20220607 项目第三次模拟测试卷
理科数学

本试卷共 4 页，23 小题，满分 150 分. 考试时间 120 分钟.

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填涂在答题卡上，并在相应位置贴好条形码.
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案信息涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案.
3. 非选择题必须用黑色水笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来答案，然后再写上新答案，不准使用铅笔和涂改液.不按以上要求作答无效.
4. 考生必须保证答题卡整洁. 考试结束后，将试卷和答题卡一并交回.

一. 选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\,|\,\dfrac{x-2}{x}<0\},B=\{x\,|\,x^2+x-2>0\}$，则 $A\cap B=$

A. $(1,2)$　　B. $(-2,2)$　　C. $(-\infty,2)$　　D. $(-\infty,1)$

2. 命题"若 x,y 都是奇数，则 $x+y$ 是偶数"的逆否命题是

A. 若 $x+y$ 不是偶数，则 x,y 都不是奇数　　B. 若 x,y 都不是奇数，则 $x+y$ 不是偶数

C. 若 x,y 都是偶数，则 $x+y$ 是奇数　　D. 若 $x+y$ 不是偶数，则 x,y 不都是奇数

3. 若复数 z 的实部和虚部均为整数，则称复数 z 为高斯整数，关于高斯整数，有下列命题：①整数都是高斯整数；②两个高斯整数的乘积也是高斯整数；③模为 3 的非纯虚数可能是高斯整数；④只存在有限个非零高斯整数 z，使 $\dfrac{1}{z}$ 也是高斯整数.其中正确的命题有

A. ①②④　　B. ①②③　　C. ①②　　D. ②③④

4. 某工厂研究某种产品的产量 x（单位：吨）与某种原材料的用量 y（单位：吨）之间的相关关系，在生产过程中收集了 4 组数据如表所示：

x	3	4	6	7
y	2.5	3	4	5.9

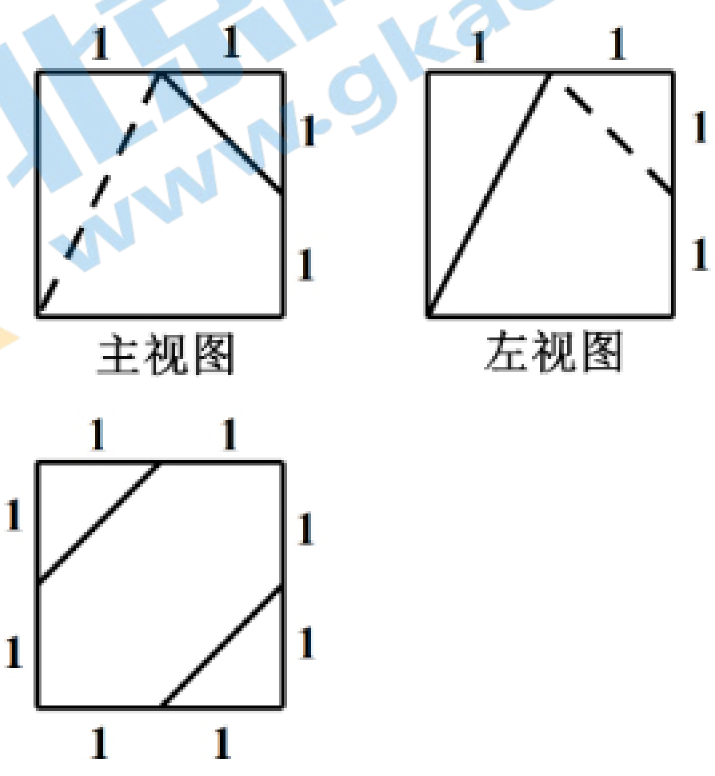
根据表中的数据可得回归直线方程 $\hat{y}=0.78x+a$，有下列说法：

①x 与 y 正相关；② y 与 x 的相关系数 $r<0$；③ $a=-0.05$；

④产量为 8 吨时预测原材料的用量约为 6.19 吨. 其中正确的个数为

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4



主视图　　左视图　　俯视图

5. 某正方体被截去部分后得到的空间几何体的三视图如图所示，则该空间几何体的体积为

A. $\dfrac{13}{2}$　　B. $\dfrac{22}{3}$

C. $\dfrac{15}{2}$　　D. $\dfrac{23}{3}$

6. 已知两条直线 $l_1:2x-3y+2=0,l_2:3x-2y+3=0$，有一动圆（圆心和半径都在变动）与 l_1,l_2 都相交，并且 l_1,l_2 被截在圆内的两条线段的长度分别是定值 26,24，则动圆圆心的轨迹是

A. 圆　　B. 椭圆　　C. 双曲线　　D. 直线

7．已知实数 x,y,z 满足 $\ln x=e^{y}=\frac{1}{z}$，则下列关系式不可能成立的是

A．$x>y>z$　　B．$x>z>y$　　C．$z>x>y$　　D．$z>y>x$

8．科学记数法是一种记数的方法.把一个数 x 表示成 a 与 10 的 k 次幂相乘的形式，其中 $1\le a<10,k\in N$.当 $x>0$ 时，$\lg x=k+\lg a$.若 $\lg 2\approx 0.301$，则数列 $\{2^{n}\}$ 中的项是七位数的有

A．3 个　　B．4 个　　C．5 个　　D．6 个

9．已知 ΔABC 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，$A=\frac{\pi}{3},c=3,a\sin B=\sqrt{3}$ .D,E 分别为线段 AB,AC 上的动点，$\frac{AD}{AB}=\frac{CE}{CA}$，则 DE 的最小值为

A．$\frac{\sqrt{7}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　C．$\frac{3\sqrt{57}}{19}$　　D．$\frac{2\sqrt{57}}{19}$

10．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别是 F_1,F_2，P 是双曲线右支上一点，且 $PF_2\perp F_1F_2$，I 和 G 分别是 ΔPF_1F_2 的内心和重心，若 IG 与 x 轴平行，则双曲线的离心率为

A．$\sqrt{3}$　　B．2　　C．3　　D．4

11．设 $a>0,b>e,f(x)=(x-a-1)e^{x}-b(\frac{x^3}{3}-\frac{ax^2}{2})$($e$ 为自然对数的底数)，若 $x=a$ 不是函数 $f(x)$ 的极值点，则 $\frac{b}{a}$ 的最小值为

A．e　　B．$\frac{e^2}{4}$　　C．$\frac{e^3}{9}$　　D．$\frac{e^{\sqrt{2}}}{2}$

12．已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2,BC=2\sqrt{2},AA_1=3$，P 为矩形 $A_1B_1C_1D_1$ 内一动点，设二面角 $P-AD-C$ 为 α，直线 PB 与平面 $ABCD$ 所成的角为 β，若 $\alpha=\beta$，则三棱锥 $P-A_1BC_1$ 体积的最小值是

A.$\sqrt{2}$　　B．$3\sqrt{2}-1$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D.$\frac{3\sqrt{2}}{2}$

二．填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分,共 20 分.

13．已知 $\vec{a}=(1,-\sqrt{3}),\vec{b}=(1,2-\sqrt{3})$，则向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{a}-\vec{b}$ 的夹角为 ________.

14．已知实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+1\ge 0\\x+3y+5\ge 0\\x\le 1\end{cases}$，则 $z=x+y$ 的最小值为________.

15．已知函数 $f(x)=\begin{cases}2\ln x-x^2(x>0)\\x+\frac{a}{x}(x<0)\end{cases}$ 的最大值为 -1，则实数 a 的取值范围是__________.

16．已知函数 $f(x)=\sin(\cos x)+\cos x$，现有以下说法：

①直线 $x=\pi$ 是 $f(x)$ 图象的一条对称轴；② $f(x)$ 在 $[\pi,2\pi]$ 单调递增；

③ $\exists x\in R, f(x)\ge 1+\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.则上述说法正确的序号是__________.

三．解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答；第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17．（12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列，且 $a_1=1, a_na_{n+1}=-2^{2n-1}$．

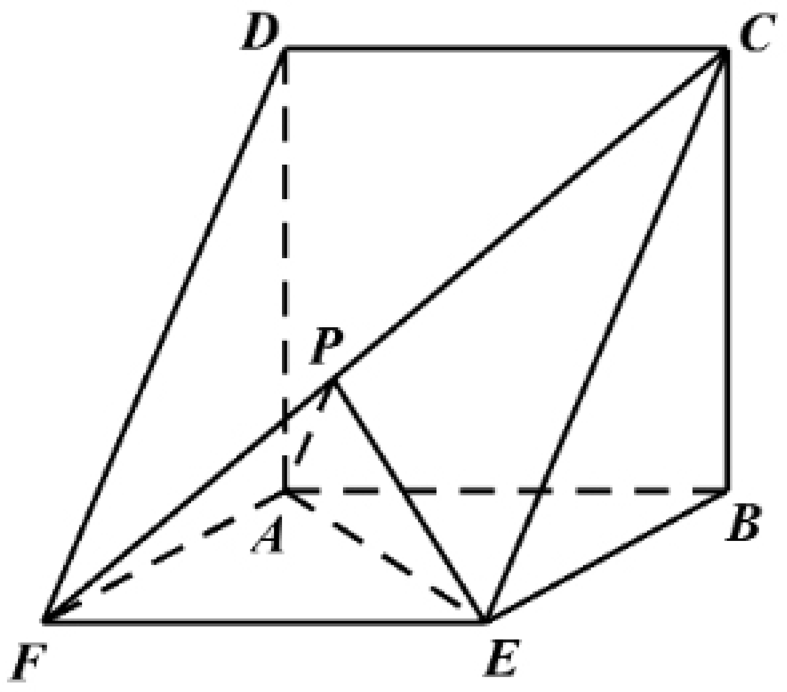
（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $b_n=\dfrac{(-1)^n\cdot n}{a_n}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n．

18．（12 分）如图，正方形 $ABCD$ 所在的平面与菱形 $ABEF$ 所在的平面互相垂直，ΔAEF 为等边三角形．

（1）求证：$AE\perp CF$；

（2）$\overrightarrow{FP}=\lambda\overrightarrow{FC}(0\le\lambda\le 1)$，是否存在 λ，使得平面 $PAE\perp$ 平面 $DCEF$，若存在，求出 λ 的值，若不存在，请说明理由．



19．（12分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，点 $T(2,1)$ 在椭圆上，与 OT 平行的直线 l 交椭圆 C 于 P,Q 两点，直线 TP,TQ 分别与 x 轴正半轴交于 M,N 两点．

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）求证：$|OM|+|ON|$ 为定值．

20．（12 分）甲、乙两名选手争夺一场乒乓球比赛的冠军.比赛采取三局两胜制，即某选手率先获得两局胜利时比赛结束，且该选手夺得冠军.根据以往对战的经历，甲、乙在一局比赛中获胜的概率分别为 $\dfrac{3}{5}$，$\dfrac{2}{5}$，且每局比赛的结果互相独立．

（1）求甲夺得冠军的概率；

（2）比赛开始前，工作人员买来一盒新球，共 6 个.新球在一局比赛中使用后成为“旧球”，“旧球”再在一局比赛中使用后成为“废球”.每局比赛前裁判从盒中随机取出一颗球用于比赛，且局中不换球，该局比赛后，如果这颗球成为废球，则直接丢弃，否则裁判将其放回盒中.记甲、乙决出冠军后，盒内新球的数量为 X，求随机变量 X 的分布列与数学期望．

21.（12 分）已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x-\frac{1}{2}ax^2-x-1(x>0,a\in\mathrm{R})$.

（1）当 $a=1$ 时，判断 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $a>1$ 时，设 x_1 是函数 $f(x)$ 的零点，x_0 为函数 $f(x)$ 极值点，求证：$x_1-2x_0<0$.

（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（10 分）**选修 4-4：坐标系与参数方程**

已知直线 l 的参数方程为：$\begin{cases}x=\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=2+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数），曲线 C 的极坐标方程为：$\rho^2=\frac{7}{1+2\sin 2\theta}$.

（1）写出直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程；

（2）已知直线 l 和曲线 C 交于 A,B 两点，设点 $M(0,2)$，求 $\frac{1}{|MA|}+\frac{1}{|MB|}$.

23.（10 分）**选修 4-5：不等式选讲**

已知函数 $f(x)=|x-2|+|x-4|$，若不等式 $f(x)\ge kx(k>0)$ 恒成立.

（1）求 k 的最大值 k_0；

（2）设 $a>0,b>0$，求证：$\frac{a}{a+2b}+\frac{b}{2a+b}\ge\frac{1}{3k_0}$.

20220607 项目第三次模拟测试卷
理科数学参考答案及评分标准

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	D	A	C	C	C	D	B	C	B	B	C

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分，满分 20 分.

13．$\dfrac{\pi}{6}$　　14．-3　　15．$[\dfrac{1}{4},+\infty)$　　16．①②

三．解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤． 第 17 题-21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22 题、23 题为选考题，考生根据要求作答．

17.【解析】(1) 因为 $a_na_{n+1}=-2^{2n-1}$，所以 $a_{n+1}a_{n+2}=-2^{2n+1}$，

两式相除可得 $\dfrac{a_{n+2}}{a_n}=4$，即 $q^2=4$，　…………………2 分

因为 $a_na_{n+1}=a_n^{\ 2}q$，所以 $a_n^{\ 2}q=-2^{2n+1}<0$，

可得 $q<0$，所以 $q=-2$，　…………………4 分

所以 $a_n=a_1q^{n-1}=(-2)^{n-1}$.　…………………6 分

(2) $b_n=\dfrac{(-1)^n\cdot n}{(-2)^{n-1}}=-\dfrac{n}{2^{n-1}}$，

则 $S_n=-(\dfrac{1}{2^0}+\dfrac{2}{2^1}+\dfrac{3}{2^2}+\dots+\dfrac{n-1}{2^{n-2}}+\dfrac{n}{2^{n-1}})\dots$①

$\dfrac{S_n}{2}=-(\dfrac{1}{2^1}+\dfrac{2}{2^2}+\dfrac{3}{2^3}+\dots+\dfrac{n-1}{2^{n-1}}+\dfrac{n}{2^n})\dots$②　…………………8 分

① -②可得：$\dfrac{S_n}{2}=-(1+\dfrac{1}{2^1}+\dfrac{1}{2^2}+\dots+\dfrac{1}{2^{n-1}}-\dfrac{n}{2^n})=\dfrac{n}{2^n}-\dfrac{1-(\frac{1}{2})^n}{1-\frac{1}{2}}=\dfrac{n+2}{2^n}-2$，

故 $S_n=\dfrac{n+2}{2^{n-1}}-4$.　…………………12 分

18.【解析】(1) 连接 BF 交 AE 于 O，因为四边形 $ABEF$ 为菱形，所以 $AE\perp BF$，

又正方形 $ABCD$ 所在的平面⊥平面 $ABEF$，所以 $BC\perp AE$，　…………………2 分

又 $BF\cap BC=B$，所以 $AE\perp$ 平面 BCF，

因为 $CF\subset$ 平面 BCF，所以 $AE\perp CF$；　…………………5 分

(2) 存在.以 O 为原点，$\overrightarrow{OF},\overrightarrow{OE}$ 的方向为 x 轴，y 轴，

过点 O 作菱形 $ABEF$ 所在的平面的垂线为 z 轴，

建立如图所示的空间直角坐标系 $O-xyz$，

则 $A(0,-1,0),F(\sqrt{3},0,0),E(0,1,0),D(0,-1,2)$，

因为 $\overrightarrow{FP}=\lambda\overrightarrow{FC}$，设点 $P(x,y,z)$，

则 $(x-\sqrt{3},y,z)=\lambda(-2\sqrt{3},0,2)$，所以点 $P(\sqrt{3}-2\sqrt{3}\lambda,0,2\lambda)$，　…………………7 分

$\overrightarrow{AP}=(\sqrt{3}-2\sqrt{3}\lambda,1,2\lambda)$，$\overrightarrow{AE}=(0,2,0)$，设平面 PAE 的法向量为 $\vec{m}=(x,y,z)$

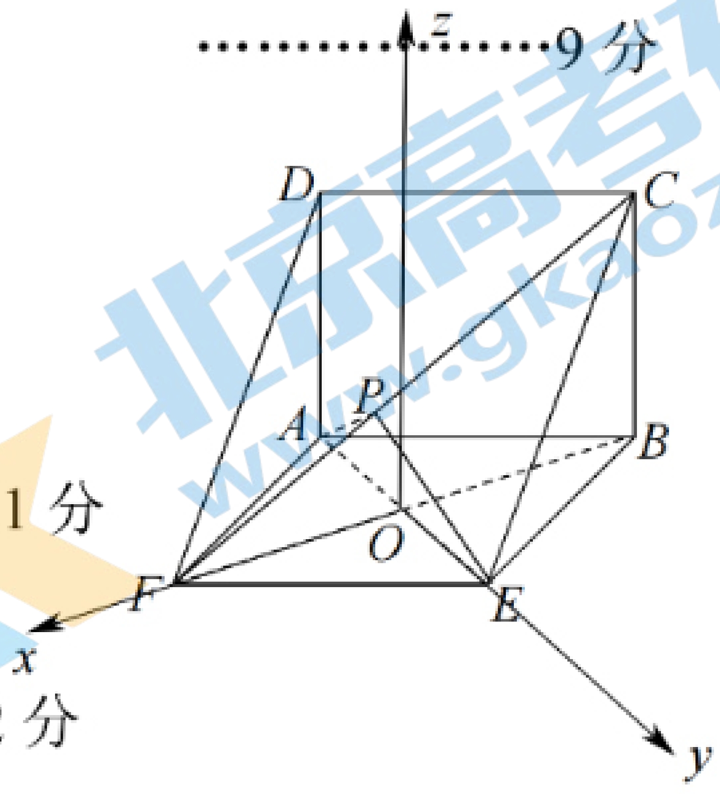
则有 $\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{AP}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{AE}=0\end{cases}$，可得 $\vec{m}=(\dfrac{2\lambda}{2\sqrt{3}\lambda-\sqrt{3}},0,1)$ ……9 分

$\overrightarrow{DF}=(\sqrt{3},1,-2)$，$\overrightarrow{FE}=(-\sqrt{3},1,0)$，

设平面 $DCEF$ 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$

则有 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{DF}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{FE}=0\end{cases}$，可得 $\vec{n}=(\sqrt{3},3,3)$， ……………………11 分

由 $\vec{m}\cdot\vec{n}=0$ 可得 $\lambda=\dfrac{3}{8}$. ……………………12 分



19.【解析】(1) 由题意 $\begin{cases}a^2=b^2+c^2\\ \dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\ \dfrac{4}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=1\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=2\sqrt{2}\\ b=\sqrt{2}\\ c=\sqrt{6}\end{cases}$，

所以椭圆 C 的标准方程为 $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1$； ……………………5分

(2) 因为直线 OT 的斜率为 $\dfrac{1}{2}$，则设直线 l 的方程为 $y=\dfrac{1}{2}x+t(t\neq 0)$，

$P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$，联立 $\begin{cases}y=\dfrac{1}{2}x+t\\ \dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1\end{cases}$，化简得 $x^2+2tx+2t^2-4=0$，

$\Delta=4t^2-4\times(2t^2-4)=4\times(-t^2+4)>0\Rightarrow -2<t<0$ 或 $0<t<2$，

$\therefore x_1+x_2=-2t, x_1x_2=2t^2-4$， ……………………7 分

直线 TP 的方程为：$y-1=\dfrac{y_1-1}{x_1-2}(x-2)$，

令 $y=0$，则 $x_M=\dfrac{2-x_1}{y_1-1}+2=\dfrac{2-x_1}{\frac{1}{2}x_1+t-1}+2=\dfrac{4t}{x_1+2t-2}$，

同理可得 $x_N=\dfrac{4t}{x_2+2t-2}$，则

$$|OM|+|ON|=|\frac{4t}{x_1+2t-2}|+|\frac{4t}{x_2+2t-2}|=|\frac{4t}{x_1+2t-2}+\frac{4t}{x_2+2t-2}|$$

$$=|\frac{4t(x_1+x_2)+16t^2-16t}{x_1x_2+(2t-2)(x_1+x_2)+(2t-2)^2}|=|\frac{-8t^2+16t^2-16t}{2t^2-4+(2t-2)(-2t)+(2t-2)^2}|=|\frac{8t^2-16t}{2t^2-4t}|=4$$

……………………12 分

20.【解析】记事件 $A_i=$“甲在第 i 局比赛中获胜”，($i=1,2,3$)，

事件 $\overline{A_i}=$“甲在第 i 局比赛中未获胜”，($i=1,2,3$)，

显然 $P(A_i)=\dfrac{3}{5}, P(\overline{A_i})=1-P(A_i)=\dfrac{2}{5}$，($i=1,2,3$)， ……………………2 分

（1）记事件 $A=$ “甲夺得冠军”，

则 $P(A)=P(A_1A_2)+P(A_1\overline{A_2}A_3)+P(\overline{A_1}A_2A_3)=(\frac{3}{5})^2+\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{81}{125}$

……………5 分

（2）设甲乙决出冠军共进行 Y 局比赛，易知 $Y=2$ 或 $Y=3$，

$P(Y=2)=P(A_1A_2)+P(\overline{A_1A_2})=(\frac{3}{5})^2+(\frac{2}{5})^2=\frac{13}{25}$，

$P(Y=3)=1-P(Y=2)=1-\frac{13}{25}=\frac{12}{25}$， ………………6 分

记事件 $N_i=$“第 i 局比赛后抽到新球”，事件 $\overline{N_i}=$“第 i 局比赛后抽到旧球”，

由题意知，比赛前盒内有 6 颗新球，比赛 1 局后，盒内必然为 5 颗新球，1 颗旧球，

此时 $P(N_1)=\frac{5}{6},P(\overline{N_1})=\frac{1}{6}$ ………………7 分

若 N_1 发生，则比赛 2 局后，盒内有 4 颗新球，2 颗旧球，

此时 $P(N_1N_2)=\frac{5}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{5}{9}$， $P(N_1\overline{N_2})=\frac{5}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{5}{18}$， ………………8 分

若 $\overline{N_1}$ 发生，则比赛 2 局后，盒内有 5 颗新球，0 颗旧球，则下次必取新球，

此时 $P(\overline{N_1}N_2)=\frac{1}{6}\times1=\frac{1}{6}$， ………………9 分

于是 $P(X=3)=P(Y=3)P(N_1N_2)=\frac{12}{25}\times\frac{5}{9}=\frac{4}{15}$，

$P(X=4)=P(Y=2)P(N_1)+P(Y=3)P(N_1\overline{N_2})++P(Y=3)P(\overline{N_1}N_2)$

$=\frac{13}{25}\times\frac{5}{6}+\frac{12}{25}\times\frac{5}{18}+\frac{12}{25}\times\frac{1}{6}=\frac{97}{150}$，

$P(X=5)=P(Y=2)P(\overline{N_1})=\frac{13}{25}\times\frac{1}{6}=\frac{13}{150}$，

∴ X 的分布列为

X	3	4	5
P	$\frac{4}{15}$	$\frac{97}{150}$	$\frac{13}{150}$

∴ X 的数学期望 $E(X)=3\times\frac{4}{15}+4\times\frac{97}{150}+5\times\frac{13}{150}=\frac{191}{50}$. ………………12 分

21.【解析】（1）当 $a=1$ 时，$f(x)=e^x-\frac{1}{2}x^2-x-1$，

所以 $f'(x)=e^x-x-1$，$f''(x)=e^x-1$，

因为 $f''(x)$ 在 R 单调递增，且 $f''(0)=0$， ………………2 分

所以当 $x<0$ 时，$f''(x)<0$，$f'(x)$ 单调递减；

当 $x>0$ 时，$f''(x)>0$，$f'(x)$ 单调递增，

所以 $f'(x)\geq f'(0)=0$，即 $f(x)$ 在 R 单调递增. ………………5 分

（2）由于 $f'(x)=e^x-ax-1$，设 $h(x)=e^x-ax-1$，$h'(x)=e^x-a$

当 $x\in(0,\ln a)$ 时，$h'(x)<0$，则 $f'(x)$ 在 $(0,\ln a)$ 为减函数；

当 $x\in(\ln a,+\infty)$ 时，$h'(x)>0$，则 $f'(x)$ 在 $(\ln a,+\infty)$ 为增函数；

因为 $h(\ln a) < h(0) = 0$，当 $x \to +\infty$，$h(x) \to +\infty$

所以存在 $x_0 \in (\ln a, +\infty)$，使得 $f'(x_0) = 0$，

即 $e^{x_0} - ax_0 - 1 = 0$，所以 $a = \dfrac{e^{x_0} - 1}{x_0}$，　　　　　　　　　　　　…………………7 分

所以 $f(x)$ 在 $(0, x_0)$ 为减函数，$f(x)$ 在 $(x_0, +\infty)$ 为增函数，

当 $x \to +\infty$，$f(x) \to +\infty$，所以 $f(x)$ 在区间 $(x_0, +\infty)$ 必存在一个零点 x_1，

…………………9 分

$$f(2x_0) = e^{2x_0} - \frac{1}{2}a(2x_0)^2 - 2x_0 - 1 = e^{2x_0} - \frac{e^{x_0} - 1}{2x_0}(2x_0)^2 - 2x_0 - 1 = e^{2x_0} - 2x_0 e^{x_0} - 1$$

设 $g(x) = e^{2x} - 2xe^x - 1 (x > 0)$

则 $g'(x) = 2e^{2x} - 2(x+1)e^x = 2e^x(e^x - x - 1) > 0$

所以 $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 为增函数，$g(x) > g(0) = 0$

所以 $f(2x_0) = e^{2x_0} - 2x_0 e^{x_0} - 1 > 0$，根据零点存在判定定理可知 $x_1 < 2x_0$，

即 $x_1 - 2x_0 < 0$.　　　　　　　　　　　　　　　　　　…………………12 分

22.【解析】（1）直线 l：$y = x + 2$，　　　　　　　　　　…………………2 分

曲线 C：$\rho^2(1 + 2\sin 2\theta) = 7 \Rightarrow \rho^2 + 4\rho^2 \sin\theta\cos\theta = 7 \Rightarrow x^2 + y^2 + 4xy = 7$.

…………………5 分

（2）将 $\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 2 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ 代入曲线 C 的普通方程可得：$t^2 + 2\sqrt{2}t - 1 = 0$，

则 $t_1 + t_2 = -2\sqrt{2}, t_1 t_2 = -1 \Rightarrow |t_1 - t_2| = \sqrt{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1 t_2} = 2\sqrt{3}$，　…………………8 分

故 $\dfrac{1}{|MA|} + \dfrac{1}{|MB|} = \dfrac{1}{|t_1|} + \dfrac{1}{|t_2|} = \left|\dfrac{1}{t_1} - \dfrac{1}{t_2}\right| = \dfrac{|t_1 - t_2|}{|t_1 t_2|} = 2\sqrt{3}$.　　　…………………10 分

23.【解析】（1）由 $f(x)$ 的图象可知 $0 < k \le \dfrac{1}{2}$，则 $k_0 = \dfrac{1}{2}$.　　　　…………………5 分

（2）即证 $\dfrac{a}{a+2b} + \dfrac{b}{2a+b} \ge \dfrac{2}{3}$.

令 $m = a + 2b, n = 2a + b$，解得 $a = \dfrac{2n - m}{3}, b = \dfrac{2m - n}{3}$，

则 $\dfrac{a}{a+2b} + \dfrac{b}{2a+b} = \dfrac{\frac{2n-m}{3}}{m} + \dfrac{\frac{2m-n}{3}}{n} = \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{2n}{m} + \dfrac{2m}{n} - 2\right) \ge \dfrac{1}{3}\left(2\sqrt{\dfrac{2n}{m} \times \dfrac{2m}{n}} - 2\right)$，

即 $\dfrac{a}{a+2b} + \dfrac{b}{2a+b} \ge \dfrac{2}{3}$.　　　　　　　　　　　　　…………………10 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。