

2021 北京一零一中高二（下）期中

数 学

（本试卷满分 120 分，考试时间 100 分钟）

命题：高二数学备课组 审稿：张燕菱

一、选择题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 一个首项为 23，公差为整数的等差数列，从第 7 项开始为负数，则它的公差是（ ）
A. -2 B. -3 C. -4 D. -6
2. 等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q=2$ ，前 n 项和为 S_n ，则 $\frac{S_5}{a_2} =$ （ ）
A. 2 B. 4 C. $\frac{7}{2}$ D. $\frac{31}{2}$
3. 下列函数中，在 $(0, +\infty)$ 上为增函数的是（ ）
A. $f(x) = \sin 2x$ B. $f(x) = xe^x$
C. $f(x) = x^3 - x$ D. $f(x) = -x + \ln x$
4. 函数 $f(x) = x^2 \ln x$ 的最小值为（ ）
A. $-\frac{1}{e}$ B. $\frac{1}{e}$ C. $-\frac{1}{2e}$ D. $\frac{1}{2e}$
5. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ，则“ $a^2 - 3b > 0$ ”是“ $f(x)$ 有三个不同的零点”的（ ）
A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. 函数 $f(x) = 3\sin x + 4\cos x$ 的图像在点 $T(0, f(0))$ 处的切线 l 与坐标轴围成的三角形面积等于（ ）
A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{7}{3}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{4}{3}$
7. 若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n = (-1)^n (3n - 2)$ ，则 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} =$ （ ）
A. 15 B. 12 C. -12 D. -15
8. 若数列 $\{a_n\}$ 的 n 项和为 S_n 且 $S_n = 2a_n + 1$ ， $n \in N^*$ ，则下列说法不正确的是（ ）
A. $a_5 = -16$ B. $S_5 = -63$

C. 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列 D. 数列 $(S_n - 1)$ 是等比数列

9. 已知函数 $f(x) = \ln x - ax + 1$ 恰有两个零点, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, 1)$ B. $(0, +\infty)$ C. $(0, 1)$ D. $(0, 1]$

10. 已知函数 $f(x) = x + ax + b$, 其中 $a, b \in \mathbf{R}$, 则下列选项中的条件使得 $f(x)$ 仅有一个零点的有 ()

A. $a < b$, $f(x)$ 为奇函数 B. $a = \ln(b^2 + 1)$

C. $a = -3, b - 4 \geq 0$ D. $a = -1, b = \frac{1}{3}$

二、填空题共 5 小题。每小题 5 分, 共 25 分。

11. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的 n 项和为 S_n , 若 $a = -3, S_5 = -10$, 则 $a_5 =$ _____ ; S_5 的最小值为_____.

12. 设数列 $\{a_n\}$ 为等比数列, 其公比为 q , 已知 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 3, a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = 48$, 则 $\frac{a_1}{1 - q} =$ _____.

13. 已知 x 轴为函数 $f(x) = x^3 + ax + \frac{1}{4}$ 的图像的一条切线, 则实数 a 的值为_____.

14. 已知定义在区间 $(-\pi, \pi)$ 上的函数 $f(x) = x \sin x + \cos x$, 则 $f(x)$ 的单调递增区间是_____.

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x \ln x, & x > a, \\ -x^2 + 2x - 3, & x \leq a, \end{cases}$ 其中 $a > 0$. 如果对于任意 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 且 $x_1 < x_2$, 都有

$f(x_1) < f(x_2)$, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题共 4 小题, 共 45 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

16. (本小题 10 分)

已知公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = 1$, 且 a_1, a_2, a_6 成等比数列。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_n \cdot a_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的 n 项和为 S_n .

17. (本小题 10 分)

在① $S_2 = 64$, $q < 0$; ② $S_3 = 96$; ③ $S_1 = \frac{128}{3}$ 这三个条件中任选一个, 补充在下面的问题中.

设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 前 n 项和为 S_n 前 n 项积为 T_n , $n \in N^*$, 满足_____, 且 $S_4 = 80$. 问 T_n 是否存在最大值? 若存在, 求出 n 的值; 若不存在, 请说明理由.

18. (本小题 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x} - ax$, 曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线经过点 $(2, -1)$.

(1) 求实数 a 的值;

(2) 设 $b > 1$, 求 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{1}{b}, b\right]$ 上的最大值和最小值.

19. (本小题 13 分)

已知函数 $f(x) = \ln x + ax^2 + (2a+1)x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $a < 0$ 时, 证明 $f(x) \leq -\frac{3}{4a} - 2$;

(3) 若不等式 $f(x) > 0$ 恰有两个整数解, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯