工作秘密 严禁外传
擅自泄露 严肃追责

成都市2021级高中毕业班第一次诊断性检测

数 学(文科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第Ⅰ卷(选择题)1至2页,第Ⅱ卷(非选择题)2至4页,共4页,满分150分,考试时间120分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用0.5毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第Ⅰ卷 (选择题,共60分)

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-2, x<0\\ \sin\dfrac{\pi x}{2}, x\geqslant 0\end{cases}$,则 $f(-1)+f(1)=$

(A) -1　　(B) 0　　(C) 1　　(D) 2

2. 普法知识宣传小组打算从某小区的2000人中抽取25人进行法律知识培训,拟采取系统抽样方式,为此将他们一一编号为1~2000,并对编号由小到大进行分段,假设从第一个号码段中随机抽出的号码是2,那么从第三个号码段中抽出的号码为

(A) 52　　(B) 82　　(C) 162　　(D) 252

3. 已知复数 $z=\dfrac{1-i}{i+i^4}$ (i为虚数单位),则 z 的虚部为

(A) -1　　(B) 1　　(C) $-i$　　(D) i

4. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3, a_{n+1}=2a_n-n+1$,则 $a_2+a_3+a_4=$

(A) 6　　(B) 14　　(C) 22　　(D) 37

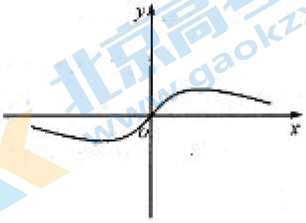
5. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(-1,\sqrt{3}), \boldsymbol{b}=(2,0)$,则 $\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=$

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(B) $\dfrac{1}{2}$　　(C) $-\dfrac{1}{2}$　　(D) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

6. 若实数 x,y 满足 $\begin{cases}2x-y\geqslant 0\\ x-2y\leqslant 0\\ 3x+y-1\geqslant 0\end{cases}$,则 $x+y$ 的最小值为

(A) 0　　(B) $\dfrac{3}{7}$　　(C) $\dfrac{3}{5}$　　(D) 1

7. 已知函数 $f(x)$ 的大致图象如图所示，则 $f(x)$ 的解析式可以为



(A) $f(x)=\dfrac{2xe^x}{e^{2x}-1}$

(B) $f(x)=\dfrac{2xe^x}{e^{2x}+1}$

(C) $f(x)=\dfrac{-4x}{(x^2+1)\ln(|x|+2)}$

(D) $f(x)=\dfrac{4\ln(|x|+1)}{x^2+1}$

8. 已知平面 α,β,γ，$\alpha\cap\beta=a$，$\gamma\cap\beta=b$，则 $\alpha\,/\!/\,\gamma$ 是 $a\,/\!/\,b$ 的

(A)充分不必要条件　　(B)必要不充分条件

(C)充要条件　　(D)既不充分也不必要条件

9. 若 $a=\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{1}{2}$，$b=\dfrac{2}{3}\ln\dfrac{2}{3}$，$c=-\dfrac{1}{e}$，则

(A) $c<b<a$　　(B) $b<c<a$　　(C) $c<a<b$　　(D) $b<a<c$

10. 已知 $\alpha\in(0,\pi)$，且 $\sin\alpha-\sqrt{3}\cos\alpha=2$，则 $\tan\alpha=$

(A) $-\sqrt{3}$　　(B) $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　(C) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　(D) $\sqrt{3}$

11. 若 $x\in[0,+\infty)$，$x^2+ax+1\leqslant e^x$ 恒成立，则实数 a 的最大值为

(A) e　　(B) 2　　(C) 1　　(D) e－2

12. 已知圆 C：$x^2+y^2-4\sqrt{3}y-4=0$ 经过椭圆 Ω：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的两个焦点 F_1,F_2，圆 C 和椭圆 Ω 在第二象限的交点为 N，$\overrightarrow{NF_1}\cdot\overrightarrow{NF_2}=16\sqrt{3}-24$，则椭圆 Ω 的离心率为

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(B) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　(C) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　(D) $\dfrac{1}{2}$

第Ⅱ卷　(非选择题，共90分)

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．把答案填在答题卡上．

13. 已知集合 $A=\{x\,|\,|x|<2\}$，$B=\{x\,|\,y=\lg x\}$，则 $A\cap B=$______．

14. 曲线 $f(x)=x^3+x^2+1$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为______．

15. 记 S_n 为公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和．若 $S_7=14$，且 a_3,a_4,a_5 成等比数列，则 a_{2024} 的值为______．

16. 已知侧面积为 $8\sqrt{5}\pi$ 的圆锥内接于球 O，若圆锥的母线与底面所成角的正切值为 $\dfrac{1}{2}$，则球 O 的表面积为______．

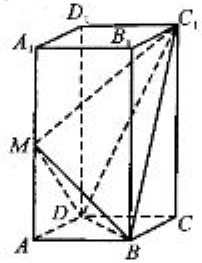
三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 12 分）

如图，正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M 为 AA_1 的中点，$AB=2$，$AA_1=4$.

（Ⅰ）求证：$C_1M\perp$ 平面 BDM；

（Ⅱ）求三棱锥 $M-BC_1D$ 的体积.



18.（本小题满分 12 分）

某校高中阶段实行体育模块化课程教学，在高一年级开设了篮球和羽毛球两个模块课程，从该校高一年级随机抽取的 100 名男生和 100 名女生中，统计出参加上述课程的情况如下：

	男生	女生	总计
参加篮球模块课程人数	60	20	80
参加羽毛球模块课程人数	40	80	120
总计	100	100	200

（Ⅰ）根据上述列联表，是否有 99.9%的把握认为该校高一年级体育模块化课程的选择与性别有关；

（Ⅱ）根据抽取的 200 名学生的模块化课程成绩，每个模块课程的前 3 名获得参加体育模块化教学推广大使的评选资格，若在有评选资格的 6 名学生中随机选出 2 人作为体育模块化课程教学的推广大使，求这 2 人来自不同模块化课程的概率.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	5.024	6.635	7.879	10.828

19.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x+2\cos^2x-1$. 在锐角 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c，且满足 $f(A)=1$.

（Ⅰ）求 A 的值；

（Ⅱ）若 $b=1$，求 $a+c$ 的取值范围.

20.（本小题满分 12 分）

在平面直角坐标系中，动点 C 到点 $F(1,0)$ 的距离与到直线 $x=-1$ 的距离相等.

（Ⅰ）求动点 C 的轨迹方程；

（Ⅱ）若直线 $l: y=x+m$ 与动点 C 的轨迹交于 P,Q 两点，当 $\triangle PQF$ 的面积为 2 时，求直线 l 的方程.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=2e^x-ex$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）求证：$f(x)>e(\ln x+\cos x)$.

请考生在第 22,23 题中任选择一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分. 作答时，用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22.（本小题满分 10 分）选修 4—4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+t\cos\alpha, \\ y=t\sin\alpha \end{cases}$（$t$ 为参数，$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$）. 以坐标原点 O 为极点，x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2\cos 2\theta=2$.

（Ⅰ）当 $\alpha=\frac{\pi}{3}$ 时，求直线 C_1 的普通方程；

（Ⅱ）已知点 $P(2,0)$，若直线 C_1 交曲线 C_2 于 A,B 两点，且 $|PA|\cdot|PB|=4$，求 α 的值.

23.（本小题满分 10 分）选修 4—5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|2x-a|+|x+1|, a\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）当 $a=4$ 时，求不等式 $f(x)\geqslant 7$ 的解集；

（Ⅱ）若 $f(x)>2a$，求 a 的取值范围.

成都市2021级高中毕业班第一次诊断性检测

数学(文科)参考答案及评分意见

第Ⅰ卷 (选择题,共60分)

一、选择题:(每小题5分,共60分)

1. B; 2. C; 3. A; 4. D; 5. C; 6. B; 7. B; 8. A; 9. C; 10. B; 11. D; 12. C.

第Ⅱ卷 (非选择题,共90分)

二、填空题:(每小题5分,共20分)

13. $(0,2)$; 14. $5x-y-2=0$; 15. 2022; 16. 100π.

三、解答题:(共70分)

17. **解:**(Ⅰ)如图,连接A_1C_1.

∵正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中,M为AA_1的中点,$AB=2$,$AA_1=4$,

∴$A_1C_1=2\sqrt{2}$,$A_1M=AM=2$,$DM=2\sqrt{2}$,$C_1D=2\sqrt{5}$,$MC_1=2\sqrt{3}$. ……2分

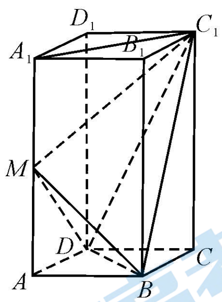
∵$C_1M^2+DM^2=DC_1^2$,

∴$C_1M\perp DM$. ……3分

同理可得$C_1M\perp BM$. ……4分

∵$DM\cap BM=M$,$DM\subset$平面BDM,$BM\subset$平面BDM, ……5分

∴$C_1M\perp$平面BDM. ……6分



(Ⅱ)由(Ⅰ)知,$BM=DM=BD=2\sqrt{2}$,且$C_1M\perp$平面BDM. ……7分

∴$V_{M-BC_1D}=V_{C_1-BDM}=\frac{1}{3}S_{\triangle BDM}\cdot C_1M=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{2})^2\times2\sqrt{3}=4$. ……11分

∴三棱锥C_1-BDM的体积为4. ……12分

18. **解:**(Ⅰ)由列联表数据可得,

$K^2=\frac{200\times(60\times80-40\times20)^2}{100\times100\times120\times80}=\frac{100}{3}\approx33.333>10.828$. ……4分

∴有99.9%的把握认为该校高一年级体育模块化课程的选择与性别有关. ……5分

(Ⅱ)设篮球模块课程的前3名为A_1,A_2,A_3,羽毛球模块课程的前3名为B_1,B_2,B_3.

则从这6人中随机选2人的基本事件有:(A_1,A_2),(A_1,A_3),(A_1,B_1),(A_1,B_2),(A_1,B_3),(A_2,A_3),(A_2,B_1),(A_2,B_2),(A_2,B_3),(A_3,B_1),(A_3,B_2),(A_3,B_3),(B_1,B_2),(B_1,B_3),(B_2,B_3),共15个. ……9分

其中选出的这2人来自不同模块化课程的基本事件有:(A_1,B_1),(A_1,B_2),(A_1,B_3),(A_2,B_1),(A_2,B_2),(A_2,B_3),(A_3,B_1),(A_3,B_2),(A_3,B_3),共9个. ……11分

故所求概率为$P=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$. ……12分

19. **解**:(Ⅰ) $f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x+2\cos^2 x-1=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$.

……2 分

由 $f(A)=2\sin(2A+\frac{\pi}{6})=1$,即 $\sin(2A+\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$.

$\because \triangle ABC$ 为锐角三角形,$2A+\frac{\pi}{6}\in(\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6})$,

$\therefore 2A+\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$.

$\therefore A=\frac{\pi}{3}$. ……4 分

(Ⅱ)由正弦定理,$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$.

$\therefore a=\frac{\sqrt{3}}{2\sin B}$,$c=\frac{\sin C}{\sin B}=\frac{\sin(\frac{2\pi}{3}-B)}{\sin B}$. ……7 分

$\because a+c=\frac{\sqrt{3}}{2\sin B}+\frac{\sin(\frac{2\pi}{3}-B)}{\sin B}=\frac{\sqrt{3}(\cos B+1)}{2\sin B}+\frac{1}{2}$,

$=\frac{2\sqrt{3}\cos^2\frac{B}{2}}{4\sin\frac{B}{2}\cos\frac{B}{2}}+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2\tan\frac{B}{2}}+\frac{1}{2}$. ……9 分

$\because \triangle ABC$ 是锐角三角形,

$\therefore 0<B<\frac{\pi}{2}$,且 $C=\frac{2\pi}{3}-B<\frac{\pi}{2}$.

$\therefore B\in(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$,$\frac{B}{2}\in(\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{4})$,$\tan\frac{B}{2}\in(2-\sqrt{3},1)$.

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2\tan\frac{B}{2}}\in(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{3}{2}+\sqrt{3})$. ……11 分

$\therefore a+c\in(\frac{\sqrt{3}+1}{2},2+\sqrt{3})$.

综上,$a+c$ 的取值范围为$(\frac{\sqrt{3}+1}{2},2+\sqrt{3})$. ……12 分

20. **解**:(Ⅰ)由题知,动点 C 的轨迹是以 F 为焦点,$x=-1$ 为准线的抛物线. ……2 分

$\therefore$动点 C 的轨迹方程为 $y^2=4x$. ……4 分

(Ⅱ)设 $P(x_1,y_1)$,$Q(x_2,y_2)$.

由 $\begin{cases}y=x+m,\\y^2=4x\end{cases}$ 消去 x,得 $y^2-4y+4m=0$.

由 $\Delta=16-16m>0$,得 $m<1$.

$\therefore y_1+y_2=4, y_1y_2=4m.$ ……6 分

由△FPQ 的面积 $S=\frac{1}{2}\cdot|PQ|\cdot d=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{1+1}\cdot|y_1-y_2|\cdot\frac{|1+m|}{\sqrt{2}}$，

……7 分

$\therefore |1+m|\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=4.$

$\therefore |1+m|\sqrt{16-16m}=4$，即 $m(m^2+m-1)=0.$ ……9 分

$\because m<1$，

$\therefore m=0$ 或 $m=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$. ……11 分

$\therefore$ 直线 l 的方程为 $y=x$ 或 $y=x+\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ 或 $y=x+\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$. ……12 分

21. 解：(Ⅰ) $\because f'(x)=2e^x-e$， ……1 分

当 $x\in(-\infty,1-\ln2)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；

当 $x\in(1-\ln2,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增. ……2 分

$\therefore f(x)$ 的单减区间为 $(-\infty,1-\ln2)$，单增区间为 $(1-\ln2,+\infty)$. ……3 分

(Ⅱ)设函数 $h(x)=2e^x-ex-e(\ln x+1)$，

$\therefore h'(x)=2e^x-e-\frac{e}{x}$.

由 $h'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，且 $h'(1)=0$. ……5 分

$\therefore$ 当 $x\in(0,1)$，$h'(x)<0$，$h(x)$ 单调递减；

当 $x\in(1,+\infty)$，$h'(x)>0$，$h(x)$ 单调递增.

$\therefore h(x)_{\min}=h(1)=0.$ ……7 分

$\therefore 2e^x-ex-e(\ln x+1)\geqslant 0$，当且仅当 $x=1$ 时等号成立.

即 $f(x)\geqslant e(\ln x+1)$，当且仅当 $x=1$ 时等号成立. ……9 分

$\because 1\geqslant\cos x$，

$\therefore f(x)\geqslant e(\ln x+1)\geqslant e(\ln x+\cos x)$. ……11 分

由上述不等式取等条件不能同时成立，

$\therefore f(x)>e(\ln x+\cos x)$ 得证. ……12 分

22. 解：(Ⅰ) $\because$ 当 $\alpha=\frac{\pi}{3}$ 时，直线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+\frac{1}{2}t,\\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$， ……1 分

化简得直线 C_1 的普通方程为 $\sqrt{3}x-y-2\sqrt{3}=0$. ……3 分

(Ⅱ) $\because$ 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2\cos2\theta=2$，

$\therefore \rho^2\cos^2\theta-\rho^2\sin^2\theta=2.$ ……4 分

$\because x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$，

$\therefore$ 曲线 C_2 的普通方程为 $x^2-y^2=2$. ……5 分

将直线 C_1 的参数方程 $\begin{cases}x=2+t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$ 代入 $x^2-y^2=2$ 得 $t^2\cos2\alpha+4t\cos\alpha+2=0$.

$\therefore \cos 2\alpha \neq 0$，可得 $\alpha \neq \frac{\pi}{4}$，$\Delta = 16\cos^2\alpha - 8\cos 2\alpha = 8 > 0$.

设 A，B 两点对应的参数分别为 t_1，t_2，则 $t_1 + t_2 = -\frac{4\cos\alpha}{\cos 2\alpha}$，$t_1 t_2 = \frac{2}{\cos 2\alpha}$. ……7 分

$\therefore |PA| \cdot |PB| = |t_1 t_2| = |\frac{2}{\cos 2\alpha}| = 4$. ……8 分

$\because 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$，

$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{\pi}{3}$. ……10 分

23. **解**：(Ⅰ)当 $a = 4$ 时，$f(x) = |2x - 4| + |x + 1|$. ……1 分

①当 $x \geqslant 2$ 时，$f(x) = 3x - 3 \geqslant 7$，解得 $x \geqslant \frac{10}{3}$； ……2 分

②当 $x \leqslant -1$ 时，$f(x) = 3 - 3x \geqslant 7$，解得 $x \leqslant -\frac{4}{3}$； ……3 分

③当 $-1 < x < 2$ 时，$f(x) = -x + 5 \geqslant 7$，解得 $x \leqslant -2$，不合题意. ……4 分

综上，不等式 $f(x) \geqslant 7$ 的解集为 $(-\infty, -\frac{4}{3}] \cup [\frac{10}{3}, +\infty)$. ……5 分

(Ⅱ)由题，①当 $a < 0$ 时，$f(x) > 2a$ 显然成立. ……6 分

②当 $a \geqslant 0$ 时，$f(x) = |2x - a| + |x + 1| = \begin{cases} -3x + a - 1, x \leqslant -1, \\ -x + a + 1, -1 < x < \frac{a}{2}, \\ 3x - a + 1, x \geqslant \frac{a}{2}. \end{cases}$

……7 分

$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty, -1]$ 单减，在 $(-1, \frac{a}{2})$ 单减，在 $[\frac{a}{2}, +\infty)$ 单调递增.

$\therefore f(x)_{\min} = f(\frac{a}{2}) = \frac{a}{2} + 1$. ……8 分

由 $f(x) > 2a$ 恒成立，故 $f(x)_{\min} = \frac{a}{2} + 1 > 2a$，解得 $a < \frac{2}{3}$.

$\therefore 0 \leqslant a < \frac{2}{3}$. ……9 分

综上，a 的取值范围为 $(-\infty, \frac{2}{3})$. ……10 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：京考一点通，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

微信搜一搜

京考一点通