

辽宁 2022—2023 学年度高考适应性测试  
数 学 试 题

北京高考在线  
www.gkzxx.com

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟,满分 150 分

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设  $i$  是虚数单位,若复数  $a + \frac{2i}{1-i}$  ( $a \in \mathbf{R}$ ) 是纯虚数,则  $a =$

- A. -1                      B. 1                      C. -2                      D. 2

2. 已知集合  $A = \left\{ x \mid y = \frac{1}{\sqrt{1-2^x}} \right\}$ ,  $B = \{ x \mid y = \log_2(x-1) \}$ , 则  $A \cup B =$

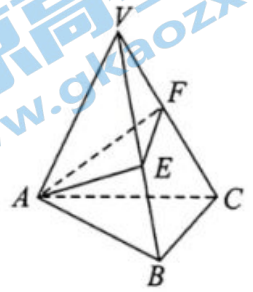
- A.  $(0, +\infty)$                       B.  $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$   
C.  $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$                       D.  $\mathbf{R}$

3. 函数  $f(x) = \ln(mx+3)$  在  $(-\infty, 1]$  上单调递减的充分必要条件是

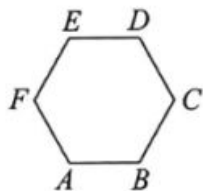
- A.  $-4 < m < -2$                       B.  $-3 < m < 0$   
C.  $-4 < m < 0$                       D.  $-3 < m < -1$

4. 如图,在三棱锥  $V-ABC$  中,  $VA = VB = VC = 8$ ,  $\angle AVB = \angle AVC = \angle BVC = 30^\circ$ , 过点  $A$  作截面  $AEF$ , 则  $\triangle AEF$  周长的最小值为

- A.  $6\sqrt{2}$   
B.  $6\sqrt{3}$   
C.  $8\sqrt{2}$   
D.  $8\sqrt{3}$

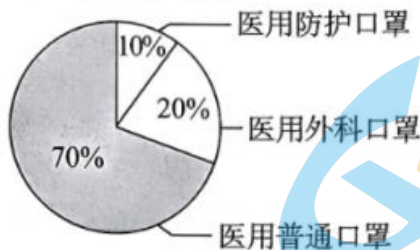


5. 蜜蜂的巢房是令人惊叹的神奇天然建筑物.巢房是严格的六角柱状体,它的一端是平整的六角形开口,另一端是封闭的六角菱形的底,由三个相同的菱形组成.巢中被封盖的是自然成熟的蜂蜜.如图是一个蜂巢的正六边形开口  $ABCDEF$ , 下列说法正确的是



- A.  $\vec{AC} - \vec{AE} = \vec{BF}$                       B.  $\vec{AC} + \vec{AE} = \frac{1}{2}\vec{AD}$   
C.  $\vec{AD} \cdot \vec{AB} = \vec{AD} \cdot \vec{DE}$                       D.  $\vec{AD}$  在  $\vec{AB}$  上的投影向量为  $\vec{AB}$

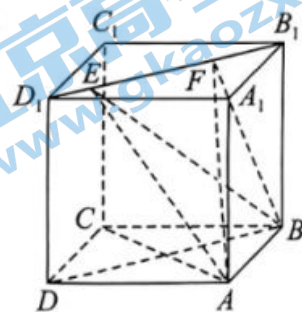
6. 某医用口罩生产厂家生产医用普通口罩、医用外科口罩、医用防护口罩三种产品, 三种产品的生产比例如图所示, 且三种产品中绑带式口罩的比例分别为  $90\%$ ,  $50\%$ ,  $40\%$ . 若从该厂生产的口罩中任选一个, 则选到绑带式口罩的概率为



- A. 0.23                      B. 0.47                      C. 0.53                      D. 0.77
7. 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $PA=BC=4$ ,  $PB=AC=5$ ,  $PC=AB=\sqrt{11}$ , 则三棱锥  $P-ABC$  的外接球的表面积为
- A.  $26\pi$                       B.  $12\pi$                       C.  $8\pi$                       D.  $24\pi$
8. 已知实数  $a, b, c \in (0, e)$ , 且  $3^a = a^3$ ,  $4^b = b^4$ ,  $5^c = c^5$ , 则
- A.  $c < b < a$                       B.  $b < c < a$                       C.  $a < c < b$                       D.  $a < b < c$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 已知函数  $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ , 下列结论正确的是
- A.  $f(x)$  的最小正周期为  $2\pi$
- B.  $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$  是  $f(x)$  的最大值
- C. 把函数  $y = 2\sin x$  的图象上所有点向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度, 可得到函数  $y = f(x)$  的图象
- D.  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  时,  $f(x)$  的最小值为  $-2$ ,  $f(x)$  的最大值为  $1$
10. 如图, 正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 1, 线段  $B_1D_1$  上有两个动点  $E, F$ , 且  $EF = \frac{1}{2}$ , 则下列结论中正确的是
- A.  $AC \perp BE$
- B.  $EF \parallel$  平面  $ABCD$
- C. 三棱锥  $A-BEF$  的体积为定值
- D.  $\triangle AEF$  的面积与  $\triangle BEF$  的面积相等



11. 瑞士数学家欧拉 (Leonhard Euler) 1765 年在其所著的《三角形的几何学》一书中提出: 任意三角形的外心、重心、垂心在同一条直线上, 后人称这条直线为欧拉线. 已知  $\triangle ABC$  的顶点  $A(-4, 0)$ ,  $B(0, 4)$ , 其欧拉线方程为  $x - y + 2 = 0$ , 则顶点  $C$  的坐标可以是
- A.  $(2, 0)$                       B.  $(0, 2)$                       C.  $(-2, 0)$                       D.  $(0, -2)$
12. 定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数  $f(x)$  满足  $f(2-x) = f(2+x)$ , 且当  $x \in [0, 2]$  时,  $f(x) = \begin{cases} e^x - 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ x^2 - 4x + 4, & 1 < x \leq 2. \end{cases}$  若关于  $x$  的不等式  $m|x| \leq f(x)$  的整数解有且仅有 9 个, 则实数  $m$  的取值可以是
- A.  $\frac{e-1}{6}$                       B.  $\frac{e-1}{7}$                       C.  $\frac{e-1}{8}$                       D.  $\frac{e-1}{9}$

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 在  $(1-x)^7 + (1-x)^8$  的展开式中,含  $x^3$  的项的系数是\_\_\_\_\_.

14. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $na_{n+1} - (n+1)a_n = 1 (n \in \mathbf{N}^*)$ ,  $a_3 = 2$ , 则  $a_{2023} =$ \_\_\_\_\_.

15. 若关于  $x$  的不等式  $\frac{4x}{a} + \frac{1}{x-2} \geq 4$  对任意  $x > 2$  恒成立,则正实数  $a$  的取值集合为\_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x), g(x)$  的定义域均为  $\mathbf{R}$ ,  $f(x+1)$  是奇函数,且  $f(1-x) + g(x) = 2, f(x) + g(x-3) = 2$ , 则下列结论正确的是\_\_\_\_\_. (只填序号)

- ①  $f(x)$  为偶函数    ②  $g(x)$  为奇函数    ③  $\sum_{k=1}^{20} f(k) = 40$     ④  $\sum_{k=1}^{20} g(k) = 40$

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分) 在锐角  $\triangle ABC$  中,角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 从条件①:  $\frac{\sqrt{3} \sin A - \cos A}{\sqrt{3} \sin A + \cos A} = \frac{1}{2}$ , 条件

②:  $2a \cos A - b \cos C = c \cos B$  这两个条件中选择一个作为已知条件.

(1) 求角  $A$  的大小;

(2) 若  $a = 2$ , 求  $\triangle ABC$  周长的取值范围.

18. (12 分) 已知  $\{a_n\}$  为单调递增数列,  $S_n$  为其前  $n$  项和,  $2S_n = a_n^2 + n$ .

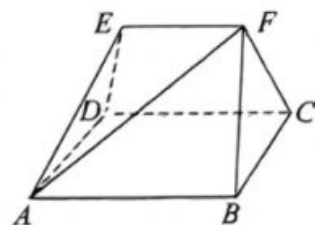
(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 若  $b_n = \frac{a_{n+2}}{2^{n+1} \cdot a_n \cdot a_{n+1}}$ ,  $T_n$  为数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和, 证明:  $T_n < \frac{1}{2}$ .

19. (12 分) 刍甍(chú méng)是中国古代数学书中提到的一种几何体,《九章算术》中对其有记载:“下有袤有广,而上有袤无广”,可翻译为:“底面有长有宽为矩形,顶部只有长没有宽为一条棱.”,如图,在刍甍  $ABCDEF$  中,四边形  $ABCD$  是正方形,平面  $BAE$  和平面  $CDE$  交于  $EF$ .

(1) 求证:  $AB \parallel EF$ ;

(2) 若平面  $CDE \perp$  平面  $ABCD$ ,  $AB = 4, EF = 2, ED = FC, AF = 3\sqrt{3}$ , 求平面  $ADE$  和平面  $BAE$  所成角余弦值的绝对值.



20.(12分)甲、乙两地教育部门到某师范大学实施“优才招聘计划”，即通过对毕业生进行笔试，面试，模拟课堂考核这3项程序后直接签约一批优秀毕业生，已知3项程序分别由3个考核组独立依次考核，当3项程序均通过后即可签约。去年，该校数学系130名毕业生参加甲地教育部门“优才招聘计划”的具体情况如下表(不存在通过3项程序考核放弃签约的情况)。

性别 \ 人数	参加考核但未能签约的人数	参加考核并能签约的人数
男生	45	15
女生	60	10

今年，该校数学系毕业生小明准备参加两地的“优才招聘计划”，假定他参加各程序的结果相互不影响，且他的辅导员作出较客观的估计：小明通过甲地的每项程序的概率均为 $\frac{1}{2}$ ，通过乙地的各项程序的概率依次为 $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}, m$ ，其中 $0 < m < 1$ 。

(1)判断是否有90%的把握认为这130名毕业生去年参加甲地教育部门“优才招聘计划”能否签约与性别有关；

(2)若小明能与甲、乙两地签约分别记为事件 $A, B$ ，他通过甲、乙两地的程序的项数分别记为 $X, Y$ 。当 $E(X) > E(Y)$ 时，证明： $P(A) > P(B)$ 。

参考公式与临界值表： $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ,  $n = a + b + c + d$ 。

$\alpha$	0.10	0.05	0.025	0.010
$\chi_\alpha$	2.706	3.841	5.024	6.635

21.(12分)已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右顶点分别为 $A, B$ ，上顶点为 $T$ ，离心率为

$\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ， $\vec{AT} \cdot \vec{TB} = 8$ ，点 $M, N$ 为椭圆 $C$ 上异于 $A, B$ 的两点，直线 $AM, BN$ 相交于点 $P$ 。

(1)求椭圆 $C$ 的方程；

(2)若点 $P$ 在直线 $x = \frac{9}{2}$ 上，求证：直线 $MN$ 过定点。

22.(12分)已知函数 $f(x) = a \left( \frac{\ln x}{x} + 1 \right)$ 。(其中 $a$ 为非零实数)

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性；

(2)若函数 $g(x) = e^x - f(x)$ ( $e$ 为自然对数的底数)有两个零点 $x_1, x_2$ ，求证： $x_1 x_2 > e^{2-(x_1+x_2)}$ 。

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯