大峪中学 2023—2024 第一学期高二年级

数学学科期中考试试卷

（满分：150 分 时间：120 分钟 命题人:高二数学集备组）

一、选择题（本大题共 10 小题，每题 4 分，共 40 分）

(1) 已知直线 $l:\sqrt{3}x-y-4=0$，则直线 l 的倾斜角为（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

(2) 已知空间向量 $\vec{a}=(0,2,0)$，$\vec{b}=(1,0,-1)$，则 $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{b}=$（　　）

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

(3) 圆 $x^2+y^2-2x+4y+1=0$ 与圆 $(x-4)^2+(y-2)^2=16$ 的位置关系为(　　)

A. 相离　　B. 外切　　C. 相交　　D. 内切

(4) 若 $x^2+y^2-4x-2y+m=0$ 表示圆的方程，则 m 的取值范围是(　　)

A. $(-\infty,5)$　　B. $(-\infty,5]$　　C. $(5,+\infty)$　　D. $[5,+\infty)$

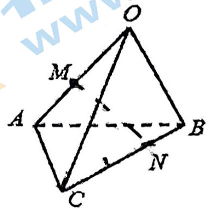
(5) 已知直线 $x+ay-1=0$ 和直线 $ax+4y+2=0$ 互相平行，则 a 的取值是(　　)

A. -2　　B. 2　　C. ±2　　D. 0

(6) 如图，空间四边形 $OABC$ 中，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，点 M 是 OA 的中点，点 N 在 BC 上，且 $\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{NB}$，设 $\overrightarrow{MN}=x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}$，则 x，y，z 的值为(　　)

A. $-\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{1}{3}$　　B. $-\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{2}{3}$　　D. $\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{1}{3}$



(7) 点 $(-1，2)$ 关于直线 $x+y+4=0$ 的对称点的坐标为（　　）

A. $(-6,-3)$　　B. $(-3,-6)$　　C. $(-7,-2)$　　D. $(-2,-7)$

(8) 若 P，Q 分别为 $3x+4y-6=0$ 与 $6x+8y+3=0$ 上任一点，则 $|PQ|$ 的最小值为（　　）

A. $\frac{9}{10}$　　B. $\frac{9}{5}$　　C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{6}{5}$

(9) 直线 $x+\sqrt{3}y-m=0$ 与曲线 $y=\sqrt{1-x^2}$ 有两个不同的交点，则实数 m 的取值范围是（　　）

A（-2，-1）　　B（-2，-1]　　C （1，2）　　D [1，2）

(10) 设 P 为函数 $y=\sqrt{3}|x|$ 图像上的动点，Q 是圆 $C:(x-a)^2+(y-b)^2=1$（其中 $ab=0$）上的动点，若 $|PQ|$ 最小值为 1，则以所有满足条件的点 C 为顶点的多边形的面积为（　　）

A．$2\sqrt{3}$　　B．$4\sqrt{3}$　　C．$6\sqrt{3}$　　D．$8\sqrt{3}$

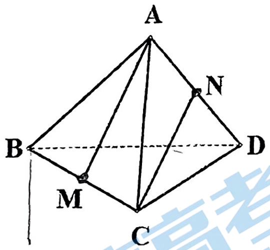
二、填空题（本大题共 **5** 小题，每题 **5** 分，共 **25** 分）

(11) 已知 $\vec{a}=(2,-1,3)$，$\vec{b}=(-3,y,4)$，若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $y=$_____

(12) 已知圆 $x^2+y^2=4$ 与圆 $(x+4)^2+(y-3)^2=r^2$ 外切，则 $r=$____________

(13) 无论 a 取何值，直线 $ax+y-a-2=0$ 恒经过一个定点 P，P 的坐标为_______ 经过点 P 且在两坐标轴上的截距相等的直线的方程为_______.

(14)如图，在棱长为 1 的正四面体（四个面都是正三角形）$ABCD$ 中，M,N 分别为 BC,AD 的中点，则直线 AM 和 CN 夹角的余弦值为_________.



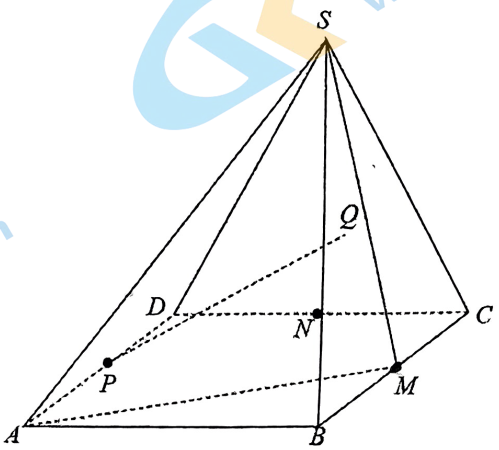
(15) 如图，四棱锥 $S-ABCD$ 中，底面是边长为 2 的正方形，$\triangle SCD$ 是等边三角形，平面 $SCD\perp$ 平面 $ABCD,M,N,P$ 分别为棱 BC,CD,DA 的中点，Q 为 $\triangle SCD$ 及其内部的动点，满足 $PQ//$ 平面 AMS，给出下列四个结论：

①直线 SA 与平面 $ABCD$ 所成角为 $45°$；

②二面角 $S-AB-N$ 的余弦值为 $\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$；

③点 Q 到平面 AMS 的距离为定值；

④线段 NQ 长度的取值范围是 $\left[\dfrac{1}{3},1\right]$



其中所有正确结论的序号是____________

三、解答题（共 **6** 小题，共 **85** 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

16.（本小题满分 14 分）

在平面直角坐标系中，已知 ΔABC 三个顶点的坐标分别为 $A(-2,\ 1)$，$B(2,\ 1)$，$C(4,\ -3)$

(Ⅰ)设 AC 的中点为 D，求 AC 边上的中线 BD 所在的直线方程；

(Ⅱ)求 BC 边上的高所在的直线方程；

(Ⅲ)求 ΔABC 的面积.

17.（本小题满分 14 分）

已知圆 C 过点 $(1,1)$，圆心为 $(2,0)$.

（Ⅰ）求圆 C 的方程；

（Ⅱ）判断直线 $y=x-4$ 与圆 C 的位置关系，并说明理由；

(Ⅲ)已知过点 $P(1,3)$ 的直线 l 交圆 C 于 A,B 两点，且 $|AB|=2$，求直线 l 的方程.

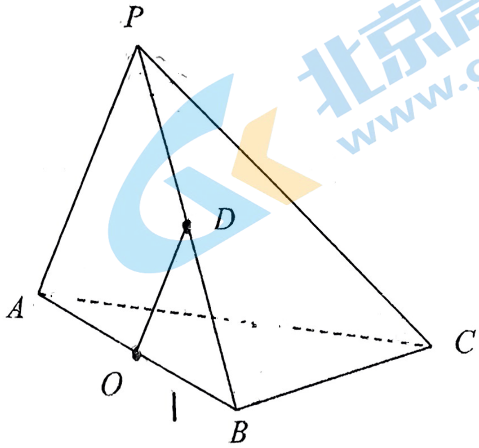
18. （本小题满分 13 分）

在三棱锥 $P-ABC$ 中，ΔPAC 和 ΔPBC 是边长为 $\sqrt{2}$ 的等边三角形，$AB=2$，O,D 分别是 AB,PB 的中点.

（Ⅰ）求证：OD // 平面 PAC；

（Ⅱ）求证：平面 $PAB\perp$ 平面 ABC；

（Ⅲ）求三棱锥 $P-ABC$ 的体积.



19.（本小题满分 14 分）

已知圆 E 经过点 $A(0,0)$，$B(1,1)$，从下列 3 个条件选取一个：

①过点 $C(2,0)$；

②圆 E 恒被直线 $mx-y-m=0(m\in\mathbf{R})$ 平分；

③与 y 轴相切.

（Ⅰ）求圆 E 的方程；

（Ⅱ）过点 $P(2，3)$ 的直线 l 与圆 E 相切，求直线 l 方程.

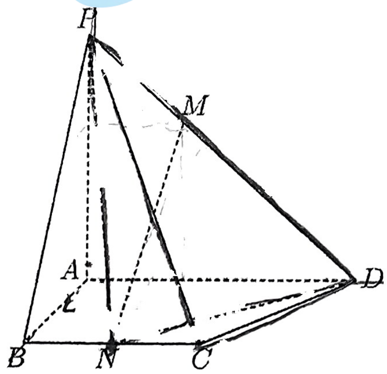
20. （本小题满分 15 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AB\perp AD$，$AD\,//\,BC$，$AD=3$，$AB=BC=2$，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，且 $PA=3$，点 M 在棱 PD 上，点 N 为 BC 中点.

（Ⅰ）证明：若 $DM=2MP$，则直线 $MN\,//$ 平面 PAB；

（Ⅱ）求二面角 $C-PD-N$ 的余弦值；

（Ⅲ）是否存在点 M，使 NM 与平面 PCD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{2}}{6}$？若存在，试求出 $\frac{PM}{PD}$ 值；若不存在，请说明理由.



21.（本小题满分 15 分）

对于平面直角坐标系中的两点 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，现定义由点 A 到点 B 的“折线距离”$\rho(A,B)$ 为 $\rho(A,B)=|x_2-x_1|+|y_2-y_1|$.

(1)已知 $A(1,0),B(2,3)$，求 $\rho(A,B)$；

(2)已知点 $A(1,0)$，点 B 是直线 $l:x-\sqrt{2}y+2=0$ 上的一个动点，求 $\rho(A,B)$ 的最小值；

(3)对平面上给定的两个不同的点 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，是否存在点 $C(x,y)$，同时满足① $\rho(A,C)+\rho(C,B)=\rho(A,B)$；② $\rho(A,C)=\rho(C,B)$.若存在，请求出所有符合条件的点；若不存在，请予以证明.