

北京市八一学校 2024 届初三年级 10 月阶段性练习

数学学科

班级_____姓名_____

一、选择题：(每题 2 分，共 16 分) 第 1—8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

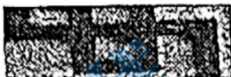
1. 一元二次方程 $5x^2 - 3x + 1 = 0$ 的二次项系数、一次项系数、常数项分别为 ()。

- A. 5, 3, 1 B. 5, -3, 1 C. 2, -3, 1 D. 5, 1, -3

2. “校园楼道中的数学文化”，下面是我们教室外楼道中的带有几何图案的几幅图片，其中可看作中心对称图形的是 ()



A.



B.



C.



D.

3. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = 2x^2 + 1$ 向下平移 3 个单位长度得到的抛物线为 ()

- A. $y = 2(x+3)^2 + 1$ B. $y = 2(x-3)^2 + 1$ C. $y = 2x^2 - 3$ D. $y = 2x^2 - 2$

4. 抛物线 $y = (x-2)^2 + 1$ 的顶点坐标是 ()

- A. (-2, -1) B. (-2, 1) C. (2, -1) D. (2, 1)

5. 将一元二次方程 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 配方转化为 $(x+a)^2 = b$ 的形式，下列结果中正确的是 ()

- A. $(x-3)^2 = 4$ B. $(x-6)^2 = 1$ C. $(x+3)^2 = 1$ D. $(x-6)^2 = 4$

6. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 100° ，得到 $\triangle ADE$ 。若点 D 在线段 BC 的延长线上，则 $\angle B$ 的大小为 ()

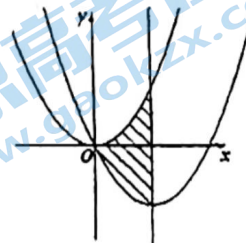
- A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°



7. 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 经过平移得到抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ ，

其对称轴与两段抛物线所围成的阴影部分的面积是 ()

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16



8. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = m(x-3)^2 + k$ 与 x 轴交于 $(a, 0)$ $(b, 0)$ 两点，

其中 $a < b$ ，将此抛物线向上平移，与 x 轴交于 $(c, 0)$ $(d, 0)$ 两点，其中 $c < d$ ，下列结论正确的是 ()

- A. 当 $m < 0$ 时， $a+b=c+d$ ， $b-a > d-c$ B. 当 $m < 0$ 时， $a+b > c+d$ ， $b-a < d-c$
 C. 当 $m > 0$ 时， $a+b=c+d$ ， $b-a > d-c$ D. 当 $m > 0$ 时， $a+b > c+d$ ， $b-a = d-c$

二、填空题：(每题 2 分，共 16 分)

9. 如果点 $A(6, -1)$ 与点 B 关于原点对称，那么点 B 的坐标是 _____。

10. 若点 $A(-1, y_1)$ ， $B(3, y_2)$ 在抛物线 $y = x^2 - 1$ 上，则 y_1 _____ y_2 (填“>”，“=”或“<”)。

11. 若 $x=2$ 是一元二次方程 $x^2 + ax - 2 = 0$ 的一个根，则 $a =$ _____。

12. 若二次函数 $y = kx^2 + 2x + 1$ 的图象与 x 轴没有交点，则 k 的取值范围是 _____。

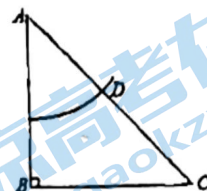
13. 关于 x 的一元二次方程 $ax^2+2bx+1=0$ 有两个相等的实数根, 写出一组满足条件的实数 a, b 的值:

$a=$ _____, $b=$ _____.

14. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=BC=3$, 点 D 在 AC 上, 且 $AD=2$,

将点 D 绕点 A 顺时针方向旋转, 使得点 D 的对应点 E 恰好落在 AB 边上, 则旋转角

的度数为 _____, CE 的长为 _____.



15. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 图象上部分点横坐标、纵坐标的对应值如下表:

x	...	0	1	2	3	4	...
y	...	-3	-4	-3	0	5	...

则该二次函数的图象与 x 轴的交点坐标为: _____.

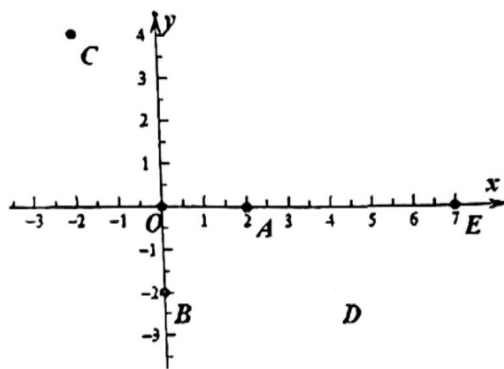
16. 如图, 在平面直角坐标系中, 有五个点 $A(2, 0)$, $B(0,$

$-2)$, $C(-2, 4)$, $D(4, -2)$, $E(7, 0)$, 将二次函数

$y=a(x-2)^2+m$ ($m \neq 0$) 的图象记为 W . 下列的判断中:

- ① 点 A 一定不在 W 上;
- ② 点 C, E 不可能同时在 W 上;
- ③ 点 B, C, D 可以同时都在 W 上.

所有正确结论的序号是 _____.



三、解答题: (共 68 分: 17 题 7 分; 18—21 题、23 题—24 题每题 5 分; 22 题、25 题—27 题每题 6 分, 28 题 7 分)

17. 解方程 (1) $\frac{1}{2}x^2-2=0$:

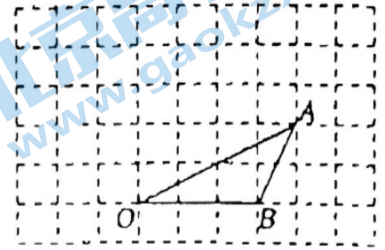
(2) $x^2-7x+6=0$.

18. 若 a 是关于 x 的一元二次方程 $x^2=3x+4$ 的根, 求代数式 $(a+4)(a-4)-3(a-1)$ 的值.

19. 如图, $\triangle OAB$ 的三个顶点都在格点上, 将 $\triangle OAB$ 绕 O 点逆时针方向旋转 90° 到 $\triangle OA'B'$.

(1) 画出 $\triangle OA'B'$;

(2) 连接 AA' , 若每个小正方形的边长为 1, 求线段 AA' 的长度:



20. 已知二次函数 $y=2x^2+bx+c$ 的图象经过 $(0, -1), (1, 3)$ 两点.

(1) 求二次函数的解析式;

(2) 当 x _____ 时, 函数 y 随 x 的增大而减小.

21. 已知关于 x 的方程 $3x^2 - (a-3)x - a = 0 (a > 0)$.

(1) 求证: 方程总有两个不相等的实数根;

(2) 若方程有一个根大于 2, 求 a 的取值范围.

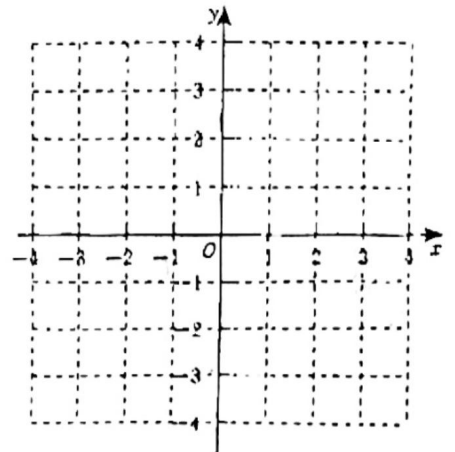
22. 已知二次函数 $y=x^2-2x-3$.

(1) 用配方法将其化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式;

(2) 该二次函数图象的对称轴为: _____, 顶点坐标为 _____;

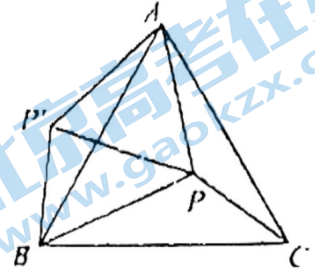
(3) 在坐标系中画出它的图象;

(4) 结合图象, 当 $0 \leq x \leq 4$ 时, y 的取值范围是 _____.

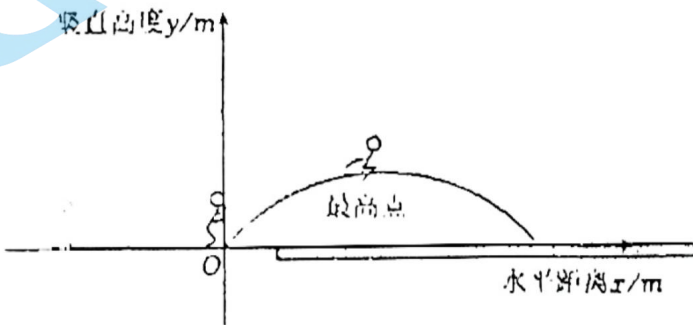


23. 在等边 $\triangle ABC$ 中, 点 P 为 $\triangle ABC$ 内一点, 连接 AP, BP, CP , 将线段 AP 绕点 A 顺时针旋转 60° 得到 AP' , 连接 PP', BP' .

- (1) 用等式表示 BP' 与 CP 的数量关系, 并证明;
 (2) 当 $\angle BPC = 120^\circ$ 时, 求 $\angle P'BP$ 的度数.



24. “急行跳远”是田径运动项目之一, 运动员起跳后的腾空路线可以看作是抛物线的部分, 建立如图所示的平面直角坐标系, 从起跳到落入沙坑的过程中, 运动员的竖直高度 y (单位: m)与水平距离 x (单位: m)近似满足函数关系 $y = a(x - h)^2 + k$ ($a < 0$).



某中学一名运动员进行了两次训练.

(1) 第一次训练时, 该运动员的水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下:

水平距离 x/m	0	1	1.5	2	2.5	3
竖直高度 y/m	0	0.75	0.9375	1	0.9375	0.75

根据上述数据, 直接写出该运动员竖直高度的最大值, 并求出满足条件的函数关系式;

(2) 第二次训练时, 该运动员的竖直高度 y 与水平距离 x 近似满足函数关系:

$y = -0.25(x - 2.2)^2 + 1.21$, 记该运动员第一次训练落入沙坑点的水平距离为 d_1 , 第二次训练落入沙坑点的水平距离为 d_2 , 则 d_1 _____ d_2 (填“>”“=”或“<”).

25. 探究活动：利用函数 $y = (x-1)(x-2)$ 的图象（如图1）和性质，探究函数 $y = \sqrt{(x-1)(x-2)}$ 的图象与性质。下面是小明的探究过程，请补充完整：

(1) 函数 $y = \sqrt{(x-1)(x-2)}$ 的自变量 x 的取值范围是_____；

(2) 如图2，他列表描点画出了函数 $y = \sqrt{(x-1)(x-2)}$ 图象的一部分，请补全函数图象；

(3) 解决问题：

设方程 $\sqrt{(x-1)(x-2)} - \frac{1}{4}x - b = 0$ 的两根为 x_1, x_2 ，且 $x_1 < x_2$ ，
 方程 $x^2 - 3x + 2 = \frac{1}{4}x + b$ 的两根为 x_3, x_4 ，且 $x_3 < x_4$ 。若 $1 < b < \sqrt{2}$ ，
 则 x_1, x_2, x_3, x_4 的大小关系为_____。

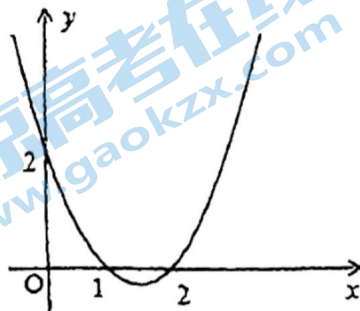


图1

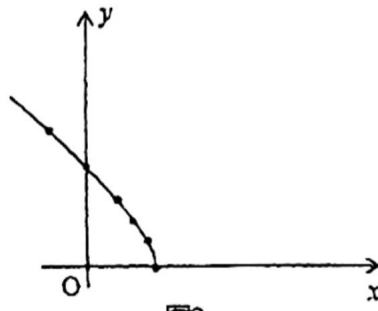


图2

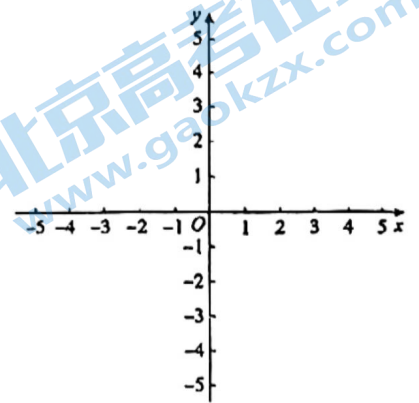
26. 平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 - 4x + 3a$ 的对称轴为直线 $x = n$ 。

(1) 若抛物线经过点 $(1, 0)$ ，求 a 和 n 的值；

(2) 若抛物线上存在两点 $A(x_1, m)$ 和 $B(x_2, m+1)$ ， $x_1 = n$ 。

①判断抛物线的开口方向，并说明理由；

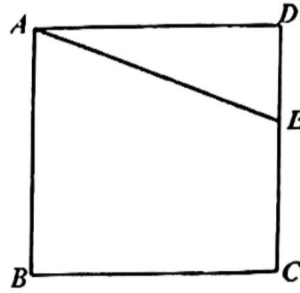
②若 $|x_2 - x_1| \leq 1$ ，直接写出 a 的取值范围。



27. 已知：如图，正方形 $ABCD$ 中，点 E 是 CD 边上一点，将线段 AE 绕点 A 逆时针方向旋转 90° 得到线段 AF ，连接 EF 。

(1) 补全图形，求证： $\angle FAD = \angle AED$ 。

(2) 取 EF 的中点 G ，连接 DG 、 AC ，猜想 DG 与 AC 的位置关系，并证明。



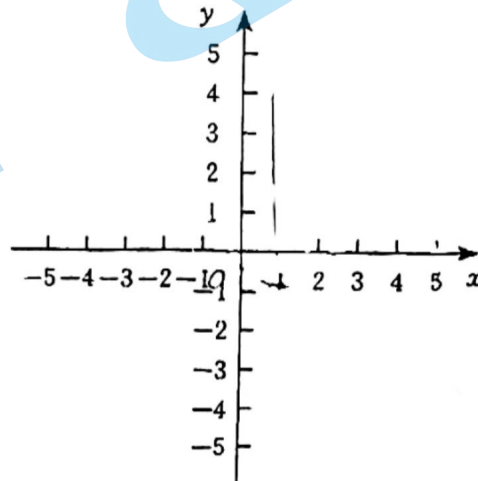
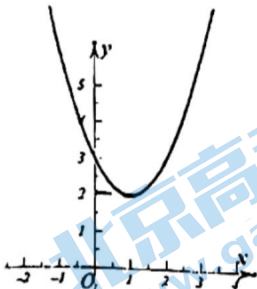
28. 对某一个函数给出如下定义：如果存在实数 M ，对于任意的函数值 y ，都满足 $y \geq M$ ，那么称这个函数为边界函数。在所有满足条件的 M 中，其最大值称为这个函数的边界值。例如，图中的函数：

$y = (x-1)^2 + 2$ 是边界函数，其边界值是 2。

(1) 函数① $y = -x^2 + 2x + 1$ 和② $y = x - 1 (x \geq 1)$ 中是边界函数的为 _____ (只填序号即可)，其边界值为 _____；

(2) 如果函数 $y = -x + 2 (a \leq x \leq b, b > a)$ 的边界值是 a ，且这个函数的最大值超过 $2b - 5$ ，求 b 的取值范围；

(3) 如果函数 $y = x^2 - 2ax + 2 (1 \leq x \leq 5)$ 是以 -1 为边界值的边界函数，直接写出实数 a 的值。



关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：**京考一点通**，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

