

# 2023 北京石景山初三一模

## 数 学

学校 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 准考证号 \_\_\_\_\_

考生须知

1. 本试卷共 8 页，共两部分，28 道题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
4. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。

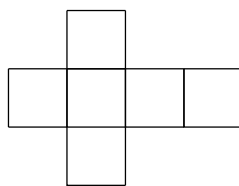
### 第一部分 选择题

#### 一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 右图是某几何体的展开图，该几何体是

- (A) 正方体      (B) 圆柱  
(C) 正四棱锥    (D) 直三棱柱

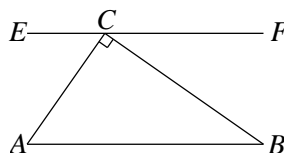


2. 2022 年 10 月 31 日，起飞重量约 23000 千克的梦天实验舱搭乘长征五号 B 遥四运载火箭，在中国文昌航天发射场成功发射。将 23000 用科学记数法表示应为

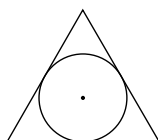
- (A)  $23 \times 10^3$       (B)  $2.3 \times 10^4$       (C)  $2.3 \times 10^5$       (D)  $0.23 \times 10^5$

3. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，过点  $C$  作  $EF \parallel AB$ 。若  $\angle ECA = 55^\circ$ ，则  $\angle B$  的度数为

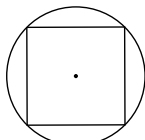
- (A)  $55^\circ$       (B)  $45^\circ$   
(C)  $35^\circ$       (D)  $25^\circ$



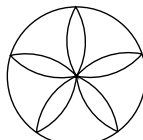
4. 下列图形中，既是轴对称图形也是中心对称图形的是



(A)



(B)



(C)



(D)

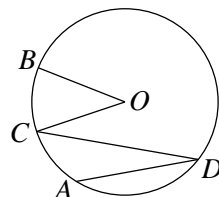
5. 不透明的袋子中装有两个红球和一个绿球，除颜色外三个小球无其他差别。从中随机摸出一个小球，放回并摇匀，再从中随机摸出一个小球，那么两次都摸到红球的概率是

- (A)  $\frac{2}{9}$       (B)  $\frac{1}{3}$       (C)  $\frac{4}{9}$       (D)  $\frac{2}{3}$

6. 如图，在  $\odot O$  中， $C$  是  $AB$  的中点，点  $D$  是  $\odot O$  上一点。

若  $\angle ADC = 20^\circ$ ，则  $\angle BOC$  的度数为

- (A)  $10^\circ$       (B)  $20^\circ$   
(C)  $40^\circ$       (D)  $80^\circ$



7. 党的二十大报告提出“深化全民阅读活动”。某校开展了“书香浸润心灵 阅读点亮人生”读书系列活动。为了解学生的课外阅读情况，随机选取了某班甲、乙两组学生一周的课外阅读时间（单位：小

时) 进行统计, 数据如下:

|    |   |   |   |   |   |   |    |
|----|---|---|---|---|---|---|----|
| 甲组 | 6 | 7 | 8 | 8 | 8 | 9 | 10 |
| 乙组 | 4 | 7 | 8 | 8 | 8 | 9 | 12 |

两组数据的众数分别为  $M_{甲}$ ,  $M_{乙}$ , 方差分别为  $s_{甲}^2$ ,  $s_{乙}^2$ , 则

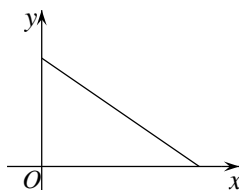
- (A)  $M_{甲} = M_{乙}$ ,  $s_{甲}^2 < s_{乙}^2$                       (B)  $M_{甲} = M_{乙}$ ,  $s_{甲}^2 = s_{乙}^2$   
 (C)  $M_{甲} = M_{乙}$ ,  $s_{甲}^2 > s_{乙}^2$                       (D)  $M_{甲} > M_{乙}$ ,  $s_{甲}^2 < s_{乙}^2$

8. 下面的三个问题中都有两个变量:

- ①圆的面积  $y$  与它的半径  $x$ ;  
 ②将游泳池中的水匀速放出, 直至放完, 游泳池中的剩余水量  $y$  与放水时间  $x$ ;  
 ③某工程队匀速铺设一条地下管道, 铺设剩余任务  $y$  与施工时间  $x$ .

其中, 变量  $y$  与变量  $x$  之间的函数关系可以用如图所示的图象表示的是

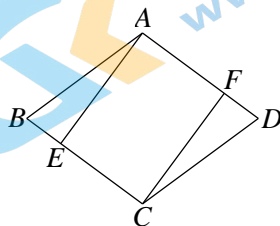
- (A) ①②③                      (B) ①②  
 (C) ①③                      (D) ②③



## 第二部分 非选择题

### 二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 若代数式  $\frac{2}{x-5}$  有意义, 则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
10. 分解因式:  $x^2y - 4y =$ \_\_\_\_\_.
11. 如果命题“若  $a < b$ , 则  $ma > mb$ ”为真命题, 那么  $m$  可以是\_\_\_\_\_ (写出一个即可).
12. 方程组  $\begin{cases} x - y = 7, \\ 2x + y = 5 \end{cases}$  的解为\_\_\_\_\_.
13. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 若反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  的图象经过点  $A(2, 3)$  和点  $B(m, -6)$ , 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.
14. 如图, 在菱形  $ABCD$  中, 点  $E, F$  分别在  $BC, AD$  上,  $BE = DF$ . 只需添加一个条件即可证明四边形  $AECF$  是矩形, 这个条件可以是\_\_\_\_\_ (写出一个即可).
15. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 4x + m = 0$  有两个不相等的实数根, 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
16. 为落实生态文明建设, 推动绿色发展, 促进人与自然和谐共生, 某公司装修采用同质地地的 A 型、B 型环保板材, 具体要求如下:



第 14 题图

| 板材要求  | 板材规格        | 需用量   |
|-------|-------------|-------|
| 板材型号  |             |       |
| A 型板材 | 60cm × 30cm | 290 块 |

|       |           |       |
|-------|-----------|-------|
| B 型板材 | 40cm×30cm | 180 块 |
|-------|-----------|-------|

现只能购得规格为150cm×30cm的符合质地要求的标准板材，一张标准板材尽可能多地裁出A型、B型板材，裁法如下（损耗忽略不计）：

| 裁出数裁法块)<br>板材型号 | 裁法一 | 裁法二 | 裁法三 |
|-----------------|-----|-----|-----|
| A 型板材           | 2   | 1   | 0   |
| B 型板材           | 0   | $a$ | 3   |

上表中  $a$  的值为\_\_\_；公司需购入标准板材至少\_\_\_张。

三、解答题（共 68 分，第 17-22 题，每题 5 分，第 23-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

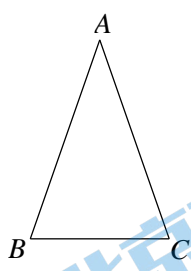
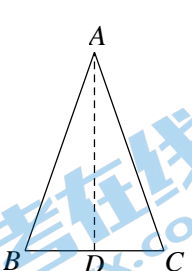
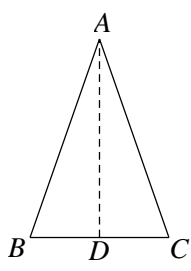
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

17. 计算： $6\cos 45^\circ - \sqrt{18} + |-5| - (\pi - 2)^0$ .

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} x - 4 < -3x, \\ x - 1 < \frac{5x + 4}{2}. \end{cases}$$

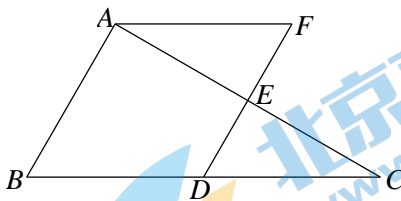
19. 已知  $x^2 - x - 5 = 0$ ，求代数式  $(\frac{x^2 + 1}{x} - 2) \div \frac{x - 1}{x^2}$  的值。

20. 下面是证明等腰三角形性质定理1的两种添加辅助线的方法，选择其中一种，完成证明。

|  |  |   |
|--|--|---|
| <p>等腰三角形性质定理1：等腰三角形的两个底角相等。</p> <p>已知：如图，在 <math>\triangle ABC</math> 中，<math>AB = AC</math>。</p> <p>求证：<math>\angle B = \angle C</math>。</p>                                  |  |  |
| <p>方法一</p> <p>证明：如图，作 <math>\angle BAC</math> 的平分线交 <math>BC</math> 于点 <math>D</math>。</p>  | <p>方法二</p> <p>证明：如图，取 <math>BC</math> 的中点 <math>D</math>，连接 <math>AD</math>。</p>  |   |

21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $BC = 2AB$ ,  $D, E$ 分别为 $BC, AC$ 的中点, 过点 $A$ 作 $AF \parallel BC$ 交 $DE$ 的延长线于点 $F$ .

- (1) 求证: 四边形 $ABDF$ 是菱形;  
 (2) 若 $AB = 2$ ,  $\angle B = 60^\circ$ , 求 $AE$ 的长.



22. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象由函数 $y = x$ 的图象平移得到, 且经过点 $A(1, 3)$ .

- (1) 求这个一次函数的解析式;  
 (2) 当 $x < 1$ 时, 对于 $x$ 的每一个值, 函数 $y = mx (m \neq 0)$ 的值小于函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的值, 直接写出 $m$ 的取值范围.

23. 2022年10月12日, “天宫课堂”第三课在中国空间站的问天实验舱开讲, “太空教师”陈冬、刘洋、蔡旭哲为广大青少年带来一场精彩的太空科普课. 为了激发学生的航天兴趣, 弘扬科学精神, 某校甲、乙两个校区的八年级所有学生 (两个校区八年级各有200名学生) 参加了“格物致知 叩问苍穹”为主题的太空科普知识竞赛. 为了解八年级学生的科普知识掌握情况, 调查小组进行了抽样调查, 过程如下, 请补充完整.

**收集数据** 调查小组计划从两个校区的八年级共选取40名学生的竞赛成绩 (百分制) 作为样本, 下面的抽样方法中, 合理的是\_\_\_\_ (填字母).

- A. 从每个校区八年级的科技小组中分别选取20名学生的竞赛成绩组成样本;
- B. 从每个校区八年级分别选取20名男生的竞赛成绩组成样本;
- C. 从每个校区八年级分别随机选取10名男生、10名女生的竞赛成绩组成样本.

抽样方法确定后, 调查小组抽取得到两个校区的样本数据, 其中乙校区的样本数据如下:

66 88 84 79 92 83 95 89 100 91  
 91 97 74 77 99 98 89 94 100 100

**整理、描述数据** 按如下分数段整理、描述两个校区的样本数据, 其中乙校区的情况如下:

| 人数 \ 成绩 $x$ | 校区               |                  |                  |                  |                      |
|-------------|------------------|------------------|------------------|------------------|----------------------|
|             | $65 \leq x < 80$ | $80 \leq x < 85$ | $85 \leq x < 90$ | $90 \leq x < 95$ | $95 \leq x \leq 100$ |
| 乙校区         |                  | 2                | 3                |                  | 7                    |

**分析数据** 两个校区样本数据的平均数、中位数、方差如下表所示:

| 校区  | 平均数  | 中位数  | 方差   |
|-----|------|------|------|
| 甲校区 | 89.3 | 88.5 | 42.6 |
| 乙校区 | 89.3 |      | 87.2 |

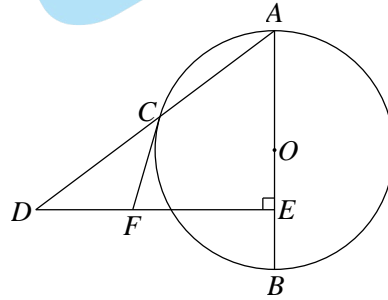
得出结论

- a. 对于抽取的八年级学生竞赛成绩，高于本校区平均分的人数更多的是\_\_\_\_校区，成绩更稳定的是\_\_\_\_校区（填“甲”或“乙”）；
- b. 抽样调查中，两个校区共有30%的学生竞赛成绩不低于95分. 该校计划从两个校区选派成绩不低于95分的学生参加全区的竞赛，估计参赛的八年级学生中，甲校区有\_\_\_\_人.

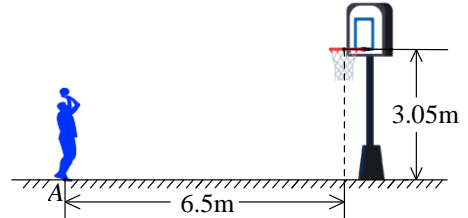
24. 如图， $AB$ 是 $\odot O$ 的直径，点 $D$ 是弦 $AC$ 延长线上一点，过点 $D$ 作 $DE \perp AB$ 于点 $E$ ，过点 $C$ 作 $\odot O$ 的切线，交 $DE$ 于点 $F$ .

(1) 求证： $FC = FD$ ；

(2) 若 $E$ 是 $OB$ 的中点， $\sin D = \frac{3}{5}$ ， $OA = 2$ ，求 $FD$ 的长.



25. 篮球是学生非常喜爱的运动项目之一. 篮圈中心距离地面的竖直高度是3.05m，小石站在距篮圈中心水平距离6.5m处的点A练习定点投篮，篮球从小石正上方出手到接触篮球架的过程中，其运行路线可以看作是抛物线的一部分. 当篮球运行的水平距离是 $x$  (单位：m) 时，球心距离地面的竖直高度是 $y$  (单位：m).



在小石多次的定点投篮练习中，记录了如下两次训练：

(1) 第一次训练时，篮球的水平距离 $x$ 与竖直高度 $y$ 的几组数据如下：

|              |     |     |     |     |     |     |     |
|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 水平距离 $x$ / m | 0   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   |
| 竖直高度 $y$ / m | 2.0 | 2.7 | 3.2 | 3.5 | 3.6 | 3.5 | 3.2 |

①在平面直角坐标系 $xOy$ 中，描出以上表中各对对应值为坐标的点，并用平滑的曲线连接；

②结合表中数据或所画图象，直接写出篮球运行的最高点距离地面的竖直高度，并求 $y$ 与 $x$ 满足的函数解析式；

③小石第一次投篮练习没能投进，请说明理由；

(2) 第二次训练时，小石通过调整出手高度的方式将球投进. 篮球出手后运行路线的形状与第一次相同，达到最高点时，篮球的位置恰好在第一次的正上方，则小石的出手高度是\_\_\_\_m.

26. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$  ( $a > 0$ ) 的对称轴为 $x = t$ ，两个不同的点 $(3, m)$ ， $(t+1, n)$ 在抛物线上.

(1) 若 $m = n$ ，求 $t$ 的值；

(2) 若  $n < m < c$ , 求  $t$  的取值范围.

27. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $CA = CB$ , 点  $D$  为射线  $CA$  上一点, 过点  $D$  作  $DE \parallel CB$  且  $DE = CB$  (点  $E$  在点  $D$  的右侧), 射线  $ED$  交射线  $BA$  于点  $F$ , 点  $H$  是  $AF$  的中点, 连接  $HC$ ,  $HE$ .

(1) 如图1, 当点  $D$  在线段  $CA$  上时, 判断线段  $HE$  与  $HC$  的数量关系及位置关系;

(2) 当点  $D$  在线段  $CA$  的延长线上时, 依题意补全图2. 用等式表示线段  $CB$ ,  $CD$ ,  $CH$  之间的数量关系, 并证明.

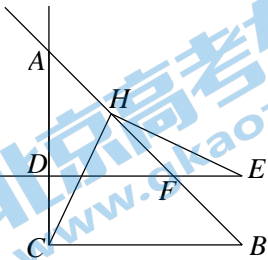


图 1

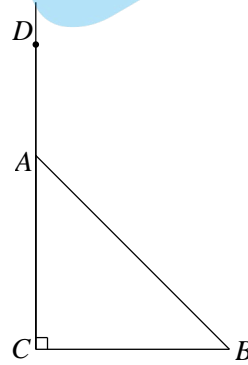


图 2

28. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点  $P$  和图形  $W$ , 给出如下定义: 若图形  $W$  上存在点  $Q$ , 使得点  $P$  绕着点  $Q$  旋转  $90^\circ$  得到的对应点  $P'$  在图形  $W$  上, 则称点  $P$  为图形  $W$  的“关联点”.

(1) 图形  $W$  是线段  $AB$ , 其中点  $A$  的坐标为  $(0,2)$ , 点  $B$  的坐标为  $(3,2)$ ,

①如图 1, 在点  $P_1(-1,2)$ ,  $P_2(2,4)$ ,  $P_3(3,-1)$ ,  $P_4(4,0)$  中, 线段  $AB$  的“关联点”是\_\_\_\_\_;

②如图 2, 若直线  $y = \frac{1}{3}x + b$  上存在点  $P$ , 使点  $P$  为线段  $AB$  的“关联点”, 求  $b$  的取值范围;

(2) 图形  $W$  是以  $T(t, 0)$  为圆心, 1 为半径的  $\odot T$ . 已知点  $M(6, 0)$ ,  $N(0, 2\sqrt{3})$ . 若线段  $MN$  上存在点  $P$ , 使点  $P$  为  $\odot T$  的“关联点”, 直接写出  $t$  的取值范围.

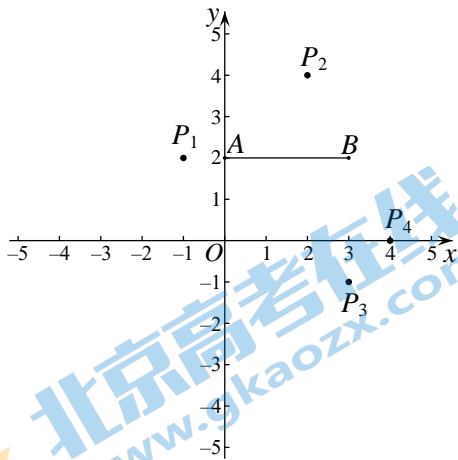


图 1

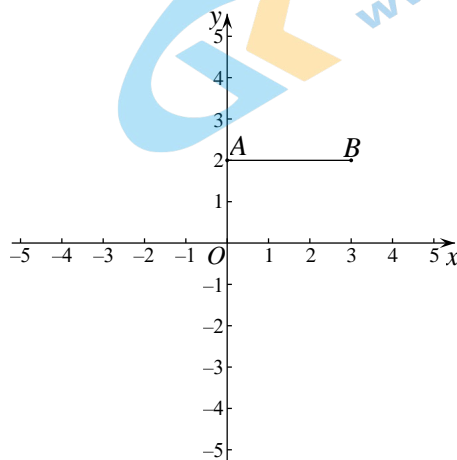


图 2

# 参考答案

阅卷须知：

1. 为便于阅卷，本试卷答案中有关解答题的推导步骤写得较为详细，阅卷时，只要考生将主要过程正确写出即可。
2. 若考生的解法与给出的解法不同，正确者可参照评分参考相应给分。
3. 评分参考中所注分数，表示考生正确做到此步应得的累加分数。

## 第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

|    |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答案 | A | B | C | B | C | C | A | D |

## 第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9.  $x \neq 5$

10.  $y(x+2)(x-2)$

11. 答案不唯一，如：-1

12.  $\begin{cases} x=4, \\ y=-3 \end{cases}$

13. -1

14. 答案不唯一，如：  
 $\angle AEC = 90^\circ$

15.  $m < 4$

16. 2；190

三、解答题（共 68 分，第 17-22 题，每题 5 分，第 23-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17. 解：原式  $= 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 3\sqrt{2} + 5 - 1$  ..... 4 分

$= 4$ . ..... 5 分

18. 解：原不等式组为  $\begin{cases} x-4 < -3x, & \text{①} \\ x-1 < \frac{5x+4}{2}. & \text{②} \end{cases}$

解不等式①，得  $x < 1$ . ..... 2 分

解不等式②，得  $x > -2$ . ..... 4 分

$\therefore$  原不等式组的解集为  $-2 < x < 1$ . ..... 5 分

19. 解：原式  $= \frac{x^2+1-2x}{x} \cdot \frac{x^2}{x-1}$  ..... 1 分

$= \frac{(x-1)^2}{x} \cdot \frac{x^2}{x-1}$  ..... 2 分

$= x(x-1)$

$= x^2 - x$ . ..... 3 分

$\therefore x^2 - x - 5 = 0$ , ..... 4 分

$\therefore x^2 - x = 5$ . ..... 4 分

$\therefore$  原式  $= 5$ . ..... 5 分

20. 方法一

证明:  $\because AD$  平分  $\angle BAC$ ,

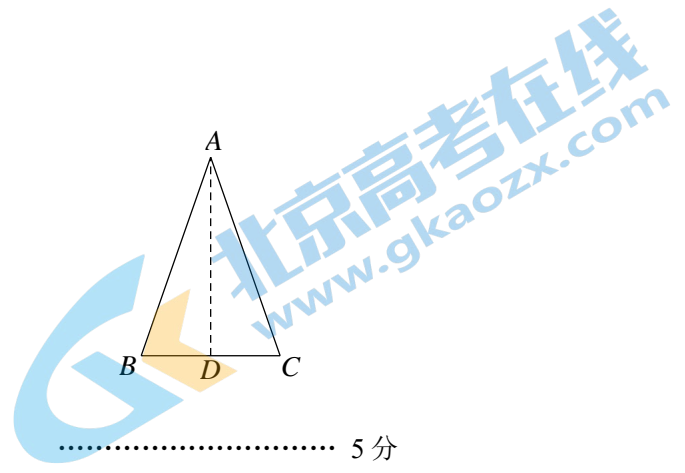
$$\therefore \angle BAD = \angle CAD.$$

在  $\triangle ADB$  和  $\triangle ADC$  中,

$$\begin{cases} AB = AC, \\ \angle BAD = \angle CAD, \\ AD = AD, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle ADC.$

$$\therefore \angle B = \angle C.$$



方法二

证明:  $\because D$  为  $BC$  的中点,

$$\therefore BD = CD.$$

在  $\triangle ADB$  和  $\triangle ADC$  中,

$$\begin{cases} AB = AC, \\ BD = CD, \\ AD = AD, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle ADC.$

$$\therefore \angle B = \angle C.$$

..... 5分

21. (1) 证明:  $\because D, E$  分别为  $BC, AC$  的中点,

$$\therefore BD = \frac{1}{2}BC, ED \parallel AB, ED = \frac{1}{2}AB.$$

又  $\because AF \parallel BC$ ,

$\therefore$  四边形  $ABDF$  是平行四边形.

$$\because BC = 2AB,$$

$$\therefore AB = \frac{1}{2}BC.$$

$$\therefore AB = BD.$$

$\therefore$  四边形  $ABDF$  是菱形.

..... 3分

(2) 解: 连接  $AD$ , 如图.

$\because$  四边形  $ABDF$  是菱形,

$$\therefore \angle F = \angle B = 60^\circ, AF = DF = AB = 2.$$

$\therefore \triangle ADF$  是等边三角形.

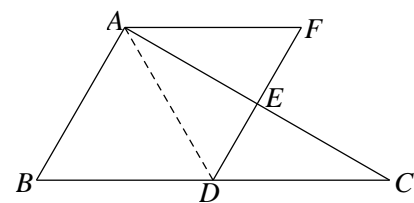
$$\because ED = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}DF,$$

$$\therefore EF = ED.$$

$$\therefore AE \perp DF.$$

在  $\text{Rt}\triangle AEF$  中,  $\angle F = 60^\circ, AF = 2,$

$$\therefore AE = AF \cdot \sin F = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$$





22. 解: (1)  $\because$  一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象由函数  $y = x$  的图象平移得到,

$\therefore k = 1.$

$\because$  一次函数  $y = x + b$  的图象经过点  $A(1, 3),$

$\therefore 1 + b = 3.$

$\therefore b = 2.$

$\therefore$  这个一次函数的解析式为  $y = x + 2.$

..... 3分

(2)  $1 \leq m \leq 3.$

..... 5分

23. 解: 收集数据 合理的是 C. ..... 1分

整理、描述数据 4, 4. .... 2分

分析数据 91. .... 3分

得出结论 a. 乙, 甲. .... 6分  
b. 50.

24. (1) 证明: 连接  $OC,$  如图 1.

$\because CF$  是  $\odot O$  的切线,  $OC$  是  $\odot O$  的半径,

$\therefore OC \perp CF.$

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ.$

$\because DE \perp AB,$

$\therefore \angle D + \angle 3 = 90^\circ.$

$\because OA = OC,$

$\therefore \angle 2 = \angle 3.$

$\therefore \angle 1 = \angle D.$

$\therefore FC = FD.$

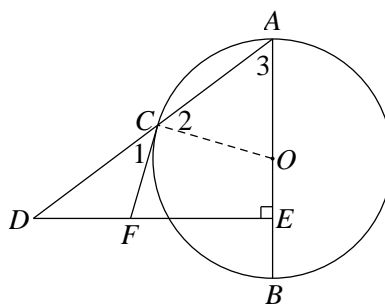


图 1

..... 3分

(2) 解: 连接  $OF,$  如图 2.

$\because OB = OA = 2,$   $E$  是  $OB$  的中点,

$\therefore OE = 1, AE = 3.$

在  $Rt\triangle AED$  中,  $\sin D = \frac{AE}{AD} = \frac{3}{5},$

$\therefore AD = 5, DE = \sqrt{AD^2 - AE^2} = 4.$

设  $FD = FC = x,$

则  $EF = 4 - x.$

在  $Rt\triangle FCO$  中,  $OF^2 = FC^2 + OC^2 = x^2 + 4.$

在  $Rt\triangle FEO$  中,  $OF^2 = EF^2 + OE^2 = (4 - x)^2 + 1.$

$\therefore x^2 + 4 = (4 - x)^2 + 1,$  解得  $x = \frac{13}{8}.$

即  $FD$  的长为  $\frac{13}{8}.$

..... 6分

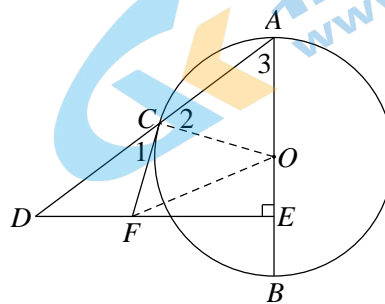


图 2

25. 解 (1) ①如图所示. .... 1分

②篮球运行的最高点距离地面的垂直高度为3.6m.

依题意, 设  $y$  与  $x$  的函数解析式

$$为 y = a(x-4)^2 + 3.6 \quad (a \neq 0).$$

$\because$  当  $x=0$  时,  $y=2.0$ ,

$$\therefore a(0-4)^2 + 3.6 = 2.0.$$

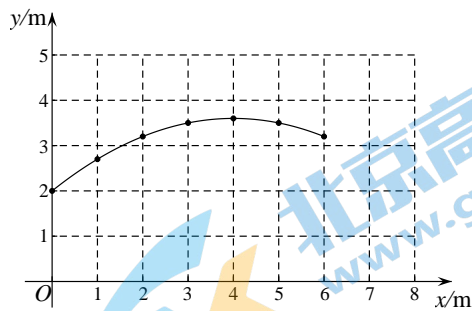
解得  $a = -0.1$ .

$$\therefore y \text{ 与 } x \text{ 的函数解析式为 } y = -0.1(x-4)^2 + 3.6. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

③理由为:

当  $x=6.5$  时,  $y = -0.1 \times (6.5-4)^2 + 3.6 = 2.975 < 3.05$ . .... 5分

(2) 2.075. .... 6分



26. 解 (1)  $\because$  点  $(3, m)$ ,  $(t+1, n)$  在抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a > 0$ ) 上, 且  $m = n$ ,

$$\therefore t = \frac{3 + (t+1)}{2}.$$

解得  $t = 4$ . .... 2分

(2) 由题意, 点  $(t+1, n)$  在对称轴  $x = t$  的右侧, 点  $(0, c)$  在对称轴的左侧, 点  $(3, m)$  不在对称轴上.

①当点  $(3, m)$  在对称轴  $x = t$  的左侧时,

点  $(t+1, n)$  关于对称轴  $x = t$  的对称点为  $(t-1, n)$ .

$$\because a > 0 \text{ 且 } n < m < c,$$

$$\therefore t-1 > 3.$$

$$\therefore t > 4.$$

②当点  $(3, m)$  在对称轴  $x = t$  的右侧时,

点  $(0, c)$  关于对称轴  $x = t$  的对称点为  $(2t, c)$ .

$$\because a > 0 \text{ 且 } n < m < c,$$

$$\therefore t+1 < 3 < 2t.$$

$$\therefore \frac{3}{2} < t < 2.$$

综上所述,  $t$  的取值范围是  $\frac{3}{2} < t < 2$  或  $t > 4$ . .... 6分

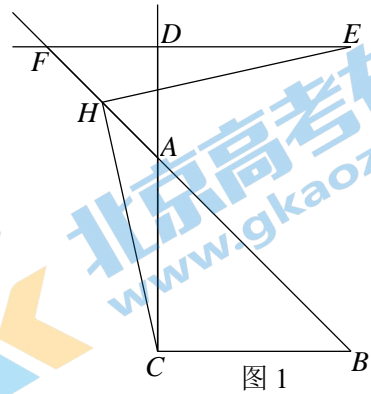
27. (1) 数量关系:  $HE = HC$ ; 位置关系:  $HE \perp HC$ . .... 2分

(2) 依题意补全图形, 如图 1.

$$数量关系: CB^2 + CD^2 = 2CH^2.$$

证明: 连接  $DH$ ,  $CE$ , 如图 2.

$\because \triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $CA = CB$ ,  
 $\therefore \angle 1 = \angle B = 45^\circ$ .  
 $\because DE \parallel CB$ ,  
 $\therefore \angle ADF = \angle 2 = \angle ACB = 90^\circ$ ,  
 $\angle 3 = \angle B = 45^\circ$ .



又  $\because \angle DAF = \angle 1 = 45^\circ$

$\therefore DA = DF$ .

$\because$  点  $H$  是  $AF$  的中点,

$\therefore AH = DH = FH$ ,

$DH \perp AF$ ,  $\angle 4 = \frac{1}{2} \angle ADF = 45^\circ$ .

$\therefore \angle 1 = \angle 4$ .

$\therefore \angle HAC = \angle HDE$ .

又  $\because AC = CB = DE$ ,

$\therefore \triangle HAC \cong \triangle HDE$ .

$\therefore HC = HE$ ,  $\angle 6 = \angle 5$ .

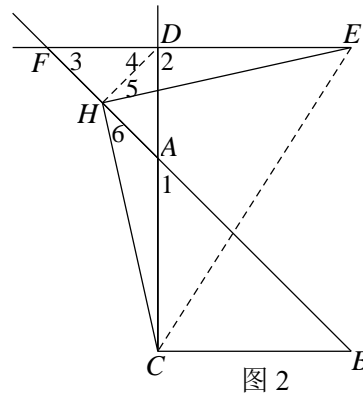
$\therefore \angle EHC = \angle DHA = 90^\circ$ .

$\therefore CE = \sqrt{2}CH$ .

在  $\text{Rt}\triangle CDE$  中, 由勾股定理, 得  $DE^2 + CD^2 = CE^2$ .

$\because DE = CB$ ,  $CE = \sqrt{2}CH$ ,

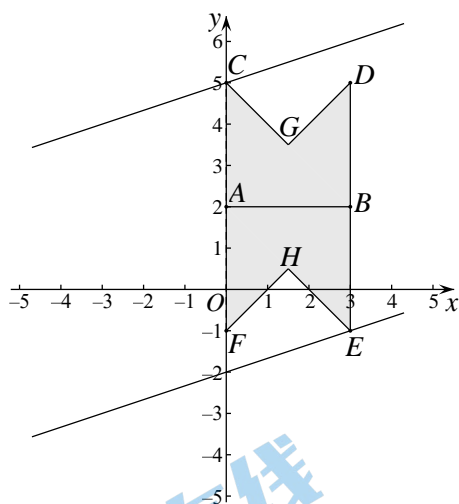
$\therefore CB^2 + CD^2 = 2CH^2$ .



..... 7分

28. 解: (1) ①  $P_2$ ,  $P_3$ . ..... 2分

②依题意, 线段  $AB$  的“关联点”  $P$  在如图所示的阴影部分 (含外边缘线段, 不含线段  $AB$ ), 其中点  $C(0,5)$ ,  $D(3,5)$ ,  $E(3,-1)$ ,  $F(0,-1)$ , 点  $G$  是线段  $AD$  与  $BC$  的交点, 点  $H$  是线段  $AE$  与  $BF$  的交点.



若直线  $y = \frac{1}{3}x + b$  过点  $E(3, -1)$ , 可得  $b = -2$ ;

若直线  $y = \frac{1}{3}x + b$  过点  $C(0, 5)$ , 可得  $b = 5$ .

结合函数图象, 可得  $b$  的取值范围是  $-2 \leq b \leq 5$ . ..... 5 分

(2)  $4 - 2\sqrt{2} \leq t \leq 7 + \sqrt{2}$ . ..... 7 分

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯