顺义区 2022—2023 学年第一学期期末质量监测

高一（数学）参考答案

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.

CDADA　BACBC

二、填空题共 5 道小题，每题 5 分，共 25 分.

（11）$\frac{1}{4},-\frac{1}{2}$；（对一个 3 分）

（12）$\left\{x \middle| x \geq \frac{3}{2}\text{或}x \leq -1\right\}$；（没写成集合或区间的不得分）

（13）$\frac{2\pi}{3}$；

（14）①②；（有错不得分，选对 1 个得 3 分，全对得 5 分）

（15）①③④.（有错不得分，选对 1 个得 3 分，选对 2 个得 4 分，全对得 5 分）

三、解答题共 6 道题，共 85 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

（16）（本小题 13 分）

解（I）函数 $f(x)=\sqrt{x-3}$ 定义域为 $x-3 \geq 0$ ………………2 分

即集合 $A=\{x|x \geq 3\}$ ………………4 分

（II）因为集合 $A=\{x|x \geq 3\}$，集合 $B=\{x|2<x<9\}$

所以 $A \cup B=\{x|x>2\}$ ………………8 分

$C_R B=\{x|x \geq 9\text{或}x \leq 2\}$ ………………13 分

（17）（本小题 15 分）

解：（I）$f(\mathrm{e})=\ln \mathrm{e}=1$ ………………3 分

$f(-1)=-(-1)^2+2(-1)+2=-1$ ………………6 分

（II）当 $1<x \leq \mathrm{e}$ 时，$f(x)=\ln x$，在 $x \in (1,\mathrm{e}]$ 时，$f(x)$ 单调递增………………8 分

所以，$f(x)$ 的最大值为 $f(\mathrm{e})=\ln \mathrm{e}=1$ ………………10 分

当 $x \leq 1$ 时，$f(x)=-x^2+2x+2=-(x-1)^2+3$

在 $x \in (-\infty,1]$ 时，$f(x)$ 单调递增 ………………12 分

所以，$f(x)$的最大值为$f(1)=3$ ················14 分

因为$3>1$，所以$f(x)$的最大值为$f(1)=3$，此时$x=1$． ················15 分

（18）（本小题 15 分）

解：（I）$f(0)=2\sin\varphi=\sqrt{3}$,所以$\sin\varphi=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ················2 分

因为$-\dfrac{\pi}{2}<\varphi<\dfrac{\pi}{2}$， ················3 分

所以$\varphi=\dfrac{\pi}{3}$ ················5 分

（II）因为$\varphi=\dfrac{\pi}{3}$，所以$f(x)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ ················7 分

因为函数$y=\sin x$的单调递增区间为$\left[2k\pi-\dfrac{\pi}{2},2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right]$，$k\in Z$ ················9 分

所以，令$2k\pi-\dfrac{\pi}{2}\le 2x+\dfrac{\pi}{3}\le 2k\pi+\dfrac{\pi}{2}$ ················11 分

解得$k\pi-\dfrac{5\pi}{12}\le x\le k\pi+\dfrac{\pi}{12}$ ················13 分

所以，函数$f(x)$的单调递增区间为$\left[k\pi-\dfrac{5\pi}{12},k\pi+\dfrac{\pi}{12}\right]$，$k\in Z$． ················15 分

（19）（本小题 13 分）

解：（I）因为角α的终边与单位圆交于点$P(\dfrac{4}{5},y_1)$，

由三角函数定义可知：$\cos\alpha=\dfrac{4}{5},\sin\alpha=y_1$ ················2 分

因为$\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$，所以$\left(\dfrac{4}{5}\right)^2+y_1^{\,2}=1$ ················3 分

所以$y_1^{\,2}=1-\left(\dfrac{4}{5}\right)^2=\dfrac{9}{25}$，即$y_1=\pm\dfrac{3}{5}$

因为点$P(\dfrac{4}{5},y_1)$在第一象限，所以$y_1=\dfrac{3}{5}$． ················5 分

（II）选①$\beta=\dfrac{\pi}{2}$时，

则角α的终边绕坐标原点O按逆时针方向旋转$\dfrac{\pi}{2}$后与单位圆交于点$Q(x_2,y_2)$

所以 $x_2=\cos\beta=\cos(\alpha+\frac{\pi}{2})=-\sin\alpha$ ………………7 分

$y_2=\sin\beta=\sin(\alpha+\frac{\pi}{2})=\cos\alpha$ ………………9 分

因为 $\sin\alpha=y_1=\frac{3}{5}$，所以 $x_2=-\frac{3}{5}$. ………………10 分

因为 $\cos\alpha=\frac{4}{5}$，所以 $y_2=\cos\alpha=\frac{4}{5}$ ………………11 分

所以，$\frac{y_2}{x_2}=-\frac{4}{3}$ ………………13 分

选② $\beta=\pi$ 时，

则角 α 的终边绕坐标原点 O 按逆时针方向旋转 π 后与单位圆交于点 $Q(x_2,y_2)$

所以 $x_2=\cos\beta=\cos(\alpha+\pi)=-\cos\alpha$ ………………7 分

$y_2=\sin\beta=\sin(\alpha+\pi)=-\sin\alpha$ ………………9 分

因为 $\cos\alpha=\frac{4}{5}$，所以 $x_2=-\frac{4}{5}$. ………………10 分

因为 $\sin\alpha=y_1=\frac{3}{5}$，所以 $y_2=-\sin\alpha=-\frac{3}{5}$ ………………11 分

所以，$\frac{y_2}{x_2}=\frac{3}{4}$ ………………13 分

选③ $\beta=\frac{3\pi}{2}$ 时，

则角 α 的终边绕坐标原点 O 按逆时针方向旋转 $\frac{3\pi}{2}$ 后与单位圆交于点 $Q(x_2,y_2)$

所以 $x_2=\cos\beta=\cos(\alpha+\frac{3\pi}{2})=\sin\alpha$ ………………7 分

$y_2=\sin\beta=\sin(\alpha+\frac{3\pi}{2})=-\cos\alpha$ ………………9 分

因为 $\sin\alpha=y_1=\frac{3}{5}$，所以 $x_2=\frac{3}{5}$. ………………10 分

因为 $\cos\alpha=\frac{4}{5}$，所以 $y_2=-\cos\alpha=-\frac{4}{5}$ ………………11 分

所以，$\frac{y_2}{x_2}=-\frac{4}{3}$ ………………13 分

（20）（本小题 14 分）

解：（I）当 $a=1,b=-1$ 时，$f(x)$ 为奇函数. ………………2 分

理由如下：$f(x)=e^x-e^{-x}$，定义域 $x\in R$，$f(-x)=e^{-x}-e^x$

所以 $f(-x)=e^{-x}-e^x=-(e^x-e^{-x})=-f(x)$，是奇函数 ………………5 分

（II） 当 $a>0>b$ 时， ………………7 分

$f(x)$ 为 R 上的单调增函数， ………………9 分

或者当 $b>0>a$ 时，$f(x)$ 为 R 上的单调减函数. ………………9 分

（III）因为，$f(x)=ae^x+be^{-x}$ 有最小值，所以 $f(x)$ 不是 R 上的单调函数

所以 $a>0, b>0$ ………………11 分

所以 $f(x)=ae^x+be^{-x}\geq 2\sqrt{ae^x\cdot be^{-x}}=2\sqrt{ab}$

当且仅当 $e^{2x}=\frac{b}{a}$ 时等号成立 ………………12 分

又因为 $f(x)=ae^x+be^{-x}$ 有最小值 2 所以 $2=2\sqrt{ab}$，即 $ab=1$…………13 分

又 $a+b\geq 2\sqrt{ab}$，$ab=1$，当且仅当 $a=b$ 时等号成立

所以 $a+b\geq 2$ 即 $a+b$ 的最小值为 2 ………………14 分

(21)（本小题 15 分）

解：（I）集合 B 为封闭集， ………………2 分

集合 C 不是封闭集，因为 1+1=2 不属于 C； ………………4 分

（II）命题 p 是假命题， ………………5 分

举例：取 $A_1=\{2k|k\in Z\}, A_2=\{3k|k\in Z\}$，若 $A_1\bigcup A_2$ 是封闭集，则 2+3=5 属于 $A_1\bigcup A_2$，与 $A_1\bigcup A_2$ 中元素一定为 2 或 3 的倍数矛盾； ………………7 分

命题 q 是真命题. ………………8 分

证明：$\forall x, y\in A_1\bigcap A_2$，有 $x, y\in A_1$ 且 $x, y\in A_2$，

根据集合 A_1, A_2 是封闭集，可知 $x+y, xy\in A_1$ 且 $x+y, xy\in A_2$，

所以 $x+y, xy\in A_1\bigcap A_2$，所以 $A_1\bigcap A_2$ 也是封闭集. ………………10 分

（III）用反证法，假设 A，$C_R A$ 都是非空封闭集，不妨设 $-1\in A$，

根据 A 是封闭集，可以推出 $1,0\in A$. 对于 C_RA 中的任意元素 x（显然 $x\neq 0$），

断言：$-x\in C_RA$. ……………………12 分

若否，$-x\in A$，根据 $-1\in A$，由封闭集定义可知 $x\in A$，

与 A 和 C_RA 交集为空集矛盾. ……………………13 分

另一方面，若 C_RA 非空，则存在非零元素 $-x,x$ 同时属于 C_RA，

由加法封闭性可知 $0\in C_RA$，与 $0\in A$ 矛盾.

综上可知，集合 A，C_RA 不能同时为非空封闭集，证毕. ……………………15 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。