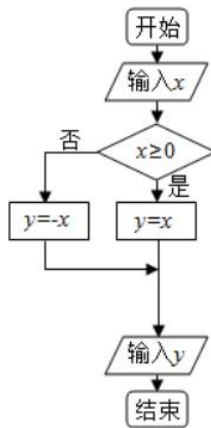


数 学

一、在每个小题给出的四个备选答案中，只有一个是符合题目要求的。

1. 函数 $y=3\sin x+2$ 的最小正周期是 ()
A. 1 B. 2 C. π D. 2π
2. 已知集合 $A=\{1, 2\}$, $B=\{1, m, 3\}$, 如果 $A\cap B=A$, 那么实数 m 等于 ()
A. -1 B. 0 C. 2 D. 4
3. 如果向量 $\vec{a}=(1, 2)$, $\vec{b}=(4, 3)$, 那么等于 $\vec{a}-2\vec{b}$ ()
A. (9, 8) B. (-7, -4) C. (7, 4) D. (-9, -8)
4. 在同一直角坐标系 xOy 中, 函数 $y=\cos x$ 与 $y=-\cos x$ 的图象之间的关系是 ()
A. 关于 x 轴对称 B. 关于 y 轴对称
C. 关于直线 $y=x$ 对称 D. 关于直线 $y=-x$ 对称
5. 执行如图所示的程序框图. 当输入 -2 时, 输出的 y 值为 ()



- A. -2 B. 0 C. 2 D. ± 2
6. 已知直线 l 经过点 $P(2, 1)$, 且与直线 $2x - y + 2 = 0$ 平行, 那么直线 l 的方程是 ()
A. $2x - y - 3 = 0$ B. $x + 2y - 4 = 0$ C. $2x - y - 4 = 0$ D. $x - 2y - 4 = 0$
7. 某市共有初中学生 270000 人, 其中初一年级, 初二年级, 初三年级学生人数分别为 99000, 90000, 81000, 为了解该市学生参加“开放性科学实验活动”的意向, 现采用分层抽样的方法从中抽取一个容量为 3000 的样本, 那么应该抽取初三年级的人数为 ()
A. 800 B. 900 C. 1000 D. 1100
8. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=60^\circ$, $AC=2$, $BC=3$, 那么 AB 等于 ()
A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{7}$ D. $2\sqrt{2}$
9. 口袋中装有大小、材质都相同的 6 个小球, 其中有 3 个红球、2 个黄球和 1 个白球, 从中随机摸出 1 个球, 那么摸到红球或白球的概率是 ()
A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$
10. 如果正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 那么 $\vec{AC} \cdot \vec{AB}$ 等于 ()
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2
11. 2015 年 9 月 3 日, 纪念中国人民抗日战争暨世界反法西斯战争胜利 70 周年大会在北京天安门广场隆重举行, 大会中的阅兵活动向全世界展示了我军威武文明之师的良好形象, 展示了科技强军的伟大成就以及维护世界和平的坚定决心, 在阅兵活动的训练工作中, 不仅使用了北斗导航、电子沙盘、仿真系统、激光测距机、迈速表和高清摄像头等新技术装备, 还通过管理中心对每天产生的大数据进行存储、分析、有效保证了阅兵活动的顺利进行, 假如训练过程中第一天产生的数据量为 a , 其后每天产生的数据量都是前一天的 q ($q > 1$) 倍, 那么训练 n 天产生的总数据量为 ()
A. aq^{n-1} B. aq^n C. $\frac{a(1-q^{n-1})}{1-q}$ D. $\frac{a(1-q^n)}{1-q}$

12. 已知 $\cos \alpha = \frac{1}{2}$, 那么 $\cos(-2\alpha)$ 等于 ()

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

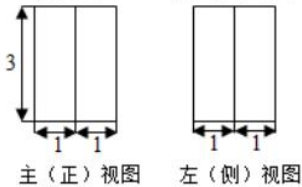
13. 在函数① $y=x^{-1}$; ② $y=2^x$; ③ $y=\log_2 x$; ④ $y=\tan x$ 中, 图象经过点(1, 1)的函数的序号是 ()

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

14. $\log_4 2 - \log_4 8$ 等于 ()

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

15. 某几何体的三视图如图所示, 其中俯视图是正方形, 那么该几何体的表面积是 ()



俯视图

- A. 32 B. 24 C. $4+12\sqrt{2}$ D. $12\sqrt{2}$

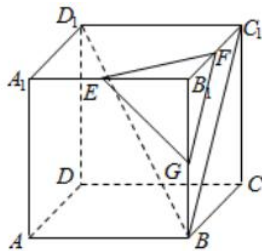
16. 如果 $a > b > 0$, 且 $a+b=1$, 那么在不等式① $\frac{a}{b} < 1$; ② $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$; ③ $\frac{1}{b} + \frac{1}{a} < \frac{1}{ab}$; ④ $ab < \frac{1}{4}$ 中, 一定成立的不等式的序号是 ()

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

17. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G 分别是 A_1B_1 , B_1C_1 , BB_1 的中点, 给出下列四个推断:

- ① $FG \parallel$ 平面 AA_1D_1D ; ② $EF \parallel$ 平面 BC_1D_1 ;
③ $FG \parallel$ 平面 BC_1D_1 ; ④ 平面 $EFG \parallel$ 平面 BC_1D_1 ;

其中推断正确的序号是 ()



- A. ①③ B. ①④ C. ②③ D. ②④

18. 已知圆 O_1 的方程为 $x^2 + y^2 = 4$, 圆 O_2 的方程为 $(x-a)^2 + y^2 = 1$, 如果这两个圆有且只有一个公共点, 那么 a 的所有取值构成的集合是 ()

- A. {1, -1} B. {3, -3} C. {1, -1, 3, -3} D. {5, -5, 3, -3}

19. 在直角坐标系 xOy 中, 已知点 A(4, 2) 和 B(0, b) 满足 $|BO| = |BA|$, 那么 b 的值为 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

20. 已知函数 $f(x) = a^x$, 其中 $a > 0$, 且 $a \neq 1$, 如果以 P($x_1, f(x_1)$), Q($x_2, f(x_2)$) 为端点的线段的中点在 y 轴上, 那么 $f(x_1) \cdot f(x_2)$ 等于 ()

- A. 1 B. a C. 2 D. a^2

21. 已知点 A(0, 1), 动点 P(x, y) 的坐标满足 $y \leq |x|$, 那么 |PA| 的最小值是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

22. 已知函数 $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$, 关于 f(x) 的性质, 有以下四个推断:

- ① f(x) 的定义域是 $(-\infty, +\infty)$; ② f(x) 的值域是 $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$;
③ f(x) 是奇函数; ④ f(x) 是区间 (0, 2) 上的增函数.

其中推断正确的个数是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

23. 为应对我国人口老龄化问题, 某研究院设计了延迟退休方案, 第一步: 2017 年女干部和女工人退休年龄统一规定为 55 岁; 第二步: 从 2018 年开始, 女性退休年龄每 3 年延迟 1 岁, 至 2045 年时, 退休年龄统一规定为 65 岁, 小明的母亲是出生于 1964 年的女干部, 据此方案, 她退休的年份是 ()

A. 2019 B. 2020 C. 2021 D. 2022

24. 已知函数 $f(x) = a\sin x + b\cos x$, 其中 $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$, 如果对任意 $x \in \mathbb{R}$, 都有 $f(x) \neq 2$, 那么在不等式 ① $-4 < a+b < 4$; ② $-4 < a-b < 4$; ③ $a^2+b^2 < 2$; ④ $a^2+b^2 < 4$ 中, 一定成立的不等式的序号是 ()

A. ① B. ② C. ③ D. ④

25. 我国古代数学名著《续古摘奇算法》(杨辉)一书中有关于三阶幻方的问题: 将 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 分别填入 3×3 的方格中, 使得每一行, 每一列及对角线上的三个数的和都相等 (如图所示), 我们规定: 只要两个幻方的对应位置 (如每行第一列的方格) 中的数字不全相同, 就称为不同的幻方, 那么所有不同的三阶幻方的个数是 ()

8	3	4
1	5	9
6	7	2

A. 9 B. 8 C. 6 D. 4

二. 解答题 (每小题 5 分, 共 25 分)

26. 已知 $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 且 $\sin \theta = \frac{3}{5}$.

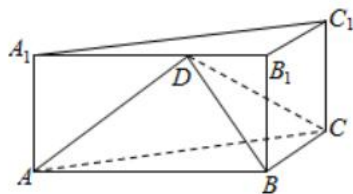
(I) $\tan \theta =$ _____;

(II) 求 $\cos(\theta + \frac{\pi}{3})$ 的值.

27. 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $BB_1 \perp$ 平面 ABC , $\angle ABC = 90^\circ$, $AB=2, BC=1$, D 是棱 A_1B_1 上一点.

(I) 证明: $BC \perp AD$;

(II) 求三棱锥 $B - ACD$ 的体积.



28. 已知直线 $l: x+y=1$ 与 y 轴交于点 P , 圆 O 的方程为 $x^2+y^2=r^2$ ($r>0$).

(I) 如果直线 l 与圆 O 相切, 那么 $r=$ _____; (将结果直接填写在答题卡的相应位置上)

(II) 如果直线 l 与圆 O 交于 A, B 两点, 且 $\frac{|PA|}{|PB|} = \frac{1}{2}$, 求 r 的值.

29. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n^2+1}$, $n=1, 2, 3, \dots$, $\{a_n\}$ 的前 n 项和记为 S_n .

(I) 当 $a_1=2$ 时, $a_2=$ _____;

(II) 数列 $\{a_n\}$ 是否可能为等比数列? 证明你的推断;

(III) 如果 $a_1 \neq 0$, 证明: $S_n = \frac{a_1 - a_{n+1}}{a_1 a_{n+1}}$.

30. 已知函数 $f(x) = 2ax^2 + bx - a + 1$, 其中 $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$.

(I) 当 $a=b=1$ 时, $f(x)$ 的零点为 _____;

(II) 当 $b = \frac{4}{3}$ 时, 如果存在 $x_0 \in \mathbb{R}$, 使得 $f(x_0) < 0$, 试求 a 的取值范围;

(III) 如果对于任意 $x \in [-1, 1]$, 都有 $f(x) \geq 0$ 成立, 试求 $a+b$ 的最大值.

数学试题答案

一、在每个小题给出的四个备选答案中，只有一个是符合题目要求的。

1.

【考点】三角函数的周期性及其求法.

【分析】由条件利用函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的周期为 $\frac{2\pi}{\omega}$ ，求得结果.

【解答】解：函数 $y=3\sin x+2$ 的最小正周期为 2π ，
故选：D.

2.

【考点】集合的包含关系判断及应用.

【分析】由 $A\cap B=A$ ，得出 $A\subseteq B$ ，即可得出 m .

【解答】解： $\because A\cap B=A$ ，
 $\therefore A\subseteq B$.
 $\because A=\{1, 2\}$ ， $B=\{1, m, 3\}$ ，
 $\therefore m=2$.
故选 C.

3.

【考点】平面向量的坐标运算.

【分析】根据向量的坐标的运算法则计算即可.

【解答】解：向量 $\vec{a}=(1, 2)$ ， $\vec{b}=(4, 3)$ ，
则于 $\vec{a}-2\vec{b}=(1, 2)-2(4, 3)=(1, 2)-(8, 6)=(1-8, 2-6)=(-7, -4)$ ，
故选：B.

4.

【考点】余弦函数的图象.

【分析】根据当自变量相同时，它们的函数值相反，可得它们的图象关于 x 轴对称.

【解答】解：由于当自变量相同时，它们的函数值相反，故它们的图象关于 x 轴对称，
故选：A.

5.

【考点】程序框图.

【分析】根据题意，模拟程序框图的运行过程，即可得出输出的结果.

【解答】解：模拟程序框图的运行过程，如下：
 $x=-2$ ， $x\geq 0?$ ，否；
 $y=-(-2)=2$ ，
输出 y 的值为 2.
故选：C.

6.

【考点】直线的一般式方程与直线的平行关系.

【分析】设所求的方程为 $x-y+c=0$ ，代点可得关于 c 的方程，解之代入可得.

【解答】解：由题意可设所求的方程为 $2x-y+c=0$ ，
代入已知点 $(2, 1)$ ，可得 $4-1+c=0$ ，即 $c=-3$ ，
故所求直线的方程为： $2x-y-3=0$ ，
故选：A.

7.

【考点】分层抽样方法.

【分析】先求出每个个体被抽到的概率，用每层的个体数乘以每个个体被抽到的概率等于该层应抽取的个体数.

【解答】解：每个个体被抽到的概率等于 $\frac{3000}{270000}=\frac{1}{90}$ ，

则抽取初三年级的人数应为 $81000 \times \frac{1}{90} = 900$ 人，

故选：B.

8.

【考点】余弦定理.

【分析】由已知及余弦定理即可求得解.

【解答】解：∵ $\angle C = 60^\circ$ ， $AC = 2$ ， $BC = 3$ ，

$$\therefore \text{由余弦定理可得：} AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos C} = \sqrt{4 + 9 - 2 \times 2 \times 3 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{7}.$$

故选：C.

9.

【考点】古典概型及其概率计算公式.

【分析】根据题意，易得口袋中有 6 个球，其中红球和白球共有 4 个，由古典概型公式，计算可得答案.

【解答】解：根据题意，口袋中有 6 个球，其中 3 个红球、2 个黄球和 1 个白球，则红球和白球共有 4 个，

故从中随机摸出 1 个球，那么摸到红球或白球的概率是 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ；

故选 D.

10.

【考点】平面向量数量积的运算.

【分析】求出 \overrightarrow{AC} ， \overrightarrow{AE} 的模长和夹角，代入数量积公式计算.

【解答】解：∵ 正方形 ABCD 的边长为 1，∴ $|\overrightarrow{AE}| = 1$ ， $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{2}$ ， $\angle BAC = \frac{\pi}{4}$ ，

$$\therefore \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE} = |\overrightarrow{AE}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos \frac{\pi}{4} = 1.$$

故选：A.

11.

【考点】等比数列的前 n 项和.

【分析】由已知得训练 n 天产生的总数据量为 $S_n = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1}$ ，由此能求出结果.

【解答】解：∵ 训练过程中第一天产生的数据量为 a，其后每天产生的数据量都是前一天的 q (q > 1) 倍，∴ 那么训练 n 天产生的总数据量为：

$$\begin{aligned} S_n &= a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1} \\ &= \frac{a(1 - q^n)}{1 - q}. \end{aligned}$$

故选：D.

12.

【考点】二倍角的余弦.

【分析】利用诱导公式，二倍角的余弦函数公式即可求得解.

【解答】解：∵ $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ ，

$$\therefore \cos(-2\alpha) = \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{2}.$$

故选：B.

13.

【考点】函数的图象.

【分析】把点 (1, 1) 代入各个选项检验，可得结论.

【解答】解：把点 (1, 1) 代入各个选项检验，可得只有 $y = x^{-1}$ 的图象经过点 (1, 1)，

故选：A.

14.

【考点】对数的运算性质.

【分析】根据对数的运算法则计算即可.

【解答】解: $\log_4 2 - \log_4 8 = \log_4 \frac{2}{8} = \log_4 4^{-1} = -1$,

故选: B.

15.

【考点】由三视图求面积、体积.

【分析】由几何体的三视图得出原几何体一个底面为正方形的长方体, 结合图中数据求出它的表面积.

【解答】解: 由三视图可知, 该几何体是一个底面为正方形的长方体,

长方体的底面正方形的对角线长为 2, 长方体的高是 3;

 所以, 底面正方形的边长为 $\sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$,

 该长方体的表面积为 $2 \times (\sqrt{2})^2 + 4 \times 3 \times \sqrt{2} = 4 + 12\sqrt{2}$.

故选: C.

16.

【考点】不等式的基本性质.

【分析】通过特殊值判断①②, 通过通分判断③, 通过基本不等式的性质判断④.

【解答】解: 如果 $a > b > 0$, 且 $a+b=1$,

 那么① $\frac{a}{b} < 1$, ② $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$, 令 $a=0.8$, $b=0.2$, 显然不成立, 故①②错误;

 ③ $\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{a+b}{ab} = \frac{1}{ab}$, 故 $\frac{1}{b} + \frac{1}{a} < \frac{1}{ab}$ 错误;

 ④ $1=a+b > 2\sqrt{ab}$, 故 $ab < \frac{1}{4}$.

故④正确,

故选: D.

17.

【考点】平面与平面平行的判定; 直线与平面平行的判定.

【分析】由 $FG \parallel BC_1$, $BC_1 \parallel AD_1$, 得 $FG \parallel AD_1$, 从而 $FG \parallel$ 平面 BC_1D_1 , $FG \parallel$ 平面 AA_1D_1D ; 由 $EF \parallel A_1C_1$, A_1C_1 与平面 BC_1D_1 相交, 从而 EF 与平面 BC_1D_1 相交, 进而平面 EFG 与平面 BC_1D_1 相交.

【解答】解: \because 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G 分别是 A_1B_1, B_1C_1, BB_1 的中点,

 $\therefore FG \parallel BC_1$, $\because BC_1 \parallel AD_1$, $\therefore FG \parallel AD_1$,

 $\because FG \notin$ 平面 AA_1D_1D , $AD_1 \subset$ 平面 AA_1D_1D , $\therefore FG \parallel$ 平面 AA_1D_1D , 故①正确;

 $\because EF \parallel A_1C_1$, A_1C_1 与平面 BC_1D_1 相交, $\therefore EF$ 与平面 BC_1D_1 相交, 故②错误;

 $\because E, F, G$ 分别是 A_1B_1, B_1C_1, BB_1 的中点,

 $\therefore FG \parallel BC_1$, $\because FG \notin$ 平面 BC_1D_1 , $BC_1 \subset$ 平面 BC_1D_1 ,

 $\therefore FG \parallel$ 平面 BC_1D_1 , 故③正确;

 $\because EF$ 与平面 BC_1D_1 相交, \therefore 平面 EFG 与平面 BC_1D_1 相交, 故④错误.

故选: A.

18.

【考点】圆与圆的位置关系及其判定.

【分析】两个圆有且只有一个公共点, 两个圆内切或外切, 分别求出 a , 即可得出结论.

【解答】解: \because 两个圆有且只有一个公共点,

 \therefore 两个圆内切或外切,

 内切时, $|a|=1$, 外切时, $|a|=3$,

 \therefore 实数 a 的取值集合是 $\{1, -1, 3, -3\}$.

故选: C.

19.

【考点】两点间距离公式的应用.

【分析】根据两点间的距离公式表示 $|BO|=|BA|$ ，即可求出 b 的值.

【解答】解：∵点 $A(4, 2)$ 和 $B(0, b)$ 满足 $|BO|=|BA|$,

$$\therefore b^2 = 4^2 + (2 - b)^2,$$

$$\therefore b = 5.$$

故选：C.

20.

【考点】指数函数的图象与性质.

【分析】由已知可得 $x_1 + x_2 = 0$ ，进而根据指数的运算性质，可得答案.

【解答】解：∵以 $P(x_1, f(x_1))$ ， $Q(x_2, f(x_2))$ 为端点的线段的中点在 y 轴上，

$$\therefore x_1 + x_2 = 0,$$

$$\text{又} \because f(x) = a^x,$$

$$\therefore f(x_1) \cdot f(x_2) = a^{x_1} \cdot a^{x_2} = a^{x_1 + x_2} = a^0 = 1,$$

故选：A.

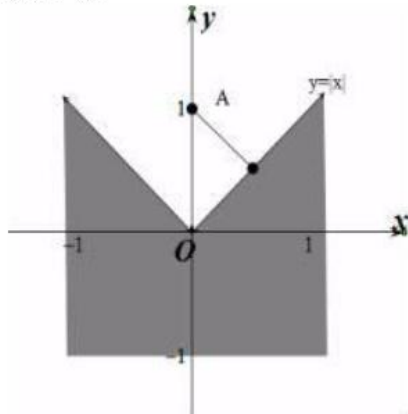
21.

【考点】二元一次不等式（组）与平面区域.

【分析】作出平面区域，根据图形找出 PA 的最小值.

【解答】解：作出平面区域如图，则 $|PA|$ 的最小值为 $A(0, 1)$ 到直线 $x - y = 0$ 的距离 $d = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选：B.



22.

【考点】函数的定义域及其求法；函数的值域；函数奇偶性的判断.

【分析】根据 $f(x)$ 的表达式求出其定义域，判断①正确；根据基本不等式的性质求出 $f(x)$ 的值域，判断②正确；根据奇偶性的定义，判断③正确；根据函数的单调性，判断④错误.

【解答】解：①∵函数 $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$,

$$\therefore f(x) \text{ 的定义域是 } (-\infty, +\infty),$$

故①正确；

$$\textcircled{2} f(x) = \frac{1}{x + \frac{1}{x}},$$

$$x > 0 \text{ 时: } f(x) \leq \frac{1}{2},$$

$$x < 0 \text{ 时: } f(x) \geq -\frac{1}{2},$$

$$\text{故 } f(x) \text{ 的值域是 } \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right],$$

故②正确；

$$\textcircled{3} f(-x) = -f(x), f(x) \text{ 是奇函数,}$$

故③正确；

$$\textcircled{4} \text{ 由 } f'(x) = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2},$$

令 $f'(x) > 0$, 解得: $-1 < x < 1$,

令 $f'(x) < 0$, 解得: $x > 1$ 或 $x < -1$,

$\therefore f(x)$ 在区间 $(0, 2)$ 上先增后减,

故 $\textcircled{4}$ 错误;

故选: C.

23.

【考点】函数的值.

【分析】按原来的退休政策, 她应该于: $1964+55=2019$ 年退休, 再据此方案, 能求出她退休的年份.

【解答】解: \because 小明的母亲是出生于 1964 年的女干部,

\therefore 按原来的退休政策, 她应该于: $1964+55=2019$ 年退休,

\therefore 从 2018 年开始, 女性退休年龄每 3 年延迟 1 岁,

\therefore 据此方案, 她退休的年份是 2020 年.

故选: B.

24.

【考点】两角和与差的正弦函数.

【分析】需要分类讨论, 当 $a=0$ 时, 和当 $a \neq 0$ 时, 函数 $f(x) = a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2+b^2} \sin(x+\theta)$, 其中 $\tan \theta = \frac{b}{a}$, 然后比较计算即可.

【解答】解: 当 $a=0$ 时, $f(x) = b \cos x$,

$\because x \in \mathbb{R}$, 都有 $f(x) \neq 2$,

$\therefore |b| < 1$,

$\therefore -1 < a+b < 1, -1 < a-b < 1, a^2+b^2 < 1$,

当 $a \neq 0$ 时, 函数 $f(x) = a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2+b^2} \sin(x+\theta)$, 其中 $\tan \theta = \frac{b}{a}$,

$\because x \in \mathbb{R}$, 都有 $f(x) \neq 2$,

$\therefore \sqrt{a^2+b^2} < 2$, 即 $a^2+b^2 < 4$,

综上所述, 只有 $\textcircled{4}$ 一定成立,

故选: D.

25.

【考点】计数原理的应用.

【分析】列举所有排法, 即可得出结论.

【解答】解: 三阶幻方, 是最简单的幻方, 由 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. 其中有 8 种排法 4 9 2、3 5 7、8 1 6; 2 7 6、9 5 1、4 3 8; 2 9 4、7 5 3、6 1 8; 4 3 8、9 5 1、2 7 6; 8 1 6、3 5 7、4 9 2; 6 1 8、7 5 3、2 9 4; 6 7 2、1 5 9、8 3 4; 8 3 4、1 5 9、6 7 2.

故选: B.

二. 解答题 (每小题 5 分, 共 25 分)

26.

【考点】三角函数的化简求值.

【分析】(I) 由条件利用同角三角函数的基本关系, 求得 $\cos \theta$ 的值, 可得 $\tan \theta$ 的值.

(II) 由条件利用两角和的余弦公式, 求得 $\cos(\theta + \frac{\pi}{3})$ 的值.

【解答】解: (I) $\because \theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 且 $\sin \theta = \frac{3}{5}$, $\therefore \cos \theta = -\sqrt{1 - \sin^2 \theta} = -\frac{4}{5}$. $\therefore \tan \theta = -\frac{3}{4}$.

故答案为: $-\frac{3}{4}$.

(II) $\because \cos(\theta + \frac{\pi}{3}) = \cos \theta \cos \frac{\pi}{3} - \sin \theta \sin \frac{\pi}{3} = -\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{4+3\sqrt{3}}{10}$.

27.

【考点】棱柱、棱锥、棱台的体积；空间中直线与直线之间的位置关系.

【分析】(I) 根据线面垂直的性质定理证明 $BC \perp$ 平面 ABB_1A_1 ，即可证明： $BC \perp AD$ ；

(II) 利用转化法结合三棱锥的体积公式即可求三棱锥 $B - ACD$ 的体积.

【解答】证明：(I) 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $BB_1 \perp$ 平面 ABC ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，

$\therefore BC \perp AB$ ，

$\therefore BB_1 \perp$ 平面 ABC ， $BZ \subset$ 平面 ABC ，

$\therefore BB_1 \perp BC$ ，

$\therefore BB_1 \cap AB = B$ ，

$\therefore BC \perp$ 平面 ABB_1A_1 ，

$\therefore AD \subset$ 平面 ABB_1A_1 ，

$\therefore BC \perp AD$ 。

(II) $\therefore BC \perp$ 平面 ABB_1A_1 ，

$\therefore BC$ 是三棱锥 $C - ABD$ 的高，

$$\text{则 } V_{B-ACD} = V_{C-ABD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABD} \cdot BC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} AB \cdot BB_1 \cdot BC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = \frac{1}{3}.$$

$$\text{即 } V_{B-ACD} = \frac{1}{3}.$$

28.

【考点】直线与圆的位置关系.

【分析】(I) 如果直线 l 与圆 O 相切，圆心到直线的距离 $d=r$ ；

(II) 如果直线 l 与圆 O 交于 A, B 两点，且 $\frac{|PA|}{|PB|} = \frac{1}{2}$ ，分类讨论，利用相交弦定理、勾股定理求 r 的值.

【解答】解：(I) 圆心到直线的距离 $d = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $\therefore r = \frac{\sqrt{2}}{2}$...

(II) 设 $|PA|=x$ ，则 $|PB|=2x$ 。

$$\text{圆心到直线的距离 } d = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{①点 } P \text{ 在圆内，} |AB|=3x, \text{ 则 } x \cdot 2x = (r-1)(r+1), \therefore x^2 = \frac{1}{2}(r^2-1),$$

$$\therefore r^2 = \frac{9}{8}(r^2-1) + \frac{1}{2}, \therefore r = \sqrt{5};$$

$$\text{②点 } P \text{ 在圆外，则 } x \cdot 2x = (1-r)(r+1), \therefore x^2 = \frac{1}{2}(1-r^2),$$

$$\therefore r^2 = \frac{9}{8}(1-r^2) + \frac{1}{2}, \therefore r = \frac{\sqrt{5}}{5};$$

$$\therefore r \text{ 的值为 } \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ 或 } \sqrt{5} \dots$$

$$\text{故答案为: } \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

29.

【考点】数列递推式；数列的求和.

【分析】(I) 当 $a_1=2$ 时，代入计算，可得 a_2 ；

(II) 利用反证法判断数列 $\{a_n\}$ 不可能为等比数列；

(III) 利用数学归纳法进行证明.

【解答】解：(I) 当 $a_1=2$ 时， $a_2 = \frac{2}{5}$ ；

(II) 设公比为 q ，则

$$\therefore a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n^2+1},$$

$$\therefore a_n^2+1 = \frac{1}{a_{n+1}},$$

∴ $q=1$, 此时 $a_n=0$, 矛盾
 ∴数列 $\{a_n\}$ 不可能为等比数列;

$$(III) n=1 \text{ 时, 左边} = a_1, \text{ 右边} = \frac{a_1 - a_2}{a_1 a_2} = \frac{a_1 - \frac{a_1}{a_1^2+1}}{a_1 \cdot \frac{a_1}{a_1^2+1}} = a_1, \text{ 成立};$$

假设 $n=k$ 时, 结论成立, 则 $S_k = \frac{a_1 - a_{k+1}}{a_1 a_{k+1}}$,

$$n=k+1 \text{ 时, 左边} = S_k + a_{k+1} = \frac{a_1 - a_{k+1}}{a_1 a_{k+1}} + a_{k+1} = \frac{a_1 - a_{k+1} + a_1 a_{k+1}^2}{a_1 a_{k+1}}$$

$$\text{右边} = \frac{a_1 - a_{k+2}}{a_1 a_{k+2}} = \frac{a_1 - \frac{a_{k+1}}{a_{k+1}^2+1}}{a_1 \cdot \frac{a_{k+1}}{a_{k+1}^2+1}} = \frac{a_1 - a_{k+1} + a_1 a_{k+1}^2}{a_1 a_{k+1}}$$

∴左边=右边,

综上, $S_n = \frac{a_1 - a_{n+1}}{a_1 a_{n+1}}$.

故答案为: $\frac{2}{5}$.

30.

【考点】函数零点的判定定理; 二次函数的性质.

【分析】(I) 令 $f(x)=0$ 解出;

(II) 根据 $f(x)$ 的函数类型和图象开口讨论, 只需 $f_{\min}(x) < 0$ 即可;

(III) 对函数类型, 开口方向, 单调性进行讨论, 令 $f_{\min}(x) \geq 0$ 列出不等式, 根据不等式的性质得出 $a+b$ 的范围.

【解答】解: (I) $a=b=1$ 时, $f(x)=2x^2+x$, 令 $f(x)=0$, 解得 $x=0$ 或 $x=-\frac{1}{2}$. ∴ $f(x)$ 的零点为 $0, -\frac{1}{2}$.

(II) 当 $b=\frac{4}{3}$ 时, $f(x)=2ax^2+\frac{4}{3}x-a+1$,

①当 $a=0$ 时, $f(x)=\frac{4}{3}x+1$, $f(x)$ 为 \mathbb{R} 上的增函数, $f(-\frac{3}{4})=0$, ∴当 $x_0 < -\frac{3}{4}$ 时, $f(x_0) < 0$, 符合题意;

②当 $a < 0$ 时, $f(x)$ 的图象开口向下, 显然存在 $x_0 \in \mathbb{R}$, 使得 $f(x_0) < 0$, 符合题意;

③当 $a > 0$ 时, $f(x)$ 的图象开口向上, 对称轴为 $x = -\frac{1}{3a}$, $f_{\min}(x) = f(-\frac{1}{3a}) = 1 - a - \frac{2}{9a}$,

令 $1 - a - \frac{2}{9a} < 0$, 解得 $a > \frac{2}{3}$ 或 $0 < a < \frac{1}{3}$.

综上, a 的取值范围是 $(-\infty, \frac{1}{3}) \cup (\frac{2}{3}, +\infty)$.

(III) ①若 $a=0$, $f(x)=bx+1$,

当 $b=0$ 时, $f(x)=1$, 符合题意, 此时, $a+b=0$,

当 $b > 0$ 时, $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上是增函数, ∴ $f_{\min}(x) = f(-1) = -b+1 \geq 0$, ∴ $b \leq 1$, 此时, $a+b=b \leq 1$.

当 $b < 0$ 时, $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上是减函数, ∴ $f_{\min}(x) = f(1) = b+1 \geq 0$, ∴ $-1 \leq b < 0$, 此时 $a+b=b < 0$.

②若 $a > 0$, $f(x)$ 图象开口向上, 对称轴为 $x = -\frac{b}{4a}$,

当 $-\frac{b}{4a} \leq -1$ 即 $4a-b \leq 0$ 时, $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上是增函数, $f_{\min}(x) = f(-1) = a-b+1 \geq 0$, ∴ $b-a \leq 1$.

$$\text{由 } \begin{cases} 4a-b \leq 0 \\ b-a \leq 1 \\ a > 0 \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} 0 < a \leq \frac{1}{3} \\ b \leq \frac{4}{3} \end{cases}, \therefore a+b \leq \frac{5}{3}$$

当 $-\frac{b}{4a} \geq 1$ 即 $4a+b \leq 0$ 时, $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上是减函数, $f_{\min}(x) = f(1) = a+b+1 \geq 0, \therefore -a-b \leq 1$.

$$\text{由 } \begin{cases} 4a+b \leq 0 \\ -a-b \leq 1 \\ a > 0 \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} 0 < a \leq \frac{1}{3} \\ -\frac{4}{3} \leq b < 0 \end{cases}, \therefore a+b < \frac{1}{3}$$

当 $-1 < -\frac{b}{4a} < 1$ 即 $-4a < b < 4a$ 时, $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上先减后增, $f_{\min}(x) = f(-\frac{b}{4a}) = -\frac{b^2}{8a} - a + 1 \geq 0, \therefore \frac{b^2}{8a} + a \leq 1$,

由 $-4a < b < 4a$ 得 $b^2 < 16a^2, \therefore 3a \leq 1, \therefore 0 < a < \frac{1}{3}, \therefore a+b < 5a \leq \frac{5}{3}$.

③若 $a < 0, f(x)$ 图象开口向下, 对称轴为 $x = -\frac{b}{4a}$,

当 $-\frac{b}{4a} \leq -1$ 即 $4a-b \geq 0$ 时, $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上是减函数, $f_{\min}(x) = f(1) = a+b+1 \geq 0, \therefore a+b \geq -1$.

$$\text{由 } \begin{cases} 4a-b \geq 0 \\ a+b \geq -1 \\ a < 0 \end{cases} \text{ 得 } -\frac{1}{5} \leq a < 0, \text{ 又 } \because b \leq 4a, \therefore a+b \leq 5a < 0.$$

当 $-\frac{b}{4a} \geq 1$ 即 $4a+b \geq 0$ 时, $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上是增函数, $f_{\min}(x) = f(-1) = a-b+1 \geq 0, \therefore a-b \geq -1$,

$$\text{由 } \begin{cases} 4a+b \geq 0 \\ a-b \geq -1 \\ a < 0 \end{cases} \text{ 得 } -\frac{1}{5} \leq a < 0, \text{ 又 } \because b \leq a+1, \therefore a+b \leq 2a+1 < 1.$$

当 $-1 < -\frac{b}{4a} < 1$ 即 $4a < b < -4a$ 时, $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上先增后减,

$f(1) = a+b+1 \geq 0, f(-1) = a-b+1 \geq 0$, 两式相加得 $-1 \leq a < 0, \therefore b \leq a+1, \therefore a+b \leq 2a+1 < 1$.

综上, $a+b$ 的最大值为 $\frac{5}{3}$.

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生, 助力千万学子, 圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980