2018 北京市昌平区高一（上）期末

数　　学

（满分 150 分，考试时间 120 分钟）

2018.1

考生须知：

1．　本试卷共 6 页，分第 I 卷选择题和第 II 卷非选择题两部分。

2．　答题前考生务必将答题卡上的学校、班级、姓名、考试编号用黑色字迹的签字笔填写。

3．　答题卡上第 I 卷(选择题)必须用 2B 铅笔作答，第 II 卷(非选择题)必须用黑色字迹的签字笔作答，作图时可以使用 2B 铅笔。请按照题号顺序在各题目的答题区内作答，未在对应的答题区域内作答或超出答题区域作答的均不得分。

4．　修改时，选择题部分用塑料橡皮擦涂干净，不得使用涂改液。保持答题卡整洁，不要折叠、折皱、破损。不得在答题卡上做任何标记。

5．　考试结束后，考生务必将答题卡交监考老师收回，试卷自己妥善保存。

第 I 卷（选择题　共 50 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

(1) 设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{3,4\}$，$B=\{2,4,5\}$，则 $\complement_U A\cap B=$

(A) $\{1,2,4,5,6\}$　　(B) $\{2,3,4,5\}$　　(C) $\{2,5\}$　　(D) $\{1,6\}$

(2) 已知角 θ 的终边经过点 $(4,-3)$，则 $\cos\theta$ 的值是

(A) $\frac{4}{5}$　　(B) $-\frac{3}{5}$　　(C) $-\frac{4}{5}$　　(D) $\frac{3}{5}$

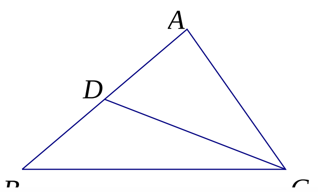
(3) 已知向量 $\boldsymbol{a}=(m,-1)$，$\boldsymbol{b}=(2,4)$，若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 m 的值为

(A) $\frac{1}{2}$　　(B) 2　　(C) $-\frac{1}{2}$　　(D) -2

(4) 设函数 $f(x)=a^{|x|}(a>0,a\neq 1)$，且 $f(2)=4$. 则下列结论正确的是

(A) $f(-1)>f(-2)$　　(B) $f(1)>f(2)$　　(C) $f(2)<f(-2)$　　(D) $f(-3)>f(-2)$

(5) 如图所示，D 是 ΔABC 的边 AB 的中点，则向量 $\overrightarrow{CD}=$



（A） $-\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$　　（B） $-\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

（C） $\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$　　（D） $\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

(6) 已知 α,β 都是锐角，若 $\sin\alpha>\cos\beta$，则下列结论正确的是

（A） $\alpha+\beta>\frac{\pi}{2}$　　（B） $\alpha+\beta<\frac{\pi}{2}$

（C） $\alpha-\beta>\frac{\pi}{2}$　　（D） $\alpha-\beta$ 与 $\frac{\pi}{2}$ 大小关系不确定

(7) 中国民间流传着有关阳历月份天数的口诀：“一三五七八十腊，三十一天永不差；四六九冬三十日，平年二月二十八，闰年二月把一加.”『腊』指十二月，『冬』指十一月. 2017 年 3 月 15 日为星期三，记作：$f(170315)=$ 三. 已知 $f(171111)=$ 六，则 $f(171212)=$

（A）六　　（B）日　　（C）一　　（D）二

(8) 对于函数 $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$，下列命题

①函数图象关于直线 $x=-\frac{\pi}{12}$ 对称；

②函数图象关于点 $(\frac{5\pi}{12},0)$ 对称；

③函数图象可看作是把 $f(x)=\sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位而得到；

④函数图象可看作是把 $f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{6})$ 的图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ （纵坐标不变）而得到.

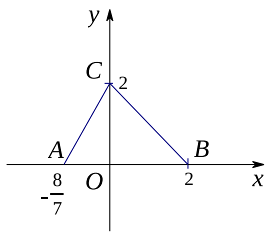
其中正确命题的个数是

（A） 0　　（B） 1　　（C） 2　　（D） 3

(9) 函数 $f(x)=2^x\left|\lg x\right|-1$ 的零点的个数为（　　　　）

（A） 1　　（B） 2　　（C） 3　　（D） 4

(10) 如图，函数 $f(x)$ 的图象为折线 ACB， $g(x)=2^{x-1}$. 令函数 $H(x)=\min\{f(x),g(x)\}$，其中 $\min\{x_1,x_2\}$ 表示 x_1,x_2 这两个数中最小的数. 则 $H(x)$ 取最大值时对应的 x 的值为



（A）-1　　（B）0　　（C）1　　（D）2

第二卷（非选择题　共 100 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

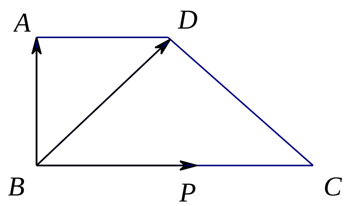
（11）已知 $A(4,-3),B(-2,1)$，则 $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=$________ .

（12）已知 $\tan\alpha=2$，则 $\dfrac{5\cos\alpha-\sin\alpha}{\sin\alpha+2\cos\alpha}=$_____________ .

（13）$3^{-2},2^{0.9},\log_2 5$ 三个数中最大的数是_____________ .

（14）在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 与角 β 均以 Ox 为始边，它们的终边关于原点对称. 若 $\cos\alpha=-\frac{2}{3}$，则 $\cos\beta=$____________ .

（15）如图，在直角梯形 $ABCD$ 中，$AD\,//\,BC, AB=AD=1, BC=2,$ 点 P 是梯形 $ABCD$ 边上的动点，沿着 $A\to B\to C\to D\to A$ 方向运动. 则 $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{BA}=$________ ；$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{BP}$ 的取值范围是________.



（16）已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x+6, & x\le 2\\ 3+\log_a x, & x>2\end{cases}$ $(a>0,a\ne 1)$. 若 $f(9)=5$，则 $a=$_____ ；若 $f(x)$ 的值域是 $[4,+\infty)$，则实数 a 的取值范围是________.

三、解答题共 5 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

（17）（本小题满分 13 分）

已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x|-4\le x\le 2\}$，$B=\{x|-1<x<3\}$，$C=\{x|x\ge a,a\in\mathbf{R}\}$.

（I）　求 $A\cap B$, $\complement_U A\cup B$；

（II）　若 $(A\cup B)\cap C=\phi$，求 a 的取值范围.

(18)（本小题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=\sin 2x+2\cos^2 x-1$

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的最小正周期；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

（III）求函数 $f(x)$ 在 $\left[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{6}\right]$ 上的最大值和最小值.

(19)（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=ax^2-(a+2)x+1(a\in\mathbf{R})$，且 $f(-1)=f(3)$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的最值；

（Ⅱ）设 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}+4$. 判断函数 $g(x)$ 的奇偶性，并证明.

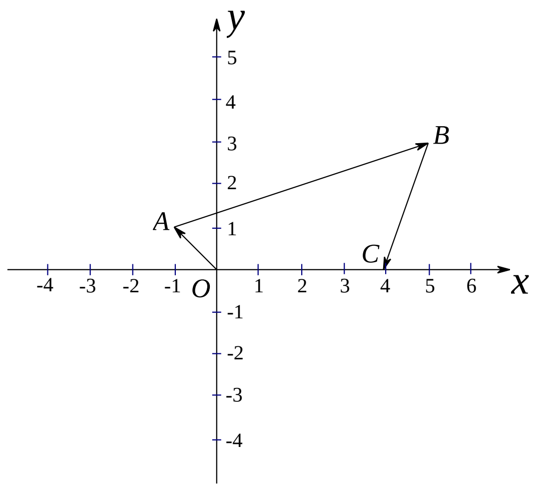
(20)（本小题满分 15 分）

如图，已知 $A(-1,1),\ B(5,3),\ C(4,0)$.

（Ⅰ）求 $\cos\langle\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\rangle$；

（Ⅱ）若 $\overrightarrow{OA}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{BC}(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$，求 $\dfrac{\lambda}{\mu}$ 的值；

（III）设点 $P(m,-m)$，若 P,B,C 三点共线，求 m 的值.

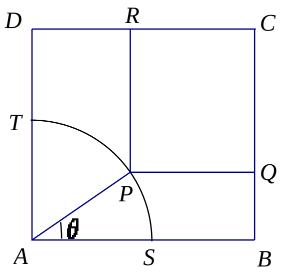


(21)（本小题满分 15 分）

如图，$ABCD$ 是一块边长为1的正方形地皮，其中 AST 是一占地半径为 $r(0<r\le 1)$ 的扇形小山，其余部分为平地，开发商想在平地上建一个矩形停车场，使矩形一顶点 P 落在 ST 上，相邻两边 CQ,CR 落在正方形 $ABCD$ 的边 BC,CD 上. 设 $\angle SAP=\theta(0\le\theta\le\dfrac{\pi}{2})$，记停车场 $PQCR$ 的面积为 $f(\theta)$.

（I）求 $f(\theta)$；

（II）记 $f(\theta)$ 的最大值为 $g(r)$，求 $g(r)$。



数学试题答案

一、选择题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

题 号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
答 案	C	A	B	D	A	A	D	C	B	C

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

(11) $(-3,2)$　　(12) $\dfrac{3}{4}$

(13) $\log_2 5$　　(14) $\dfrac{2}{3}$

(15) 1；　$[0,2]$　　(16) 3；　$(1,2]$

（第一空 3 分，第二空 2 分）

三、解答题共 5 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

(17) (本小题满分 13 分)

解：(Ⅰ)　$A\cap B=\{x|-1<x\le 2\}$.　……………3 分

因为 $\complement_U A=\{x|x<-4 或 x>2\}$，　……………5 分

所以 $\complement_U A\cup B=\{x|x<-4 或 x>-1\}$.　……………8 分

(Ⅱ) 因为 $A\cup B=\{x|-4\le x<3\}$，　……………10 分

因为 $(A\cup B)\cap C=\phi$，$C=\{x|x\ge a, a\in \mathbf{R}\}$，

所以 $a\ge 3$.　……………13 分

(18) (本小题满分 14 分)

解：(Ⅰ) 因为 $f(x)=\sin 2x+2\cos^2 x-1$

$=\sin 2x+\cos 2x$

$=\sqrt{2}\sin(2x+\dfrac{\pi}{4})$ ，　……………3 分

所以函数 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$.　……………4 分

(II) 函数 $y=\sin x$ 的单调递增区间为 $[-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,\dfrac{\pi}{2}+2k\pi](k\in\mathbf{Z})$.

由 $-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x+\dfrac{\pi}{4}\le\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$

可得$-\dfrac{3\pi}{8}+k\pi\le x\le\dfrac{\pi}{8}+k\pi$.

所以函数 $f(x)$ 的单调递增区间为$[-\dfrac{3\pi}{8}+k\pi,\dfrac{\pi}{8}+k\pi](k\in\mathbf{Z})$. …………9 分

（III）因为$-\dfrac{\pi}{4}\le x\le\dfrac{\pi}{6}$,

所以$-\dfrac{\pi}{2}\le 2x\le\dfrac{\pi}{3}$.

所以$-\dfrac{\pi}{4}\le 2x+\dfrac{\pi}{4}\le\dfrac{7\pi}{12}$.

所以$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\le\sin(2x+\dfrac{\pi}{4})\le 1$.

所以$-1\le\sqrt{2}\sin(2x+\dfrac{\pi}{4})\le\sqrt{2}$

所以当$2x+\dfrac{\pi}{4}=-\dfrac{\pi}{4}$, 即$x=-\dfrac{\pi}{4}$时， $f(x)_{\min}=-1$；

当$2x+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}$, 即$x=\dfrac{\pi}{8}$时， $f(x)_{\max}=\sqrt{2}$. ……………14 分

(19) (本小题满分 13 分)

解：(I) (法一)

因为 $f(-1)=f(3)$，

所以函数 $f(x)$ 的对称轴为$x=\dfrac{-1+3}{2}=1$. ……………2 分

即$x=\dfrac{a+2}{2a}=1$.

所以$a=2$. ……………4 分

所以 $f(x)=2x^2-4x+1$.

因为$2>0$，开口向上，

所以函数 $f(x)$ 有最小值，最小值为 $f(1)=-1$. ……………6 分

(法二)

因为 $f(-1)=f(3)$，

所以$a\times(-1)^2-(a+2)\times(-1)+1=a\times 3^2-(a+2)\times 3+1$. ……………2 分

即：$a=2$. ……………4 分

所以 $f(x)=2x^2-4x+1$.

因为$2>0$，开口向上，

所以函数 $f(x)$ 有最小值，最小值为 $f(1)=-1$. ……………6 分

（II）函数 $g(x)=\dfrac{2x^2-4x+1}{x}+4=2x+\dfrac{1}{x}$， ……………8 分

所以函数 $g(x)$ 的定义域为 $\{x\,|\,x\neq 0, x\in\mathbf{R}\}$. ……………10 分

函数 $g(x)$ 为奇函数.，证明如下： ……………11 分

$$g(-x)=-2x+\frac{1}{-x}=-(2x+\frac{1}{x})=-g(x)，$$

所以 $g(x)$ 为奇函数. ……………13 分

(20)（本小题满分 15 分）

解：（Ⅰ）因为 $A(-1,1),\ B(5,3),\ C(4,0)$，

所以 $\overrightarrow{AB}=(6,2),\overrightarrow{BC}=(-1,-3)$. ……………2 分

所以 $\cos\langle\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\rangle=\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{BC}|}=\dfrac{-6-6}{2\sqrt{10}\times\sqrt{10}}=-\dfrac{3}{5}$. ……………5 分

（II）因为 $\overrightarrow{OA}=(-1,1)$， ……………6 分

因为 $\overrightarrow{OA}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{BC}(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$，

所以 $(-1,1)=\lambda(6,2)+\mu(-1,-3)$.

所以 $\begin{cases}-1=6\lambda-\mu\\1=2\lambda-3\mu\end{cases}$. ……………8 分

所以 $\begin{cases}\lambda=-\dfrac{1}{4}\\\mu=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

所以 $\dfrac{\lambda}{\mu}=\dfrac{1}{2}$. ……………10 分

（III）因为 P,B,C 三点共线，

不妨设 $\overrightarrow{BC}=k\overrightarrow{BP}(k\in\mathbf{R})$. ……………11 分

所以 $(-1,-3)=k(m-5,-m-3)$.

所以 $\begin{cases}-1=mk-5k\\-3=-mk-3k\end{cases}$. ……………13 分

所以 $\begin{cases}k=\dfrac{1}{2}\\m=3\end{cases}$.

所以 $m=3$. ……………15 分

(21)（本小题满分 15 分）

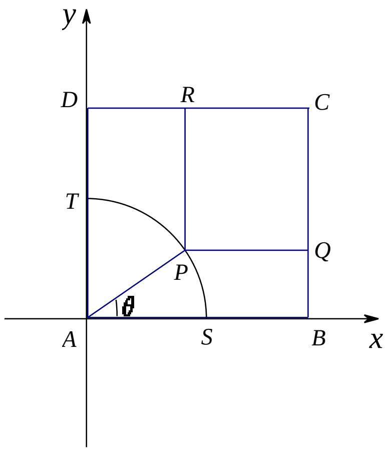
解：（I）如图，以 A 为原点，AB 所在直线为 x 轴建立平面直角坐标系

则 $P(r\cos\theta, r\sin\theta)$.　　　　　　　　　　……………2 分

所以 $|CQ| = 1 - r\sin\theta, |CR| = 1 - r\cos\theta$.　　　　　　　　……………4 分

所以停车场 $PQCR$ 的面积 $f(\theta) = (1 - r\sin\theta)(1 - r\cos\theta)$.

所以 $f(\theta) = 1 - r(\sin\theta + \cos\theta) + r^2\sin\theta\cos\theta (0 \le \theta \le \frac{\pi}{2})$.　　　……………7 分



（II）设 $t = \sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\sin(\theta + \frac{\pi}{4})$,

因为 $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$,

所以 $t \in [1, \sqrt{2}]$.　　　　　　……………9 分

所以 $f(\theta) = h(t) = 1 - rt + r^2 \times \frac{t^2 - 1}{2}$

$= \frac{1}{2}r^2t^2 - rt + 1 - \frac{r^2}{2}$.　　　　　　　　　　……………11 分

因为对称轴 $t = -\frac{-r}{2 \times \frac{1}{2}r^2} = \frac{1}{r}$,

因为 $0 < r \le 1$,

所以 $\frac{1}{r} \ge 1$.

所以当 $1 \le \frac{1}{r} \le \frac{1+\sqrt{2}}{2}$, 即 $2\sqrt{2} - 2 \le r \le 1$ 时,

$f(\theta)$ 的最大值为 $h(\sqrt{2}) = \frac{1}{2}r^2 - \sqrt{2}r + 1$;

当$\frac{1}{r}>\frac{1+\sqrt{2}}{2}$，即$0<r<2\sqrt{2}-2$时，

$f(\theta)$的最大值为$h(1)=1-r$.

所以$g(r)=\begin{cases}\frac{1}{2}r^2-\sqrt{2}r+1, & 2\sqrt{2}-2\le r\le 1\\ 1-r, & 0<r<2\sqrt{2}-2\end{cases}$.　　……………15分

【各题若有其它解法，请酌情给分】

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

http://www.gaokzx.com/

北京高考资讯微信：bj-gaokao