若 $|PF| = \frac{5m}{6}$, 则椭圆的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

12. 如图，把咱们教室看作是一个正六棱柱，过教室墙面上的三点 A_1 、 B_1 、 C_1 作一个截面 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ ，得到一个几何体 $ABCDEF - A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ ，若已知 AA_1 、 BB_1 、 CC_1 的高度依次为 1.2m、0.9m、1.0m，则 DD_1 、 EE_1 、 FF_1 的高度之和为



A. 4.7m

B. 4.8m

C. 4.9m

D. 5.0m

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

13. 在 $(x - \sqrt{2})^4$ 的展开式中， x^2 的系数为_____。（用数字作答）

14. 若双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{m} = 1$ 的离心率为 2，则实数 $m =$ _____.

15. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1 、 F_2 ，点 $M(0, 2)$ 是椭圆的一个顶点， $\triangle F_1MF_2$ 是等腰直角三角形，则椭圆的方程为_____.

16. 若 p, q 满足 $p + 2q = 2$ ，则直线 $px + 3y + q = 0$ 必过定点_____.

17. 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1 、 F_2 ，点 P 在椭圆上运动， $|\overline{PF_1}| \cdot |\overline{PF_2}|$ 的最大值为 m ， $\overline{PF_1} \cdot \overline{PF_2}$ 的最小值为 n ，且 $m \geq 2n$ ，则该椭圆的离心率的取值范围为_____.

18. 在平面直角坐标系中，定义两点 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$ 间的“L-距离”为： $|\overline{P_1P_2}| = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$ ， F_1 、 F_2 为 x 轴上两个不同的定点，且 $|\overline{F_1F_2}| = 2c$. 平面内与定点 F_1 、 F_2 的“L-距离”之和等于定值 $2a (2a > 2c)$ 的动点 P 的轨迹曲线记为 G ，下面关于曲线 G 叙述：

- ① 曲线 G 关于原点对称；
- ② 曲线 G 关于直线 $y = x$ 对称；
- ③ 点 P 纵坐标取值范围是 $[-a, a]$ ；
- ④ 曲线 G 围成图形的面积是 $2a^2 - 2c^2$.

其中叙述正确的有_____.

三、解答题（本大题共 3 小题，第一小题 12 分，第 2、3 小题 14 分，共 40 分）

19. 已知椭圆 $C: x^2 + 3y^2 = 4$ ，直线 $l: y = kx + m$ 与 C 相交于 A, B 两点.

(I) 求椭圆 C 的离心率;

(II) O 为坐标原点，若 $OA \perp OB$ ，求直线 l 与原点的距离.

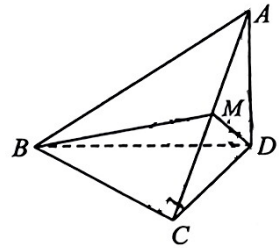
20. 如图，在四面体 $A-BCD$ 中， $AD \perp$ 平面 BCD ， $BC \perp CD$ ， $BC = CD = AD = 2$ ， M 为 AC 的中点.

(I) 求证： $BC \perp MD$ ；

(II) 求二面角 $B-MD-C$ 的余弦值.

(III) 试判断四面体 $A-BCD$ 是否存在外接球，若存在，求出外接球的表面积；若不存在，请说明理由.

(注：如果一个多面体的所有顶点都在同一个球面上，则把该球称为多面体的外接球.)



21. 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $P\left(1, \frac{3}{2}\right)$ ，右焦点为 $F(1, 0)$ ，直线 $l: x = 4$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 经过点 F 的直线 AB 与椭圆 C 交于 A, B 两点(都不与点 P 重合),与直线 l 相交于点 M , 记 PA, PB, PM 的斜率分别为 k_1, k_2, k_3 . 问: 是否存在常数 λ , 使得 $k_1 + k_2 = \lambda k_3$? 若存在, 求出 λ 的值; 若不存在, 请说明理由.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：**京考一点通**，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

