北京一六一中学 2022—2023 学年度第二学期热身训练

数 学 试 卷

本试卷共 6 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合 $A=\{x|0<x<3\}$，且 $A\cap B=\{1\}$，则集合 B 可以是

（A） $\{x|0<x<2\}$　（B） $\{x|x\le 1\}$

（C） $\{-1,0,1\}$　（D） $\{x\in Z|x\ge 1\}$

2. 复数 $\dfrac{ai-1}{i}$ 在复平面上对应的点位于第二象限，则实数 a 的取值范围是

（A） $(-\infty,-1)$　（B） $(-\infty,0)$

（C） $(0,+\infty)$　（D） $(1,+\infty)$

3. 下列函数中，定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数是

（A） $y=2^x$　（B） $y=|\tan x|$

（C） $y=\dfrac{1}{x^2}$　（D） $y=x\sin x$

4. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2，点 P 满足 $\overrightarrow{AP}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}$ 的值为

（A）2　（B）4　（C） -4　（D） $2\sqrt{2}$

5. 已知圆 C 的圆心在抛物线 $x^2=4y$ 上，且此圆 C 过定点 $(0,1)$，则圆 C 与直线 $y+1=0$ 的位置关系为

（A）相切　（B） 相交　（C）相离　（D）不能确定

6. 设函数 $f(x)=\cos x$ 的导函数为 $f'(x)$，那么要得到函数 $f'(x)$ 的图象，只需将 $f(x)$ 的图象

（A）向左平移 $\dfrac{\pi}{2}$ 个单位　（B）向右平移 $\dfrac{\pi}{2}$ 个单位

（C）向左平移 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位　（D）向右平移 $\dfrac{\pi}{4}$ 个单位

7. 等比数列$\{a_n\}$中，$a_1>0$，则“$a_1<a_3$”是“$a_3<a_6$”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充要条件　　（D）既不充分也不必要条件

8. 圭表（如图1）是我国古代一种通过测量正午日影长度来推定节气的天文仪器，它包括一根直立的标竿（称为“表”）和一把呈南北方向水平固定摆放的与标竿垂直的长尺（称为“圭”）．当正午太阳照射在表上时，日影便会投影在圭面上，圭面上日影长度最长的那一天定为冬至，日影长度最短的那一天定为夏至．图2是一个根据北京的地理位置设计的圭表的示意图，已知北京冬至正午太阳高度角（即$\angle ABC$）为26.5°，夏至正午太阳高度角（即$\angle ADC$）为73.5°，圭面上冬至线与夏至线之间的距离（即DB的长）为a，则表高（即AC的长）为

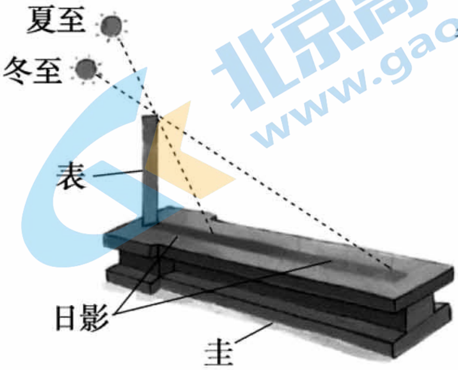


图1

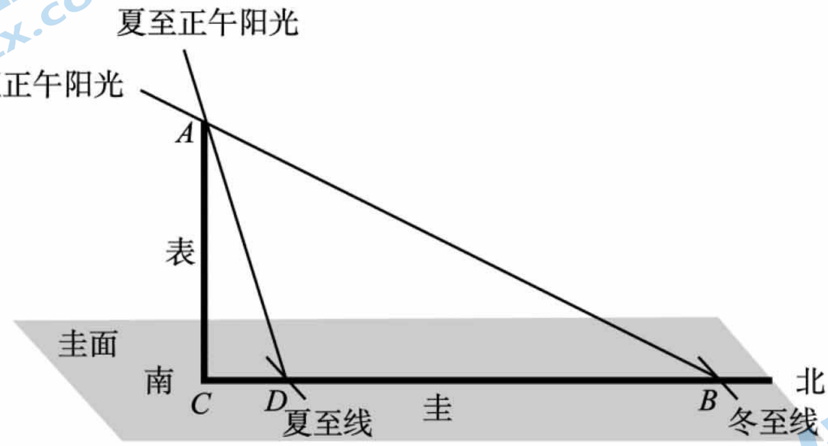


图2

（A）$\dfrac{a\sin 53^\circ}{2\sin 47^\circ}$　　（B）$\dfrac{2\sin 47^\circ}{a\sin 53^\circ}$

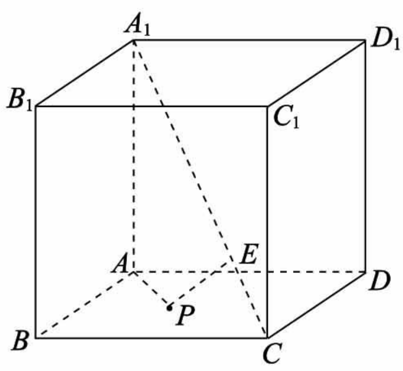
（C）$\dfrac{a\tan 26.5^\circ\tan 73.5^\circ}{\tan 47^\circ}$　　（D）$\dfrac{a\sin 26.5^\circ\sin 73.5^\circ}{\sin 47^\circ}$

9. 若$2^x-2^y<3^{-x}-3^{-y}$，则

（A）$\ln(y-x+1)>0$　　（B）$\ln(y-x+1)<0$

（C）$\ln|x-y|>0$　　（D）$\ln|x-y|<0$

10. 如图，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，P为底面$ABCD$上的动点，$PE\perp A_1C$于E，且$PA=PE$，则点P的轨迹是



（A）圆弧　　（B）线段

（C）椭圆的一部分　　（D）抛物线的一部分

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

11. 若 $(2x-1)^4=a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$，则 $a_0+a_1+a_2+a_3+a_4=$______.

12. 已知角 α 终边过点 $P(-1,2)$，角 β 终边与角 α 终边关于 x 轴对称，则 $\tan\alpha=$______；

$\cos(\beta-\alpha)=$______.

13. 已知双曲线 $C:3mx^2-my^2=3$ 的一个焦点坐标为 $(0,2)$，则 $m=$______；渐近线方程为________.

14. 写出一个同时具有下列性质①②的函数 $f(x)$：________.

① $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数；　　② 对任意 $x\in\mathbf{R}$，$f(x)<1$.

15. 在一次体育水平测试中，甲、乙两校均有 100 名学生参加，其中：甲校男生成绩的优秀率为 70%，女生成绩从优秀率为 50%；乙校男生成绩的优秀率为 60%，女生成绩的优秀率为 40%，对于此次测试，给出下列三个结论：

①甲校学生成绩的优秀率大于乙校学生成绩的优秀率；

②甲、乙两校所有男生成绩的优秀率大于甲、乙两校所有女生成绩的优秀率；

③甲校学生成绩的优秀率与甲、乙两校所有学生成绩的优秀率的大小关系不确定.

其中，所有正确的序号是_______.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16. （本小题共13 分）

已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\ (A>0,\omega>0,0<\varphi<\dfrac{\pi}{2})$ 同时满足下列四个条件中的三个：

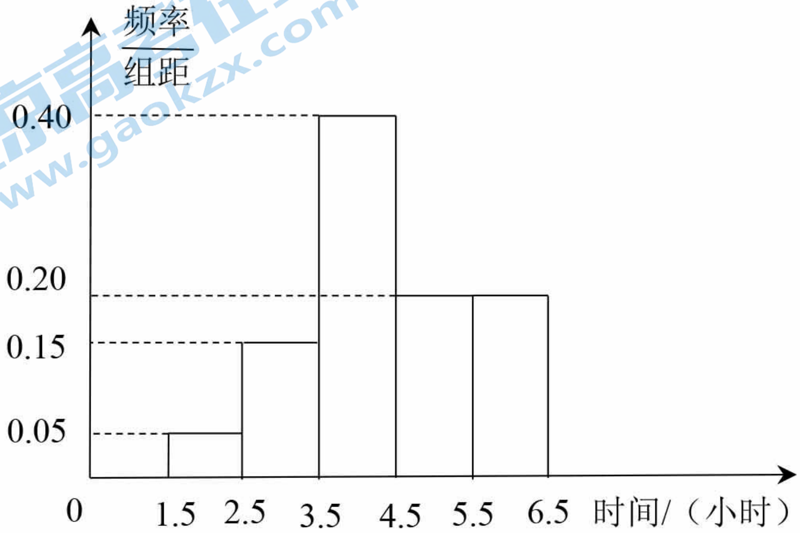
① 最小正周期为 π；　② 最大值为 2；　③ $f(0)=-1$；　④ $f(-\dfrac{\pi}{6})=0$.

（Ⅰ）给出函数 $f(x)$ 的解析式，并说明理由；

（Ⅱ）求证：当 $x\in[0,\dfrac{\pi}{3}]$ 时，$f(x)\geq 0$.

17. （本小题共13 分）

从 2008 年的夏季奥运会到 2022 年的冬季奥运会，志愿者身影成为“双奥”之城的“最美名片”．十几年间志愿精神不断深入人心，志愿服务也融入社会生活各个领域．2022 年的北京冬奥会共录用赛会志愿者 18000 多人．中学生志愿服务已经纳入学生综合素质评价体系，为了解中学生参加志愿服务所用时间，某市教委从全市抽取部分高二学生调查 2020—2021 学年度上学期参加志愿服务所用时间，把时间段按照$[1.5,2.5)$，$[2.5,3.5)$，$[3.5,4.5)$，$[4.5,5.5)$，$[5.5,6.5]$分成 5 组，把抽取的 600 名学生参加志愿服务时间的样本数据绘制成如图所示的频率分布直方图．



参加志愿服务时间频率分布直方图

（Ⅰ）根据频率分布直方图，用每一个小矩形的中点值代替每一组时间区间的平均值，估计这 600 名高二学生上学期参加志愿服务时间的平均数．并写出这 600 个样本数据的第 75 百分位数的一个估计值．

（Ⅱ）若一个学期参加志愿服务的时间不少于 3.5 小时视为“预期合格”，把频率分布直方图中的频率视为该市高二学生上学期参加志愿服务时间的概率，从全市所有高二学生中随机抽取 3 名学生，设本学期这 3 名学生中达到“预期合格”的人数为X，求X的分布列并求数学期望$E(X)$．

（Ⅲ）用每一个小矩形的中点值代替每一组时间区间的平均值，把时间段在$[1.5,4.5)$的数据组成新样本组 A，其方差记为s_1^2，把时间段在$[3.5,6.5]$的数据组成新样本组 B，其方差记为s_2^2，原来 600 个样本数据的方差记为s_3^2，试比较s_1^2，s_2^2，s_3^2的大小（结论不要求证明）．

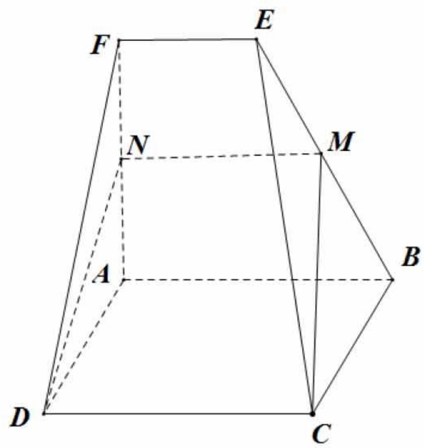
18. （本小题共 14 分）

如图，矩形 $ABCD$ 和梯形 $ABEF$，$AF\perp AB$，$EF//AB$，平面 $ABEF\perp$ 平面 $ABCD$，且 $AB=AF=2$，$AD=EF=1$，过 DC 的平面交平面 $ABEF$ 于 MN.

（Ⅰ）求证：DN 与 CM 相交；

（Ⅱ）当 M 为 BE 中点时，求点 E 到平面 $DCMN$ 的距离；

（Ⅲ）若平面 $ABCD$ 与平面 $DCMN$ 的夹角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，求 $\dfrac{EM}{EB}$ 的值.



19. （本小题共 15 分）

已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，且过点 $A(0,1)$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）点 P 是椭圆上异于短轴端点 A，B 的任意一点，过点 P 作 $PQ\perp y$ 轴于 Q，线段 PQ 的中点为 M. 直线 AM 与直线 $y=-1$ 交于点 N，D 为线段 BN 的中点，设 O 为坐标原点，试判断以 OD 为直径的圆与点 M 的位置关系.

20. （本小题共 15 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的零点及单调区间；

（Ⅱ）求证：曲线 $y=\dfrac{\ln x}{x}$ 存在斜率为 6 的切线，且切点的纵坐标 $y_0<-1$.

21. （本小题共 15 分）

素数又称质数，是指在大于1的自然数中，除了1和它本身以外不再有其他因数的自然数．早在2000多年前，欧几里德就在《几何原本》中证明了素数是无限的．在这之后，数学家们不断地探索素数的规律与性质，并取得了显著成果．中国数学家陈景润证明了"$1+2$"，即"表达偶数为一个素数及一个不超过两个素数的乘积之和"，成为了哥德巴赫猜想研究上的里程碑，在国际数学界引起了轰动．如何筛选出素数、判断一个数是否为素数，是古老的、基本的，但至今仍受到人们重视的问题．最早的素数筛选法由古希腊的数学家提出．1934年，一名印度数学家发明了一种素数筛选法，他构造了一个数表A，具体构造的方法如下：A中位于第i行第j列的数记为a_{ij}，首项为$3i+1$且公差为$2i+1$的等差数列的第j项恰好为a_{ij}，其中$i=1,2,\cdots$；$j=1,2,\cdots$．请同学们阅读以上材料，回答下列问题：

（Ⅰ）求a_{53}；

（Ⅱ）证明：$a_{ij}=a_{ji}$；

（Ⅲ）证明：①若s在A中，则$2s+1$不是素数；

②若s不在A中，则$2s+1$是素数．

北京一六一中学 2022—2023 学年度第二学期热身训练

高三数学标准答案和评分标准

一、选择题：共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.

CBDBA　ABDAB

二、填空题：共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. 1　　12. $-2;-\frac{3}{5}$　　13. -1；$y=\pm\sqrt{3}x$

14. $1-2^{-x}$（答案不唯一）　　15. ②③

三、解答题：共 6 小题，共 85 分. 解答题写出文字说明，证明过程或演算步骤.

（16）（本小题 13 分）

解：（Ⅰ）若函数 $f(x)$ 满足条件③，　则 $f(0)=A\sin\varphi=-1$.

这与 $A>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}$ 矛盾，故 $f(x)$ 不能满足条件③，

所以函数 $f(x)$ 只能满足条件①，②，④.　………………2 分

由条件①，得 $\frac{2\pi}{|\omega|}=\pi$，

又因为 $\omega>0$，所以 $\omega=2$.　………………4 分

由条件②，得 $A=2$.　………………5 分

由条件④，得 $f(-\frac{\pi}{6})=2\sin(-\frac{\pi}{3}+\varphi)=0$，

又因为 $0<\varphi<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}$.

所以 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$.　………………8 分

（Ⅱ）因为 $x\in[0,\frac{\pi}{3}]$，所以 $2x+\frac{\pi}{3}\in[\frac{\pi}{3},\pi]$.　………………10 分

当 $2x+\frac{\pi}{3}=\pi$，即 $x=\frac{\pi}{3}$ 时，$f(x)$ 最小值为 0，　………………12 分

所以当 $x\in[0,\dfrac{\pi}{3}]$ 时，$f(x)\ge 0$．　……………… 13 分

17．（本小题共13分）

解：（Ⅰ）平均数为 $\bar{x}=2\times0.05+3\times0.15+4\times0.4+5\times0.2+6\times0.2=4.35$ 小时；　……2 分

（公 式 和 结 果 各 占 1 分）

这 600 个样本数据的 75%分位数是 4.5+0.75=5.25．　……………3 分

（Ⅱ）由频率分布直方图可得，从 600 名样本数据中随机抽取 1 名学生，达到“预期合格”概率为 $\dfrac{4}{5}$．　……………4 分

所以 $X\sim B(3,\dfrac{4}{5})$，X 的取值范围为 $\{0,1,2,3\}$．　……………..5 分

$$P(X=0)=\mathrm{C}_3^0\times(\frac{4}{5})^0\times(\frac{1}{5})^3=\frac{1}{125},$$

$$P(X=1)=\mathrm{C}_3^1\times(\frac{4}{5})^1\times(\frac{1}{5})^2=\frac{12}{125},$$

$$P(X=2)=\mathrm{C}_3^2\times(\frac{4}{5})^2\times(\frac{1}{5})^1=\frac{48}{125},$$

$$P(X=3)=\mathrm{C}_3^3\times(\frac{4}{5})^3\times(\frac{1}{5})^0=\frac{64}{125}.$$

所以，X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\dfrac{1}{125}$	$\dfrac{12}{125}$	$\dfrac{48}{125}$	$\dfrac{64}{125}$

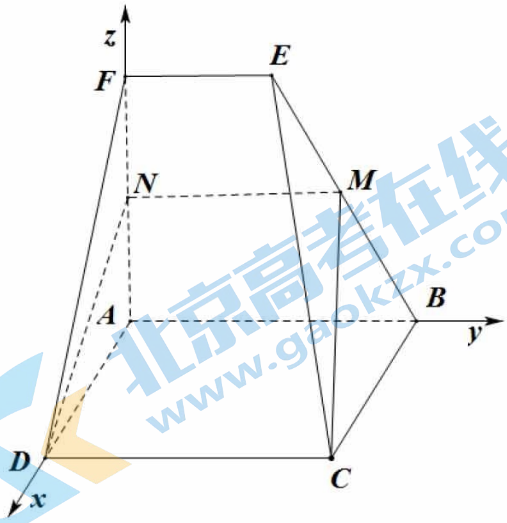
……..……9 分

$E(X)=np=3\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{12}{5}$．　…………11 分

或写成：$E(X)=0\times\dfrac{1}{125}+1\times\dfrac{12}{125}+2\times\dfrac{48}{125}+3\times\dfrac{64}{125}=\dfrac{300}{125}=\dfrac{12}{5}$．

（Ⅲ）${s_1}^2<{s_2}^2<{s_3}^2$．　…………13 分

18. （本小题共 14 分）



解：（Ⅰ）因为矩形 $ABCD$，所以 $DC // AB$，

因为 $AB \subset$ 平面 $ABEF$，

$DC \not\subset$ 平面 $ABEF$，

所以 $DC //$ 平面 $ABEF$. …………3 分

因为过 DC 的平面交平面 $ABEF$ 于 MN，

所以 $DC // MN$ …………4 分

又因为 $DC \neq MN$，

所以 DN 与 CM 相交 …………5 分

（Ⅱ）由平面 $ABEF \perp$ 平面 $ABCD$ 其交线为 AB，

$AF \perp AB$, $AF \subset$ 平面 $ABEF$

所以 $AF \perp$ 平面 $ABCD$ …………6 分

又四边形 $ABCD$ 为矩形，所以以 A 为原点，

以 AD、AB、AF 为 x,y,z 轴建立空间直角坐标系.

由 $AB = AE = 2$, $AD = EF = 1$，得 $B(0,2,0)$，$E(0,1,2)$，$M\left(0,\frac{3}{2},1\right)$，

$D(1,0,0)$, $C(1,2,0)$，则 $\overrightarrow{DC} = (0,2,0)$, $\overrightarrow{DM} = (-1,\frac{3}{2},1)$

设平面 $DCMN$ 法向量 $\vec{n} = (x,y,z)$，

则 $\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{DC} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{DM} = 0 \end{cases}$ 即 $\begin{cases} 2y = 0 \\ -x + \frac{3}{2}y + z = 0 \end{cases}$，

取 $z = 1$ 得 $\vec{n} = (1,0,1)$. …………8 分

因为 $\overrightarrow{CE} = (-1,-1,2)$，

所以点 E 到平面 $DCMN$ 的距离 $d=\dfrac{\left|\vec{n}\cdot\overrightarrow{CE}\right|}{\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ …………10 分

（III）设 $M\left(x,y,z\right)$，因为 $\dfrac{EM}{EB}=\lambda$，即 $\overrightarrow{EM}=\lambda\overrightarrow{EB}$，

则 $M\left(0,\lambda+1,2-2\lambda\right)$，$\overrightarrow{DM}=(-1,\lambda+1,2-2\lambda)$ …………11 分

设平面 $DCMN$ 法向量 $\vec{n}=\left(x,y,z\right)$，

则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{DC}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DM}=0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}2y=0\\ -x+\left(\lambda+1\right)y+\left(2-2\lambda\right)z=0\end{cases}$，

取 $z=1$ 得 $\vec{n}=\left(2-2\lambda,0,1\right)$ …………12 分

记平面 $ABCD$ 与平面 $DCMN$ 的夹角为 θ，

因为 $AF\perp$ 平面 $ABCD$，

所以 $\cos\theta=\left|\dfrac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{AF}}{\left|\overrightarrow{AF}\right|\left|\vec{n}\right|}\right|=\left|\dfrac{2}{2\times\sqrt{1+\left(2-2\lambda\right)^{2}}}\right|=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$， …………13 分

解得 $\lambda=0$ 或 2． 即 $\dfrac{EM}{EB}=0$ 或 2． …………14 分

（19）（本小题 14 分）

（Ⅰ）解：根据题意得 $\begin{cases} b=1, \\ \dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \\ a^2=b^2+c^2. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=2, \\ b=1, \\ c=\sqrt{3}. \end{cases}$

所以椭圆 M 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$. …………5 分

（Ⅱ）解：点 M 在以 OD 为直径的圆上. …………6 分

设点 $P(x_0, y_0)$，则 $x_0 \neq 0$， $y_0 \neq \pm 1$ ，

并且 $\dfrac{x_0{}^2}{4}+y_0{}^2=1$， $Q(0, y_0)$， $M(\dfrac{x_0}{2}, y_0)$. …………7 分

因此 $k_{AM}=\dfrac{y_0-1}{\dfrac{x_0}{2}}=\dfrac{2(y_0-1)}{x_0}$.

所以直线 AM 的方程为 $y=\dfrac{2(y_0-1)}{x_0}x+1$. …………8 分

令 $y=-1$，解得 $x=\dfrac{x_0}{1-y_0}$. …………9 分

所以 $N(\dfrac{x_0}{1-y_0}, -1)$， $D(\dfrac{x_0}{2(1-y_0)}, -1)$. …………10 分

所以 $\overrightarrow{MD}=(\dfrac{x_0}{2(1-y_0)}-\dfrac{x_0}{2}, -1-y_0)=(\dfrac{x_0y_0}{2(1-y_0)}, -1-y_0)$.

因为 $\overrightarrow{MO}=(-\dfrac{x_0}{2}, -y_0)$， …………12 分

所以 $\overrightarrow{MD}\bullet\overrightarrow{MO}=\dfrac{x_0y_0}{2(1-y_0)}\times(-\dfrac{x_0}{2})+y_0(1+y_0)$ …………13 分

$$=-\frac{x_0^{\ 2}}{4}\times\frac{y_0}{(1-y_0)}+y_0(1+y_0).$$

因为$\frac{x_0^{\ 2}}{4}+y_0^{\ 2}=1$，所以$\frac{x_0^{\ 2}}{4}=1-y_0^{\ 2}$.

所以$\overrightarrow{MD}\bullet\overrightarrow{MO}=-(1-y_0^{\ 2})\times\frac{y_0}{1-y_0}+y_0(1+y_0)=0$.

因此$\overrightarrow{MD}\perp\overrightarrow{MO}$. …………15 分

所以点M在以OD为直径的圆上.

（20）（本小题 15 分）

解：（Ⅰ）令$f(x)=0$，得$x=\mathrm{e}$.

故$f(x)$的零点为e. ……………1 分

$$f'(x)=\frac{(-\frac{1}{x})\cdot x^2-(1-\ln x)\cdot 2x}{(x^2)^2}=\frac{2\ln x-3}{x^3}\ （x>0）.$$ ………3 分

令 $f'(x)=0$，解得 $x=\mathrm{e}^{\frac{3}{2}}$. ………4 分

当x变化时，$f'(x)$，$f(x)$的变化情况如下表：

$f(x)$	$(0,\mathrm{e}^{\frac{3}{2}})$	$\mathrm{e}^{\frac{3}{2}}$	$(\mathrm{e}^{\frac{3}{2}},+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘		↗

所以 $f(x)$的单调递减区间为$(0,\mathrm{e}^{\frac{3}{2}})$，单调递增区间为$(\mathrm{e}^{\frac{3}{2}},+\infty)$. …………6 分

（Ⅱ）令$g(x)=\frac{\ln x}{x}$.

则 $g'(x)=\dfrac{\frac{1}{x}\cdot x-1\cdot\ln x}{x^2}=\dfrac{1-\ln x}{x^2}=f(x)$. ………7 分

因为 $f(\frac{1}{2})=4+4\ln 2>4+4\times\frac{1}{2}=6$, ………8 分

且由（Ⅰ）得，$f(\mathrm{e})=0$，$f(x)$ 在 $(0,\mathrm{e})$ 内是减函数，

所以 存在唯一的 $x_0\in(\frac{1}{2},\mathrm{e})$，使得 $g'(x_0)=f(x_0)=6$. ………9 分

所以 曲线 $y=\dfrac{\ln x}{x}$ 存在斜率为 6 的切线. ………10 分

当 $x\in[\mathrm{e},+\infty)$ 时，$f(x)\le 0$.

所以 曲线 $y=\dfrac{\ln x}{x}$ 存在以 $(x_0,g(x_0))$ 为切点，斜率为 6 的切线………11 分

由 $g'(x_0)=\dfrac{1-\ln x_0}{x_0^2}=6$ 得：$\ln x_0=1-6x_0^2$. ………12 分

所以 $g(x_0)=\dfrac{\ln x_0}{x_0}=\dfrac{1-6x_0^2}{x_0}=\dfrac{1}{x_0}-6x_0$. ………13 分

因为 $x_0>\dfrac{1}{2}$， 所以 $\dfrac{1}{x_0}<2$，$-6x_0<-3$.

所以 $y_0=g(x_0)<-1$. ………………15 分

解：（Ⅰ）由题意 a_{ij} 为首项为 $3i+1$ 且公差为 $2i+1$ 的等差数列的第 j 项

$a_{51}=3\times 5+1=16$，$d=2\times 5+1=11$，$a_{53}=a_{51}+2d=38$. …………4 分

（Ⅱ）$a_{i1}=3i+1$，公差 $d=2i+1$，

$a_{ij}=3i+1+(2i+1)(j-1)=i+2ij+j$， …………6 分

$a_{j1}=3j+1$，公差 $d=2j+1$，$a_{ji}=3j+1+(2j+1)(i-1)=i+2ij+j$，

故 $a_{ij}=a_{ji}$. …………7 分

（III）①若 s 在 A 中，由（II）可知，存在 $i,j\in N^*$，使得 $s=i+2ij+j$.

$2s+1=2i+4ij+2j+1=(2i+1)(2j+1)$，所以 $2s+1$ 不是素数. …………10 分

②若 s 不在 A 中，反证法：假设 $2s+1$ 为合数.

不妨令 $2s+1=ab$，这里 a，b 皆为大于 1 的奇数（这是因为 $2s+1$ 为奇数）.

令 $a=2p+1$，$b=2q+1$（其中 p,q 为正整数），

则 $2s+1=(2p+1)(2q+1)=2[2pq+p+q]+1$.

由（2）得 A 中数的通项公式 $a_{ij}=2ij+i+j$，可知 $s=2pq+p+q$ 在 A 中，

这与已知矛盾，所以假设不成立，从而 $2s+1$ 为素数. …………15 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。