2022-2023 学年度第一学期高三年级 12 月月考

数学

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1.已知集合 $A=\{-1,0,1\}$，集合 $B=\{x\in Z\mid x^2-2x\le 0\}$，那么 $A\cup B$ 等于（　）

A．$\{-1\}$　　B．$\{0,1\}$　　C．$\{0,1,2\}$　　D．$\{-1,0,1,2\}$

2. 若复数 z 满足 $z+3\bar{z}=4-2\mathrm{i}$，则 $|z|=$（　）

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

3.丰台二中高二年级 8 名学生某次考试的数学成绩（满分 150 分）分别为 130，90，85，103，93，99，101，116．则这 8 名学生数学成绩的第 70 百分位数为（　）

A．102　　B．103　　C．101　　D．99

4.已知 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_3=8$，$S_3=24$，则公比 $q=$（　）

A．$-\dfrac{1}{2}$　　B．$-\dfrac{1}{3}$　　C．$-\dfrac{1}{2}$ 或 1　　D．$-\dfrac{1}{3}$ 或 1

5.已知角 θ 的顶点与原点重合，始边与 x 轴的正半轴重合，终边在直线 $y=2x$ 上，则 $\cos 2\theta=$

A $-\dfrac{4}{5}$　　B.$-\dfrac{3}{5}$　　C. $\dfrac{3}{5}$　　D.$\dfrac{4}{5}$

6.ΔABC 的内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c．已知 $a=\sqrt{5}$，$c=2$，$\cos A=\dfrac{2}{3}$，则 $b=$(　　)

A．3　　B．2　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{2}$

7. 双曲线 $C:\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1$ 过点 $\left(\sqrt{2},\sqrt{3}\right)$，且离心率为 $\sqrt{2}$，则该双曲线的标准方程为（　）

A. $x^2-y^2=1$　　B. $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$　　C. $y^2-x^2=1$　　D. $\dfrac{y^2}{2}-\dfrac{x^2}{4}=1$

8. 若直线 $2x+y-2=0$ 截取圆 $(x-a)^2+y^2=1$ 所得弦长为 2，则 $a=$（　）

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．1　　D．-1

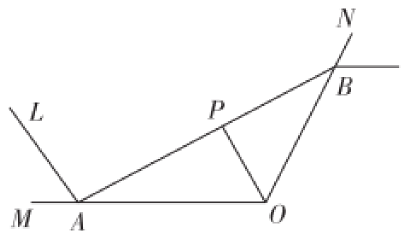
9. 若函数 $f(x)=\begin{cases}2^x-m, x<1,\\ 2x^2-4mx+3m, x\ge 1\end{cases}$ 有最小值，则实数 m 的取值范围是(　　)

$A.(-\infty,0)$　　　　$B.\ [2,+\infty)$　　　　$C.\ (-\infty,0)\cup[1,+\infty)$　　　　$D.(0,1)\cup[2,+\infty)$

10.如图，某城市有一条公路从正西方 MO 通过市中心 O 后转向东北方 ON，为了缓解城市交通压力，现准备修建一条绕城高速公路 L，并在 MO,ON 上分别设置两个出口 A,B，若 AB 部分为直线段，且要求市中心 O 与 AB 的距离为 20 千米，则 AB 的最短距离为（　　）

$A.\ 20\left(\sqrt{2}-1\right)$ 千米　　　　$B.\ 40\left(\sqrt{2}-1\right)$ 千米

$C.\ 20\left(\sqrt{2}+1\right)$ 千米　　　　$D.\ 40\left(\sqrt{2}+1\right)$ 千米



第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

11. 函数 $f(x)=\ln(x+1)+\dfrac{1}{\sqrt{1-2^x}}$ 的定义域为________.

12. $(x^2+\dfrac{1}{x})^6$ 的展开式中 x^3 的系数为______ .

13.$\vec{a}=(2,1)$，$\vec{b}=(2,t)$，$\vec{c}=(0,3)$，且 $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=0$ 则 $t=$_______；$\left|\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}\right|=$_______.

14.抛物线 $y^2=4x$ 的焦点 F 的坐标为_____ ，过焦点 F 的直线交该抛物线于 A,B 两点，若 $|AF|=3$，则 $|BF|=$______.

15. 曲线 C 是平面内与三个定点 $F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$ 和 $F_3(0,1)$ 的距离的和等于 $2\sqrt{2}$ 的点的轨迹.给出下列四个结论：

①曲线 C 关于 y 轴均对称

②曲线 C 上存在点 P ,使得 $|PF_3|=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

③若点 P 在曲线 C 上，则 $\triangle F_1PF_2$ 的面积最大值是 1

④曲线 C 上存在点 P ,使得 $\angle F_1PF_2$ 为钝角.

其中所有正确结论的序号是____________________.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程 .

16. （本小题 13 分）已知函数 $f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$，且 $f\left(x\right)$图象的相邻两条对称轴之间的距离为$\dfrac{\pi}{2}$，再从条件①、条件②、条件③中选择两个作为一组已知条件.

（I）确定 $f\left(x\right)$的解析式；

（II）若函数 $f\left(x\right)$在区间$\left[0,a\right]$上的最小值为-2，求 a 的取值范围.

条件①：$f\left(x\right)$的最小值为-2；

条件②：$f\left(x\right)$图象的一个对称中心为$\left(\dfrac{5\pi}{12},0\right)$；

条件③；$f\left(x\right)$的图象经过点$\left(\dfrac{5\pi}{6},-1\right)$.

17. （本小题 14 分）某家电专卖店试销 A、B、C 三种新型电暖器，销售情况如下表所示：

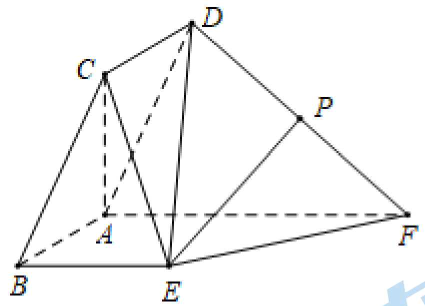
	第一周	第二周	第三周	第四周
A 型数量（台）	10	9	14	a
B 型数量（台）	13	9	14	b
C 型数量（台）	7	12	13	c

(I)从前三周随机选一周，求该周 C 型电暖器销售量最高的概率；

(II)为跟踪调查电暖器的使用情况，根据销售记录，从该家电专卖店第一周和第二周售出的空调中分别随机抽取一台，求抽取的两台空调中 A 型空调台数 X 的分布列和数学期望；

(III)直接写出一组 a,b,c 的值，使得表中每行数据的方差相等.

18.（本小题 14 分）平行四边形 $ABCD$ 所在的平面与直角梯形 $ABEF$ 所在的平面垂直，$BE//AF$，$AB=BE=\frac{1}{2}AF=1$，且 $AB\perp AF$，$\angle CBA=\frac{\pi}{4}$，$BC=\sqrt{2}$，P 为 DF 的中点.



（I）求证：$PE//$平面 $ABCD$；

（II）求证：$AC\perp EF$；

（III）若直线 EF 上存在点 H，使得 CF，BH 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{5}$，求 BH 与平面 ADF 所成角的大小.

19.（本小题 15 分）已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过点为 $A(-2,0),B(0,1)$.

（I）求椭圆 E 的方程及其焦距；

（II）过点 $P(-2,1)$ 的直线与椭圆 E 交于不同的两点 C，D，直线 BC，BD 分别与 x 轴交于点 M，N，求 $\frac{|AM|}{|AN|}$ 的值.

20.（本小题 15 分）已知函数 $f(x)=\ln x-\frac{1}{2}ax^2+(1-a)x+1$.

（I）当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（II）当 $a\geq 1$ 时，讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

（III）当 $a\geq 2$ 时，证明：$f(x)<0$.

21.（本小题 14 分）已知集合 $M=\{1,2,3,\cdots,n\}(n\in N^*)$，若集合 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_m\}\subseteq M(m\in N^*)$，且对任意的 $b\in M$，存在 $a_i,a_j\in A(1\le i\le j\le m)$，使得 $b=\lambda_1a_i+\lambda_2a_j$（其中 $\lambda_1,\lambda_2\in\{-1,0,1\}$），则称集合 A 为集合 M 的一个 m 元基底.

（I）分别判断下列集合 A 是否为集合 M 的一个二元基底，并说明理由；

① $A=\{1,5\}$，$M=\{1,2,3,4,5\}$；

② $A=\{2,3\}$，$M=\{1,2,3,4,5,6\}$.

（II）若集合 A 是集合 M 的一个 m 元基底，证明：$m(m+1)\ge n$；

（III）若集合 A 为集合 $M=\{1,2,3,\cdots,19\}$ 的一个 m 元基底，求出 m 的最小可能值，并写出当 m 取最小值时 M 的一个基底 A .

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 " 精益求精、专业严谨 " 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。