

2023 年初三综合练习

数学试卷

学校 _____

姓名 _____

准考证号 _____

考生
须知

1. 本试卷共 8 页，共两部分，28 道题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
4. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。

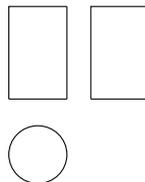
第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

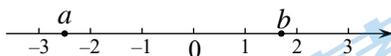
1. 右图是某几何体的三视图，该几何体是

- (A) 圆柱 (B) 圆锥
(C) 长方体 (D) 三棱柱



2. 实数 a , b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是

- (A) $a > b$ (B) $|a| > b$
(C) $a + b > 0$ (D) $a < -3$

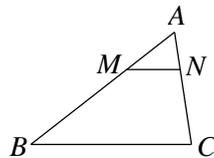


3. 若一个多边形的内角和为 540° ，则该多边形的边数为

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， M , N 分别是边 AB , AC 上的点， $MN \parallel BC$, $BM = 2AM$. 若 $\triangle AMN$ 的面积为 1，则 $\triangle ABC$ 的面积为

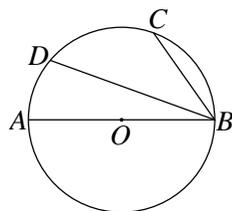
- (A) 2 (B) 3
(C) 4 (D) 9



5. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， C , D 为 $\odot O$ 上的点，

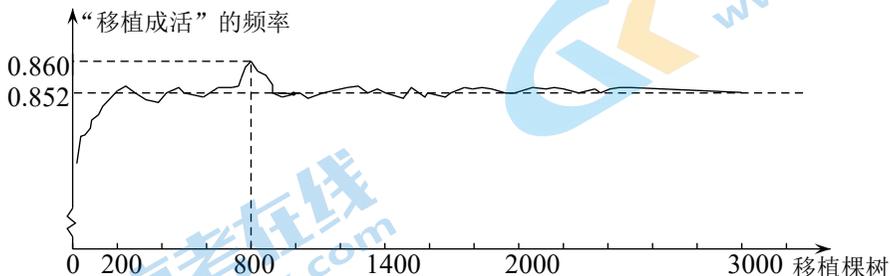
$\widehat{BC} = \widehat{DC}$. 若 $\angle CBD = 35^\circ$ ，则 $\angle ABD$ 的度数为

- (A) 20° (B) 35°
(C) 40° (D) 70°



6. 一组数据：1，2，5，0，2，若添加一个数据2，则发生变化的统计量是
 (A) 平均数 (B) 中位数 (C) 众数 (D) 方差

7. 下图显示了某林业部门统计某种树苗在本地区相同条件下的移植成活试验的结果.



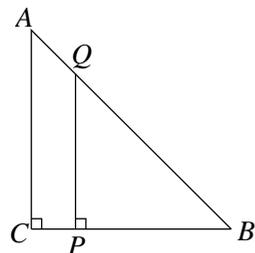
下面有四个推断：

- ①当移植的棵树是800时，成活的棵树是688，所以“移植成活”的概率是0.860；
- ②随着移植棵树的增加，“移植成活”的频率总在0.852附近摆动，显示出一定的稳定性，可以估计“移植成活”的概率是0.852；
- ③与试验相同条件下，若移植10000棵这种树苗，可能成活8520棵；
- ④在用频率估计概率时，移植3000棵树时的频率0.852一定比移植2000棵树时的频率0.853更准确

其中合理的是

- (A) ①② (B) ①③ (C) ②③ (D) ②④
8. 如图，在 $Rt\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CA = CB = 10$ ．点 P 是 CB 边上一动点（不与点 C ， B 重合），过点 P 作 $PQ \perp CB$ 交 AB 于点 Q ．设 $CP = x$ ， BQ 的长为 y ， $\triangle BPQ$ 的面积为 S ，则 y 与 x ， S 与 x 满足的函数关系分别为

- (A) 一次函数关系，二次函数关系
 (B) 反比例函数关系，二次函数关系
 (C) 一次函数关系，反比例函数关系
 (D) 反比例函数关系，一次函数关系



第二部分 非选择题

二、填空题（共16分，每题2分）

9. 若 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是_____.

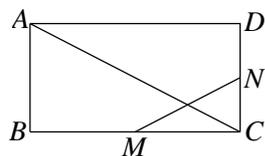
10. 方程 $\frac{2}{x+3} = \frac{5}{x}$ 的解为_____.

11. 写出一个比 $\sqrt{3}$ 大且比 $\sqrt{10}$ 小的整数为_____.

12. 如果 $3x^2 - x - 1 = 0$, 那么代数式 $(2x+3)(2x-3) - x(x+1)$ 的值为_____.

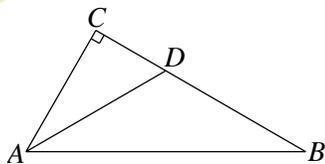
13. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若点 $(1, y_1)$, $(4, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k < 0)$ 的图象上, 则 y_1 _____ y_2 (填 “>” “=” 或 “<”).

14. 如右图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 M , N 分别为 BC , CD 的中点, 若 $MN = 5$, 则 AC 的长为_____.



第 14 题图

15. 如图, 在 $Rt\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, AD 平分 $\angle CAB$ 交 BC 于点 D . 若 $\angle B = 30^\circ$, $CD = 1$, 则 $\triangle DAB$ 的面积为_____.



第 15 题图

	A	B	C	D	E	F
第一行:	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
第二行:	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	a	b	c	d	e	f

第 16 题图

16. 有黑、白各 6 张卡片, 分别写有数字 1 至 6. 把它们像扑克牌那样洗过后, 数字朝下, 如图排成两行, 排列规则如下:

- ①从左至右, 按数字从小到大的顺序排列;
- ②黑、白卡片数字相同时, 黑卡片放在左边.

将第一行卡片用大写英文字母按顺序标注, 第二行卡片用小写英文字母按顺序标注, 则白卡片数字 1 摆在了标注字母_____的位置, 标注字母 e 的卡片写有数字_____.

三、解答题 (共 68 分, 第 17-20 题, 每题 5 分, 第 21 题 6 分, 第 22-23 题, 每题 5 分, 第 24-26 题, 每题 6 分, 第 27-28 题, 每题 7 分)

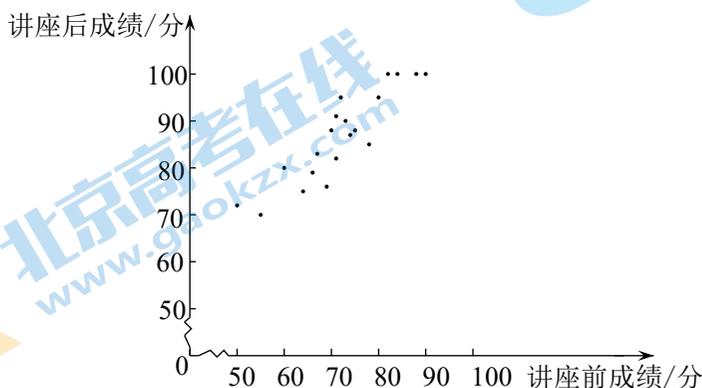
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $4\sin 60^\circ + \sqrt{27} - |-2| + (\frac{1}{2})^{-1}$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} x+1 > 4x+7, \\ \frac{5x-4}{3} \leq x. \end{cases}$$

23. 某社区通过公益讲座的方式普及垃圾分类知识. 为了了解居民对相关知识的了解情况及讲座效果, 请居民在讲座前和讲座后分别回答了一份垃圾分类知识问卷, 从中随机抽取 20 名居民的两次问卷成绩 (百分制), 并对数据 (成绩) 进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. 这 20 名居民讲座前、讲座后成绩得分统计图如下:



b. 这 20 名居民讲座前、讲座后成绩的平均数、中位数、方差如下:

	平均数	中位数	方差
讲座前	72.0	71.5	99.7
讲座后	86.8	m	88.4

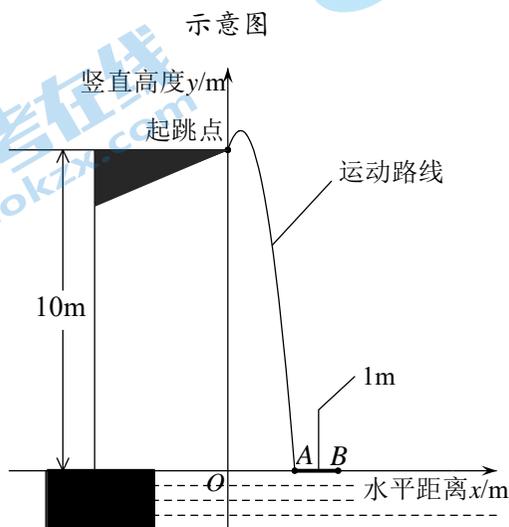
c. 结合讲座后成绩 x , 被抽取的 20 名居民中有 5 人获得“参与奖” ($x < 80$), 有 7 人获得“优秀奖” ($80 \leq x < 90$), 有 8 人获得“环保达人奖” ($90 \leq x \leq 100$), 其中成绩在 $80 \leq x < 90$ 这一组的是:

80 82 83 85 87 88 88

根据以上信息, 回答下列问题:

- (1) 居民小张讲座前的成绩为 80 分, 讲座后的成绩为 95 分, 在图中用“○”圈出代表居民小张的点;
- (2) 写出表中 m 的值;
- (3) 参加公益讲座的居民有 160 人, 估计能获得“环保达人奖”的有_____人.

24. 2023年4月16日,世界泳联跳水世界杯首站比赛在西安圆满落幕,中国队共收获9金2银,位列奖牌榜第一.赛场上运动员优美的翻腾、漂亮的入水令人赞叹不已.在10米跳台跳水训练时,运动员起跳后在空中的运动路线可以看作是抛物线的一部分.建立如图所示的平面直角坐标系,从起跳到入水的过程中,运动员的竖直高度 y (单位:m)与水平距离 x (单位:m)近似满足函数关系 $y=a(x-h)^2+k(a<0)$.



某跳水运动员进行了两次训练.

- (1) 第一次训练时,该运动员的水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下:

水平距离 x/m	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.6	2.0
竖直高度 y/m	10.00	10.45	10.60	10.45	10.00	5.20	1.00

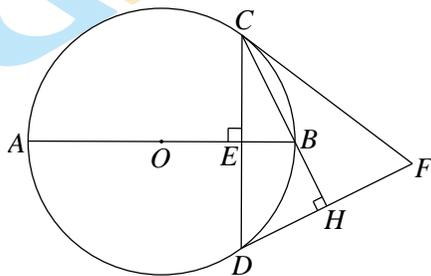
- ①根据上述数据,直接写出该运动员竖直高度的最大值,并求出满足的函数关系 $y=a(x-h)^2+k(a<0)$;
- ②运动员必须在距水面5m前完成规定的翻腾动作并调整好入水姿势,否则就会出现失误.在这次训练中,测得运动员在空中调整好入水姿势时,水平距离为1.6m,判断此次跳水会不会出现失误,并说明理由;

- (2) 第二次训练时,该运动员的竖直高度 y 与水平距离 x 近似满足函数关系 $y=-4.16(x-0.38)^2+10.60$.如图,记该运动员第一次训练的入水点为A,若运动员在区域AB内(含A,B)入水能达到压水花的要求,则第二次训练_____达到要求(填“能”或“不能”).

25. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , 过点 D 作 $DH \perp CB$ 交 CB 的延长线于点 H , 点 F 是 DH 延长线上一点, $CF = CD$.

(1) 求证: CF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\tan \angle DCB = \frac{1}{2}$, $CF = 8$, 求 $\odot O$ 半径的长.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - 2x + c$ ($a \neq 0$) 与 y 轴交于点 A , 将点 A 向右平移 4 个单位长度, 得到点 B .

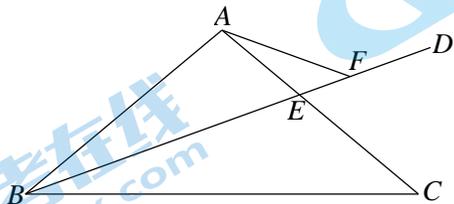
(1) 若 $c = 4$, 点 $C(-2, 4)$ 在抛物线上, 求抛物线的解析式及对称轴;

(2) 若抛物线与线段 AB 恰有一个公共点, 结合函数图象, 求 a 的取值范围.

27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle ACB=2\alpha$, BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 E , 点 F 是 ED 上一点且 $\angle EAF=\alpha$.

(1) 求 $\angle AFB$ 的大小(用含 α 的式子表示);

(2) 连接 FC . 用等式表示线段 FC 与 FA 的数量关系, 并证明.

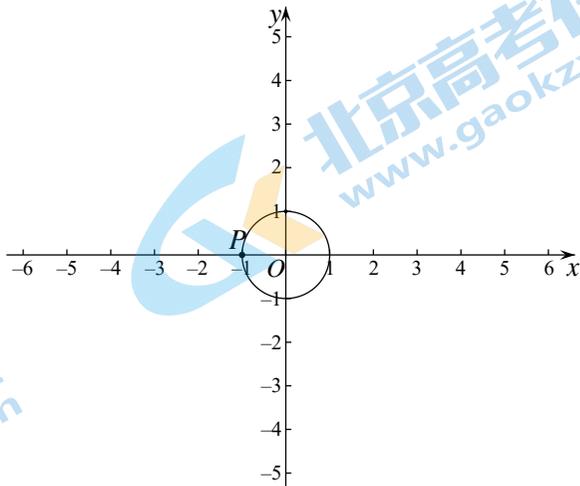


28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 M (不与点 O 重合) 和线段 PQ , 给出如下定义: 连接 OM , 平移线段 OM , 使点 M 与线段 PQ 的中点 M' 重合, 得到线段 $O'M'$, 则称点 O' 为线段 PQ 的“中移点”. 已知 $\odot O$ 的半径为1.

(1) 如图, 点 $P(-1,0)$, 点 $Q(m,4)$,

①点 M 为 $\odot O$ 与 y 轴正半轴的交点, $OO'=\sqrt{5}$, 求 m 的值;

②点 M 为 $\odot O$ 上一点, 若在直线 $y=x+3$ 上存在线段 PQ 的“中移点” O' , 求 m 的取值范围;



(2) 点 Q 是 $\odot O$ 上一点, 点 M 在线段 OQ 上, 且 $OM=t$ ($0 < t < \frac{1}{2}$). 若 P 是 $\odot O$ 外一点, 点 O' 为线段 PQ 的“中移点”, 连接 OO' . 当点 Q 在 $\odot O$ 上运动时, 直接写出 OO' 长的最大值与最小值的差(用含 t 的式子表示).

2023 年初三综合练习

数学试卷答案及评分参考

阅卷须知：

1. 为便于阅卷，本试卷答案中有关解答题的推导步骤写得较为详细，阅卷时，只要考生将主要过程正确写出即可。
2. 若考生的解法与给出的解法不同，正确者可参照评分参考相应给分。
3. 评分参考中所注分数，表示考生正确做到此步应得的累加分数。

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	C	D	A	D	C	A

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

- | | | |
|----------------|--------------|-----------------|
| 9. $x \geq 3$ | 10. $x = -5$ | 11. 答案不唯一，如：2，3 |
| 12. -8 | 13. < | 14. 10 |
| 15. $\sqrt{3}$ | 16. B；4 | |

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17. 解：原式 $= 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 3\sqrt{3} - 2 + 2$ 4 分
 $= 5\sqrt{3}$ 5 分

18. 解：原不等式组为 $\begin{cases} x+1 > 4x+7, & \text{①} \\ \frac{5x-4}{3} \leq x. & \text{②} \end{cases}$

解不等式①，得 $x < -2$ 2 分

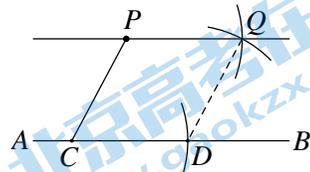
解不等式②，得 $x \leq 2$ 4 分

\therefore 原不等式组的解集为 $x < -2$ 5 分

19. 解：(1) 补全的图形如右图所示； 2分

(2) PC ；菱；

四条边都相等的四边形是菱形. 5分



20. (1) 证明：依题意，得 $\Delta = (-2m)^2 - 4(m^2 - 1)$ 1分

$$= 4m^2 - 4m^2 + 4$$

$$= 4 > 0. \quad \dots\dots\dots 2分$$

即 $\Delta > 0$.

\therefore 该方程总有两个不相等的实数根. 3分

(2) 解：由求根公式，得 $x = \frac{2m \pm \sqrt{4}}{2}$.

$\therefore x_1 = m + 1, x_2 = m - 1.$ 4分

$\therefore m > 1,$

$\therefore x_1 > x_2 > 0.$

\therefore 该方程的一个根是另一个根的2倍，

$$\therefore m + 1 = 2(m - 1).$$

$$\therefore m = 3. \quad \dots\dots\dots 5分$$

21. (1) 证明： $\because BM \parallel AC, CN \parallel DB,$

\therefore 四边形 $BECO$ 是平行四边形.

\therefore 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore \angle BOC = \angle BOA = 90^\circ.$$

\therefore 四边形 $BECO$ 是矩形. 3分

(2) 解： $\because \angle BOA = 90^\circ, \angle 1 = 60^\circ, AB = 2,$

$$\therefore OA = AB \times \cos \angle 1 = 1,$$

$$OB = AB \times \sin \angle 1 = \sqrt{3}.$$

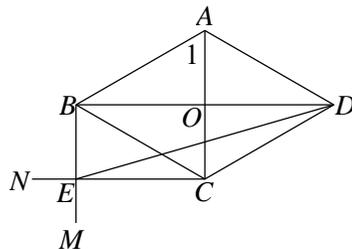
\therefore 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore BD = 2OB = 2\sqrt{3}, OC = OA = 1.$$

\therefore 四边形 $BECO$ 是矩形，

$$\therefore BE = OC = 1, \angle EBD = 90^\circ.$$

$$\therefore DE = \sqrt{BD^2 + BE^2} = \sqrt{13}. \quad \dots\dots\dots 6分$$



22. 解：(1) \because 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象过点 $A(3, -1)$, $B(0, -2)$,

$$\therefore \begin{cases} 3k + b = -1, \\ b = -2. \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} k = \frac{1}{3}, \\ b = -2. \end{cases}$$

\therefore 该函数的解析式为 $y = \frac{1}{3}x - 2$.

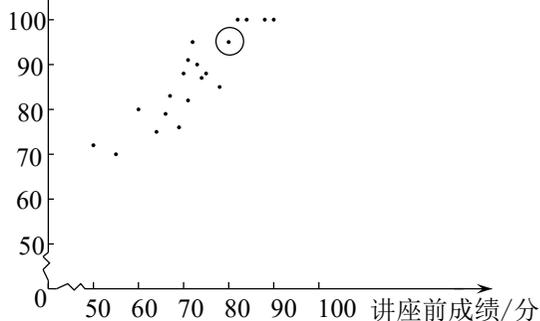
(2) $m \geq 3$.

..... 3 分

..... 5 分

23. 解：(1) 如图所示：

讲座后成绩/分



..... 1 分

(2) 87.5;

..... 3 分

(3) 64.

..... 5 分

24. 解 (1) ① 竖直高度的最大值为 10.60m.

..... 1 分

由题意可知 y 与 x 的函数关系为 $y = a(x - 0.4)^2 + 10.60$.

\because 当 $x = 0$ 时, $y = 10.00$,

$\therefore a(0 - 0.4)^2 + 10.6 = 10$.

解得 $a = -3.75$.

\therefore 函数关系为 $y = -3.75(x - 0.4)^2 + 10.6$.

..... 3 分

② 判断此次跳水不会出现失误, 理由为:

由表格数据可知, 当 $x = 1.6$ 时, $y = 5.20 > 5$.

..... 5 分

(2) 不能.

..... 6 分

25. (1) 证明: 连接 OC , 如图 1.

$$\because CF = CD, CH \perp DF,$$

$$\therefore \angle FCH = \angle 1.$$

$$\because OB = OC,$$

$$\therefore \angle OCB = \angle 2.$$

$$\because CD \perp AB,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle FCH + \angle OCB = 90^\circ.$$

即 $OC \perp CF$.

又 $\because OC$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore CF$ 是 $\odot O$ 的切线.

..... 3 分

(2) 解: 连接 AC , 如图 2.

$\because AB \perp CD$, AB 为 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore CE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}CF = 4, \widehat{BC} = \widehat{BD}.$$

$$\therefore \angle A = \angle 1.$$

在 $\text{Rt}\triangle CEB$ 中, $\tan \angle 1 = \frac{BE}{CE} = \frac{1}{2},$

$$\therefore BE = \frac{1}{2}CE = 2.$$

在 $\text{Rt}\triangle CEA$ 中, $\tan A = \frac{CE}{AE} = \frac{1}{2},$

$$\therefore AE = 2CE = 8.$$

$$\therefore AB = AE + BE = 10.$$

即 $\odot O$ 半径的长为 5.

..... 6 分

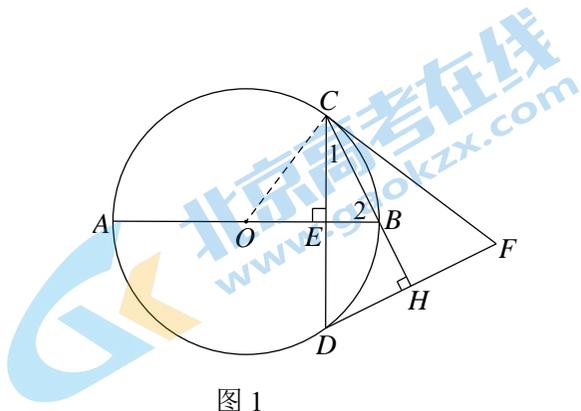


图 1

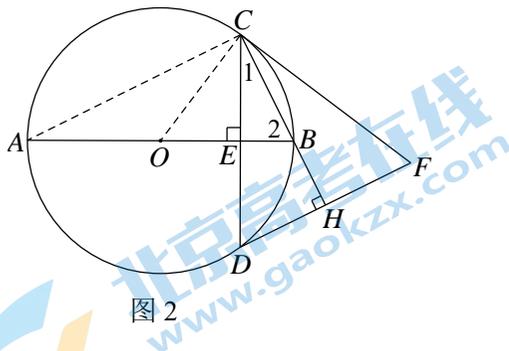


图 2

26. 解 (1) \because 抛物线 $y = ax^2 - 2x + c$ ($a \neq 0$) 与 y 轴交于点 A ,

\therefore 点 A 的坐标为 $(0, c)$.

\because 点 $C(-2, 4)$ 在抛物线上, $c = 4$,

\therefore 抛物线的对称轴为直线 $x = -1$.

$\therefore -\frac{-2}{2a} = -1$, 解得 $a = -1$.

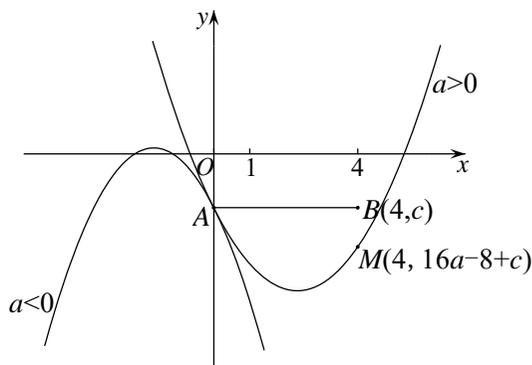
\therefore 抛物线的解析式为 $y = -x^2 - 2x + 4$ 2 分

(2) 由题意, 点 B 的坐标为 $(4, c)$, 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{-2}{2a} = \frac{1}{a}$.

① 当 $a < 0$ 时,

抛物线的对称轴 $x = \frac{1}{a}$ 在 y 轴的左侧,

抛物线与线段 AB 有一个公共点, 符合题意.



② 当 $a > 0$ 时,

若点 M 在抛物线 $y = ax^2 - 2x + c$ ($a \neq 0$) 上且 $x_M = x_B = 4$, 则

$$y_M = 16a - 8 + c.$$

\because 抛物线与 y 轴交于点 A 且与线段 AB 恰有一个公共点,

$$\therefore y_M < y_B.$$

$$\therefore 16a - 8 + c < c.$$

$$\therefore a < \frac{1}{2}.$$

综上所述, a 的取值范围是 $a < 0$ 或 $0 < a < \frac{1}{2}$ 6 分

27. (1) 解: $\because AB = AC$, 如图 1,

$$\therefore \angle ABC = \angle C = 2\alpha.$$

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \alpha.$$

$$\therefore \angle 3 = \alpha,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 2 = \alpha.$$

又 $\because \angle AEF = \angle BEC$,

$$\therefore \angle 4 = \angle C = 2\alpha.$$

..... 3 分

(2) 数量关系: $FC = FA$;

证明: 在 BF 上取一点 M , 连接 AM , 使 $AM = AF$, 如图 2,

$$\therefore \angle 5 = \angle 4 = 2\alpha.$$

$$\therefore \angle 5 = \angle 6 + \angle 1, \quad \angle 1 = \alpha,$$

$$\therefore \angle 6 = \alpha.$$

$$\therefore \angle 3 = \alpha.$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 6.$$

又 $\because AC = AB$,

$$\therefore \triangle FAC \cong \triangle MAB.$$

$$\therefore FC = MB.$$

$$\therefore \angle 6 = \alpha = \angle 1,$$

$$\therefore MB = MA.$$

$$\therefore FC = FA.$$

..... 7 分

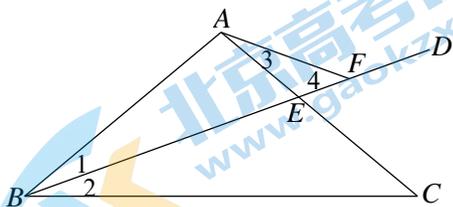


图 1

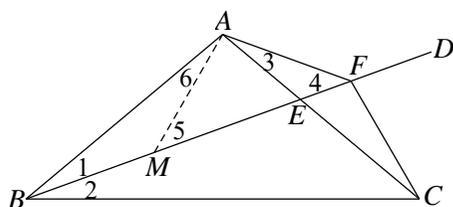


图 2

28. 解: (1) ①依题意, 点 $M(0,1)$, $O'M' \parallel OM$, $O'M' = OM = 1$.

当 $m \geq 0$ 时, 如图,

$\because M'$ 是线段 PQ 的中点, $P(-1,0)$, $Q(m,4)$,

\therefore 点 M' 的坐标为 $(\frac{m-1}{2}, 2)$.

\because 点 $M(0,1)$ 在 y 轴上,

$\therefore O'M' \parallel y$ 轴.

$\therefore M'O' \perp x$ 轴于点 N .

$\therefore x_{O'} = x_{M'} = \frac{m-1}{2}$,

$y_{O'} = y_{M'} - 1 = 2 - 1 = 1$.

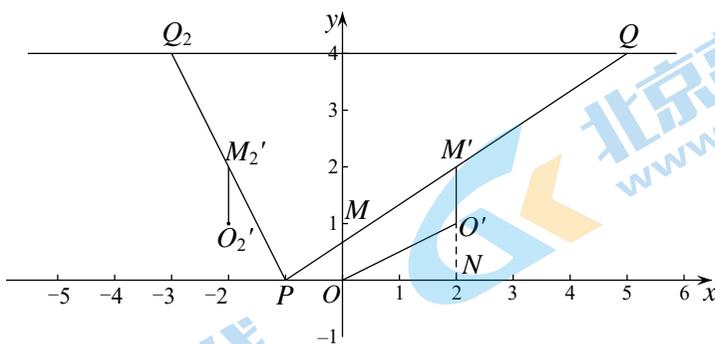
在 $Rt\triangle ONO'$ 中, $ON = \sqrt{O'O^2 - O'N^2} = 2$.

即 $x_{O'} = \frac{m-1}{2} = 2$.

解得 $m = 5$.

当 $m < 0$ 时, 同理可得 $m = -3$.

综上所述, $m = -3$ 或 $m = 5$ 3 分



② $-1 - 2\sqrt{2} \leq m \leq -1 + 2\sqrt{2}$ 5 分

(2) $1 - 2t$ 7 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯