江苏省百校联考高三年级第二次考试

数 学 试 卷

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

选择题部分

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 z 满足 $z(1+i)=1-3i$,则复数 z 的共轭复数$\bar{z}$的模长为(　　)

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　C. 2　　D. $\sqrt{5}$

2. 已知集合 $M=\{x/\frac{1}{x-1}<-1\}$,$N=\{x/\ln x<1\}$,则 $M\cup N=$(　　)

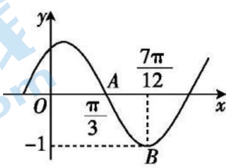
A. $(0,1]$　　B. $(1,e)$　C. $(0,e)$　D. $(-\infty,e)$

3. 已知平面向量 $a=(-2,1)$,$c=(2,t)$,则“$t>4$”是“向量 a 与 c 的夹角为锐角”的(　　)

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　　D. 既不充分也不必要条件

4. 若函数 $f(x)=\sin(\omega x+\phi)(\omega>0,/\phi/<\frac{\pi}{2})$的部分图象如图所示,$A(\frac{\pi}{3},0)$,$B(\frac{7\pi}{12},-1)$,则 $f(x)$的解析式是(　　)



A. $f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{6})$

B. $f(x)=\sin(x-\frac{\pi}{6})$

C. $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$

D. $f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{6})$

5. 将一枚均匀的骰子独立投掷两次,所得的点数依次记为 x,y,记 A 事件为“$C_8^x>C_8^y$”,则

$P(A)=$(　　)

A. $\frac{11}{36}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{13}{36}$　　D. $\frac{5}{12}$

6. 若直线 $y=ax+b$ 是曲线 $y=\ln x(x>0)$的一条切线,则 $2a+b$ 的最小值为(　　)

A. $2\ln 2$　　B. $\ln 2$

C. $\frac{1}{2}\ln 2$　　D. $1+\ln 2$

7. 已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$的焦点为 F,且抛物线 C 过点 $P(1,-2)$,过点 F 的直线与抛物线 C 交于两点,A_1,B_1 分别为 A,B 两点在抛物线 C 准线上的投影,M 为线段 AB 的中点,O 为坐标原点,则下列结论正确的是(　　)

A. 线段 AB 长度的最小值为 2

B. $\triangle A_1FB_1$ 的形状为锐角三角形

C. A,O,B_1 三点共线

D. M的坐标不可能为$(3,-2)$

8. 设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,且 $S_n+a_n=1$,记 b_m 为数列$\{a_n\}$中能使 $a_n\geqslant\frac{1}{2m+1}(m\in N^*)$成立的最小项,

则数列$\{b_m\}$的前 2023 项和为(　　)

A. 2023×2024　　B. $2^{2024}-1$

C. $6-\frac{3}{2^7}$　　D. $\frac{11}{2}-\frac{3}{2^8}$

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

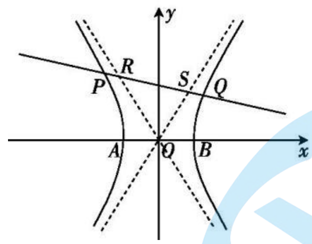
9. 已知定义在 R 上的奇函数 $f(x)$满足 $f(x-1)=f(x+1)$,则以下说法正确的是(　　)

A. $f(0)=0$　　B. $f(x)$的一个周期为 2

C. $f(2023)=1$　　D. $f(5)=f(4)+f(3)$

10. 双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$,左、右顶点分别为 A,B,O 为坐标原点,如图,已知动直线 l 与双曲线 C 左、右两支分别交于 P,Q 两点,与其两条渐近线分别交于 R,S 两点,则下列命题正确的是

(　　)



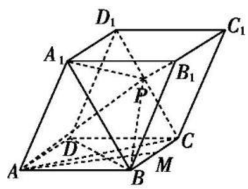
A. 存在直线 l,使得 $AP/\!/OR$

B. l 在运动的过程中,始终有 $|PR|=|SQ|$

C. 若直线 l 的方程为 $y=kx+2$,存在 k,使得 $S_{\triangle ORB}$取到最大值

D. 若直线 l 的方程为 $y=-\frac{\sqrt{2}}{2}(x-a)$,$\overrightarrow{RS}=2\overrightarrow{SB}$,则双曲线 C的离心率为$\sqrt{3}$

11. 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,$AB=AA_1=2$,$AD=1$,$\angle BAD=\angle BAA_1=\angle DAA_1=60°$,动点 P在直线 CD_1上运动,以下四个命题正确的是(　　)



A. $BD\perp AP$

B. 四棱锥 $P-ABB_1A_1$的体积是定值

C. 若 M为 BC的中点,则$\overrightarrow{A_1B}=2\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AC_1}$

D. $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PC}$的最小值为$-\frac{1}{4}$

12. 已知函数 $f(x)=a(e^x+a)-x$,则下列结论正确的有(　　)

A. 当 $a=1$ 时,方程 $f(x)=0$ 存在实数根

B. 当 $a\leqslant 0$ 时,函数 $f(x)$在 R 上单调递减

C. 当 $a>0$ 时,函数 $f(x)$有最小值,且最小值在 $x=\ln a$ 处取得

D. 当 $a>0$ 时,不等式 $f(x)>2\ln a+\frac{3}{2}$恒成立

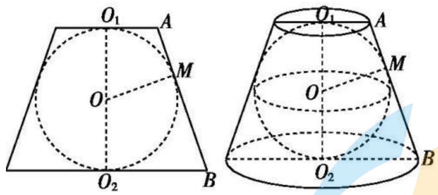
非选择题部分

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 若关于 x 的不等式 $ax^2-2x+a\leqslant 0$ 在区间[0,2]上有解,则实数 a 的取值范围是____▲____.

14. 已知$\{a_n\}$是递增的等比数列,且满足 $a_3=1$,$a_1+a_3+a_5=\frac{91}{9}$,则 $a_4+a_6+a_8=$____▲____.

15. 如图,若圆台的上、下底面半径分别为 r_1,r_2,且 $r_1r_2=3$,则此圆台的内切球(与圆台的上、下底面及侧面都相切的球叫圆台的内切球)的表面积为____▲____.



16. 设 $a>0$,已知函数 $f(x)=e^x-a\ln(ax+b)-b$,若 $f(x)\geqslant 0$ 恒成立,则 ab 的最大值为____▲____.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

锐角△ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,已知$\frac{1-\cos A}{\sin A}=\frac{\sin 2B}{1+\cos 2B}$.

(1)证明:$\cos B=\frac{a}{2b}$.

(2)求$\frac{a}{b}$的取值范围.

18. (12 分)

受环境和气候影响,近阶段在相邻的甲、乙、丙三个市爆发了支原体肺炎,经初步统计,这三个市分别有 8%,6%,4%的人感染了支原体肺炎病毒,已知这三个市的人口数之比为 4∶6∶10,现从这三个市中任意选取一个人.

(1)求这个人感染支原体肺炎病毒的概率;

(2)若此人感染支原体肺炎病毒,求他来自甲市的概率.

19. (12 分)

设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,已知 $a_1=3$,$2S_n=3a_n-3$.

(1)证明数列$\{a_n\}$为等比数列;

(2)设数列$\{a_n\}$的前 n 项积为 T_n,若 $\sum_{k=1}^{n}\frac{(1-2k)(S_k-2a_k+\frac{3}{2})}{\log_3 T_k}>\frac{\lambda\bullet a_n}{n+1}$ 对任意 $n\in N^*$恒成立,求整数 λ 的最大值.

20. (12 分)

设椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右顶点分别为 A_1,A_2,右焦点为 F,已知$\overrightarrow{A_1F}=3\overrightarrow{FA_2}$.

(1)求椭圆的离心率.

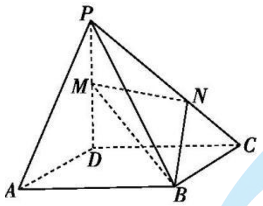
(2)已知椭圆右焦点 F 的坐标为$(1,0)$,P 是椭圆在第一象限的任意一点,且直线 A_2P 交 y 轴于点 Q.若△A_1PQ 的面积与△A_2FP 的面积相等,求直线 A_2P 的斜率.

21. (12 分)

如图所示,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是正方形,平面 $PAD\perp$平面 $ABCD$,平面 $PCD\perp$平面 $ABCD$.

(1)证明:$PD\perp$平面 $ABCD$.

(2)若 $PD=AD$, M是 PD 的中点,N在线段 PC 上,求平面 BMN 与平面 $ABCD$ 夹角的余弦值的取值范围.



22. (12 分)

已知函数 $f(x)=x\ln x-\frac{1}{2}ax^2(a>0)$.

(1)若函数 $f(x)$在定义域内为减函数,求实数 a 的取值范围;

(2)若函数 $f(x)$有两个极值点 x_1,x_2 $(x_1<x_2)$,证明:$x_1x_2>\frac{1}{a}$.