

绝密★启用前

2021 届高三期末预热联考

文数试卷

本试卷共 4 页, 23 题(含选考题)。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

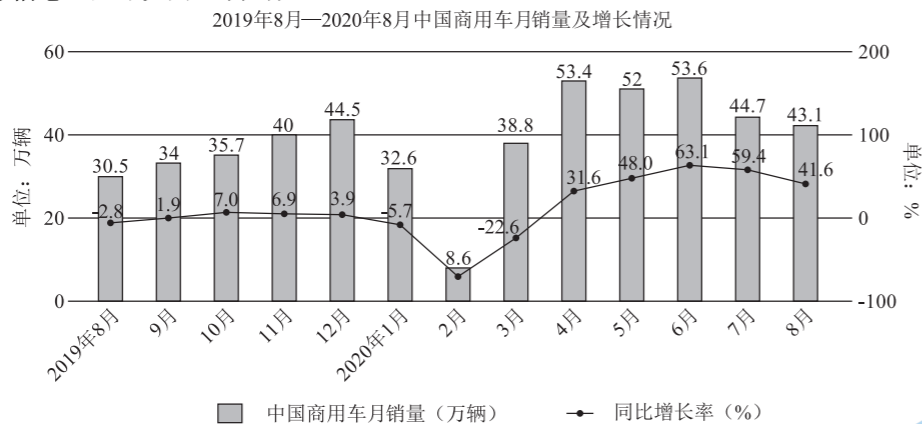
注意事项:

1. 答题前, 先将自己的姓名、考号等填写在试题卷和答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答: 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 填空题和解答题的作答: 用签字笔直接写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答: 先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用 2B 铅笔涂黑。答案写在答题卡上对应的答题区域内, 写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域无效。
5. 考试结束后, 请将本试题卷和答题卡一并上交。

第 I 卷

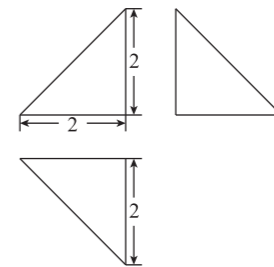
一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{x \in \mathbf{R} | 0 < x \leq 2020\}$, $N = \{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 $M \cap N$ 中元素的个数为
A. 2020 B. 2021 C. 3 D. 1010
2. 已知复数 $z = (i-2)i - 3i^3$, 则 $|z| =$
A. $\sqrt{26}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 1
3. 下图是 2019 年 8 月至 2020 年 8 月中国商用车月销量及增长情况统计图, 则关于这 13 个月的统计信息, 下列说法正确的是



- (注: 同比指的是与上一年同期相比较)
- A. 各月商用车销量的中位数是 8.6 万辆
 - B. 各月商用车的平均销量不超过 34 万辆
 - C. 与上一年同期相比, 2020 年 2 月至 4 月的月销量均为正增长
 - D. 2020 年 4 月至 8 月的商用车月销量都超过了 2019 年商用车的同期月销量
4. 曲线 $x^2 + y^2 - 2y = 0$ 上的点到直线 $l: x + y + \sqrt{2} - 1 = 0$ 的距离的最大值等于
A. 2 B. 3 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3} - 1$
 5. 已知 $0 < x < \frac{\pi}{3}$, $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 则 $\sin x =$
A. $\frac{3-\sqrt{6}}{6}$ B. $\frac{2+\sqrt{6}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{6}$

6. 已知在平面内, A, B 是两个不同的定点, C 是动点, $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}|^2$, 则点 C 的轨迹是
A. 圆 B. 椭圆 C. 抛物线 D. 直线
7. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = \sqrt{2}$, $BC = \sqrt{3}$, $CA = 2$, 则 $\triangle ABC$ 外接圆的面积为
A. $\frac{23\pi}{16}$ B. $\frac{23\pi}{24}$ C. $\frac{24\pi}{23}$ D. $\frac{16\pi}{23}$
8. 已知直线 $l_1, l_2, l_1 \perp l_2$ 于点 $H, A \in l_1$ 且 $|AH| = 36, B \in l_2$, 点 M 在线段 AB 的垂直平分线上且 $MB \perp l_2$, 则 $|MA|$ 的最小值为
A. 9 B. 18 C. 36 D. 72
9. 中国是发现和研究勾股定理最古老的国家之一, 中国古代数学家称直角三角形为勾股形, 较短的直角边称为勾, 另一直角边称为股, 斜边称为弦, 所以勾股定理也称为勾股弦定理. 如果一个勾股形的“勾”“股”“弦”都是整数, 其中“勾”等于 11, 那么这个勾股形的周长等于
A. 40 B. 84 C. 90 D. 132
10. 已知某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的内切球的半径等于



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$
11. 已知 $a = 0.75, b = 2\log_5 2, c = \frac{1}{2}\log_2 3$, 则 a, b, c 的大小关系是
A. $a < c < b$ B. $a < b < c$ C. $b < a < c$ D. $c < b < a$
12. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的可导函数, 且满足 $xf'(x) > (x+1)f(x)$, 则
A. $f(3) < f(2)$ B. $2ef(3) < 3f(2)$ C. $2f(3) > 3ef(2)$ D. $2f(3) < 3ef(2)$

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22~23 题为选考题, 考生根据要求作答。

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分。

13. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{7} = 1 (a > 0)$ 的实轴长为 6, 则该双曲线的离心率为 _____。
 14. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+1 \geq 0, \\ 0 \leq y+1 \leq 3, \\ x+y-2 \leq 0, \end{cases}$ 则 $3x-2y$ 的取值范围是 _____。
 15. 已知函数 $f(x) = \sin\left(x + \frac{5\pi}{2}\right) + \frac{5}{\cos(x-3\pi)}$, 则 $f(x)$ 的值域为 _____。
 16. 有一个空心球体, 其外球面外接于底面半径等于 1、母线长等于 3 的圆锥, 空心球体的内壁面是球面, 且内壁面内切于上述圆锥, 则这个空心球体的体积等于 _____。
- 三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。
17. (本小题满分 12 分)
已知数列 $\{a_n\}$ 是公差不为 0 的等差数列, a_2, a_4, a_5 成等比数列, $a_3 = 6$.
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 求数列 $\{|a_n|\}$ 的前 20 项和 T_{20} .

18. (本小题满分 12 分)

某学校高三理科实验班共计 40 名学生,在复习备考中进行了 8 次模拟考试,将每个学生 8 次考试的数学平均分、物理平均分制成茎叶图如图所示. 数学满分 150 分,成绩达到或超过 120 分认为是良好的;物理满分 120 分,成绩达到或超过 96 分认为是良好的. 已知数学成绩良好的学生中,恰好有 4 人物理成绩不良好.

数学平均分	物理平均分
	7 9 5
	8 9 7 7 6
8	9 9 8 8 7 7 6 6 5 4 3 2
7 5 5	10 9 9 8 8 7 7 6 6 5 4 2 0
7 6 6 5 3 2	11 9 8 7 6 5 3 2 1 0
9 8 6 6 6 6 5 5 3 3 2 1	12 0 0
8 7 5 5 4 4 3 3 2 2 0 0	13
7 5 4 3	14
0 0	15

- (1) 求全班学生数学成绩的众数、中位数、平均数;
 (2) 请填写如下列联表,并判断是否有 99.5% 的把握认为学生物理成绩良好与数学成绩良好有关?

物理 \ 数学	良好	不良好	合计
良好			
不良好			
合计			

(3) 在物理成绩不良好的学生中按照数学成绩是否良好,采用分层抽样的方法抽取 5 名学生,再从这 5 名学生中抽取两名进行数学基础是否对物理学习有影响的深度访谈,求被抽到的两名学生恰好有一名数学成绩良好的概率.

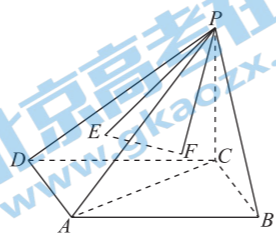
附:参考公式及数据: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+c)(b+d)(a+b)(c+d)}$, $n = a+b+c+d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19. (本小题满分 12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $ABCD$ 是菱形, E, F 分别是 $\triangle PAD, \triangle PAB$ 的重心,平面 $PCD \perp$ 平面 $ABCD$,平面 $PBC \perp$ 平面 $ABCD$.

- (1) 求证: $EF \parallel$ 平面 $ABCD$;
 (2) 求证: 平面 $PEF \perp$ 平面 PAC .



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 以椭圆 C 的顶点为顶点的四边形面积等于 $2\sqrt{2}$.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
 (2) 已知 A 是椭圆 C 的左顶点, F 是椭圆 C 的右焦点, P 是在 x 轴上方的椭圆 C 上的点, 点 Q 在直线 $l: x = 2$ 上, 以 PQ 为直径的圆经过点 F , 且 $|PF| = |QF|$, 求 $\triangle APQ$ 外接圆圆心的坐标.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2$.

- (1) 当 $a = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上的值域;
 (2) 探究: 经过点 $P(0, 1)$ 有多少条直线与曲线 $y = f(x)$ 相切.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

已知平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程是 $\begin{cases} x = \sqrt{3} \cos \alpha \\ y = \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数), 曲线 C_2 的

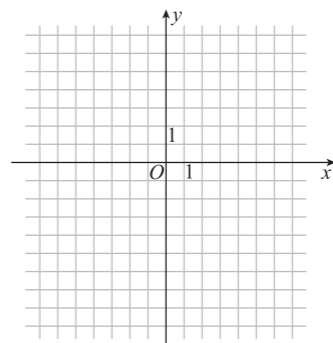
参数方程是 $\begin{cases} x = \frac{t}{2} + \frac{1}{2t} \\ y = \frac{t}{2} - \frac{1}{2t} \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

- (1) 求曲线 C_1, C_2 的交点的极坐标;
 (2) 求以曲线 C_1, C_2 的交点为顶点的四边形的各边的极坐标方程.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = 2|x-1| - |x+1|$.

(1) 在答题卡所给出的网格坐标系中作出函数 $f(x)$ 的图象(不要求写作法), 并直接写出函数 $f(x)$ 的最小值;



(2) 已知函数 $g(x) = |x+a| - 2|x-a|$, 若存在 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ 使 $f(x_1) + 5 = g(x_2)$, 求实数 a 的取值范围.