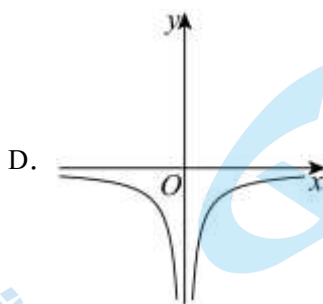
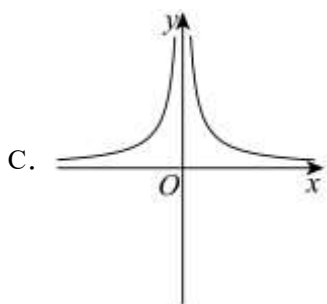
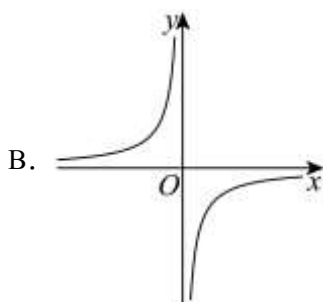
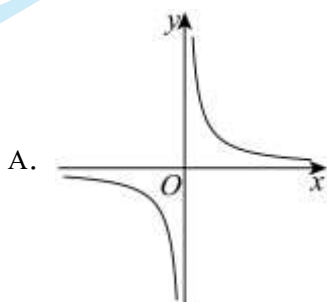


2024 北京工大附中高一（下）开学考

数 学

一、选择题（共 8 道，每题 8 分）

- (1) 已知集合 $A = \{x|x > 0\}$, $B = \{x|-1 < x < 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\{x|x < 2\}$ B. $\{x|0 < x < 2\}$ C. $\{x|1 < x < 2\}$ D. $\{x|-1 < x < 2\}$
- (2) 已知 $a = 2^{0.1}$, $b = \log_2 \sqrt{3}$, $c = \log_3 \sqrt{2}$, 则实数 a, b, c 的大小关系是 ()
 A. $c > a > b$ B. $c > b > a$
 C. $a > c > b$ D. $a > b > c$
- (3) 已知函数 $f(x) = \log_2(x+1) + x - 2$, 则不等式 $f(x) < 0$ 的解集为 ()
 A. $(-\infty, 1)$ B. $(-1, 1)$
 C. $(0, 1)$ D. $(1, +\infty)$
- (4) 下列函数中, 在区间 $(0, +\infty)$ 上为增函数的是 ()
 A. $y = \frac{1}{x}$ B. $y = -x^2$ C. $y = \begin{cases} x-1, & x \geq 1 \\ 1-x, & x < 1 \end{cases}$ D. $y = |x|$
- (5) 函数 $f(x) = \frac{|x|}{x^2}$ 表示的图象可能是下图中的 ()



- (6) “ $a < 0$ ” 是 “函数 $f(x) = 2^x + a$ 存在零点” 的 ()
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
- (7) 已知角 α 的终边经过点 $P(3, t)$, 且 $\sin(2k\pi + \alpha) = -\frac{3}{5} (k \in \mathbb{Z})$, 则 t 等于 ()
 A. $-\frac{9}{16}$ B. $-\frac{9}{4}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $\frac{9}{4}$
- (8) 若关于 x 的不等式 $mx^2 - mx - 1 < 0$ 的解集为 \mathbb{R} , 则实数 m 的取值范围是 ()

A. $0 < m < 4$

B. $0 \leq m < 4$

C. $-4 < m < 0$

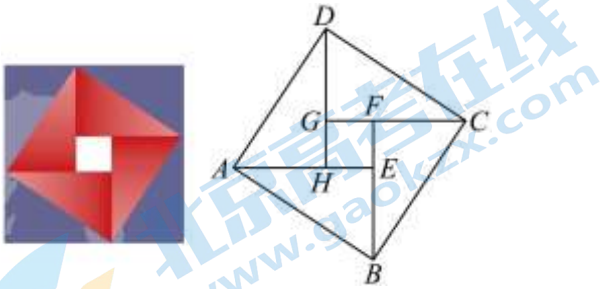
D. $-4 < m \leq 0$

二、填空题（共3道，每题8分）

(9) 函数 $f(x) = \lg(x-1)$ 的定义域是_____.

(10) 若 $x > 1$, 则 $x + \frac{1}{x-1}$ 的最小值是_____.

(11) 2002年在北京召开的国际数学家大会, 会标是以我国古代数学家赵爽的弦图为基础设计的, 弦图是由四个全等的直角三角形与一个小正方形拼成的一个大正方形(如图), 直角三角形中较小的锐角为 θ , 若 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{3}{5}\sqrt{5}$, 则图中的大正方形与小正方形的面积之比为_____.



三、解答题（共1道，每题12分）

(12) 已知函数 $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

(1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 并证明结论;

(2) 证明函数 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上是减函数;

(3) 求函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, -1]$ 上的最值.

参考答案

一、选择题（共8道，每题8分）

1	2	3	4	5	6	7	8
B	D	B	D	C	C	B	D

二、填空题（共3道，每题8分）

(9) $(1, +\infty)$.

(10) 3 .

(11) 5 .

三、解答题（共1道，每题12分）

(12) 【解答】(1) 函数 $f(x)$ 为奇函数，证明如下：

由 $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ 知：函数定义域为 \mathbb{R} ，

$$f(-x) = \frac{-x}{(-x)^2+1} = -\frac{x}{x^2+1} = -f(x),$$

所以 $f(x)$ 为奇函数，得证.

$$(2) \text{ 令 } x_1 > x_2 \geq 1, \text{ 则 } f(x_1) - f(x_2) = \frac{x_1}{x_1^2+1} - \frac{x_2}{x_2^2+1} = \frac{x_1x_2^2 + x_1 - x_2x_1^2 - x_2}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)},$$

$$\text{所以 } f(x_1) - f(x_2) = \frac{x_1x_2(x_2 - x_1) - (x_2 - x_1)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)} = \frac{(x_1x_2 - 1)(x_2 - x_1)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)},$$

而 $x_1x_2 > 1$, $x_2 - x_1 < 0$, $(x_1^2+1)(x_2^2+1) > 0$, 则 $f(x_1) - f(x_2) < 0$,

所以 $f(x_1) < f(x_2)$, 故函数 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上是减函数，得证.

(3) 由 (1) (2) 知： $f(x)$ 在 $(-\infty, -1]$ 上是减函数，

且 $f(x) = \frac{1}{x + \frac{1}{x}}$, 易知 x 趋向 $-\infty$ 时函数值趋向于 0,

所以 $f(x)_{\min} = f(-1) = \frac{-1}{(-1)^2+1} = -\frac{1}{2}$, 无最大值.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：[京考一点通](#)，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

