



高三数学

北京高考在线
www.gkz.com

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

$$\frac{4-2i}{-i-1} = \frac{4-2i}{-(i+1)} = \frac{4-2i}{-i-1} \cdot \frac{i-1}{i-1} = \frac{(4-2i)(i-1)}{(-i-1)(i-1)} = \frac{4i-4-2i^2+2i}{-i^2+1} = \frac{4i-4+2+2i}{-(-1)+1} = \frac{2i-2+2i}{0}$$

$$z = 2-i$$

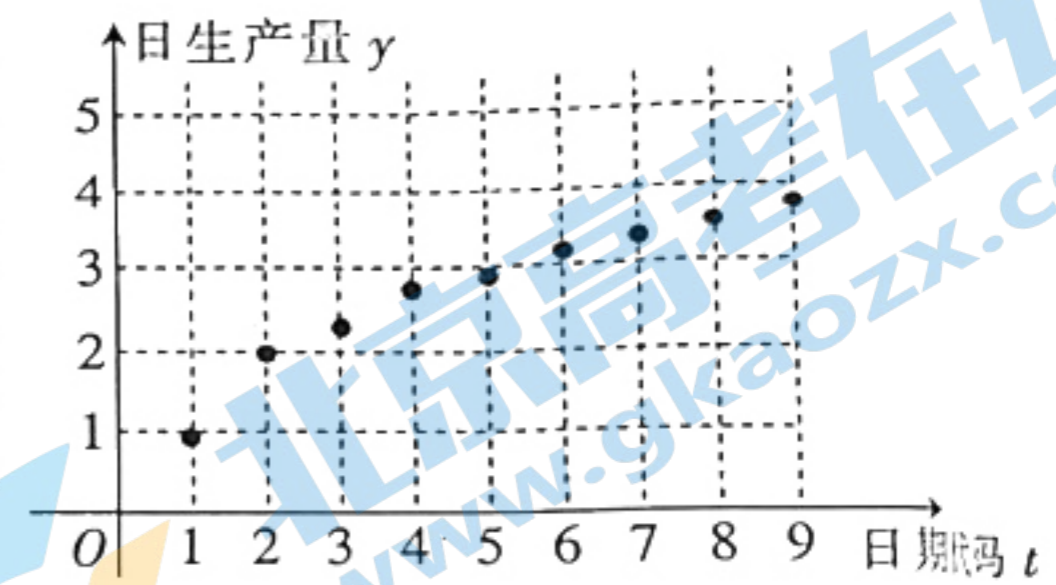
一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 z 在复平面内对应的点的坐标为 $(2, -1)$, 则 $\frac{2z}{z-1} =$
 A. $3+i$ B. $1-3i$ C. $1-i$ D. $2-i$
2. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 4 > 0\}$, $N = \{x | -6 < x < 5\}$, 则 $M \cap N$ 中整数元素的个数为
 A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
3. 已知平面 α 和两条不同的直线 m, n , 则“直线 m, n 与平面 α 所成角相等”是“ $m \parallel n$ ”的
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

$$\sqrt{3^2+1^2} = \sqrt{10}$$

$$\frac{2i^4+6i}{2} = \frac{2+6i}{2} = 1+3i$$

4. 2019 年底,武汉出现新型冠状病毒肺炎疫情,并快速席卷我国其他地区,口罩成了重要的防疫物资。某口罩生产厂不断加大投入,提高产量。现对其在 2020 年 2 月 1 日~2 月 9 日连续 9 天的日生产量 y_i (单位:十万只, $i=1, 2, \dots, 9$) 数据做了初步处理,得到如图所示的散点图。那么不可能作为 y 关于 t 的回归方程类型的是



- A. $y = a + b\sqrt{t}$
- B. $y = a + b \ln t$
- C. $y = a + be^{-t}$
- D. $y = a + bt^2$

5. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{\lg x}$, 则

- A. $f(0.5) > f(2) > f(3.1)$
- B. $f(3.1) > f(2) > f(0.5)$
- C. $f(2) > f(0.5) > f(3.1)$
- D. $f(2) > f(3.1) > f(0.5)$

6. 满足黄金分割比的身材是完美的, 0.618 是黄金分割比 $m = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 的近似值, 黄金分割比可表示为 $2\cos 72^\circ$, 则 $\sin 54^\circ =$

$$\cos 108^\circ = 1 - 2\sin^2 54^\circ \Rightarrow 2\sin^2 54^\circ = 1 - \cos 108^\circ$$

- A. $\frac{\sqrt{3-m}}{2}$
- B. $\frac{\sqrt{m+2}}{2}$
- C. $\frac{\sqrt{4-m^2}}{2}$
- D. $\frac{\sqrt{1+m^2}}{2}$

7. 已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 焦点为 F , 抛物线 C 的准线与 y 轴交于点 A , 点 $M(\sqrt{3}, y)$ 在

抛物线 C 上, $|MF| = \frac{7y_0}{4}$, 则 $\triangle MAF$ 的面积为

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

8. 在一次“概率”相关的研究性活动中, 老师在每个箱子中装了 10 个小球, 其中 9 个是白球, 1 个是黑球, 用两种方法让同学们来摸球. 方法一: 在 20 箱中各任意摸出一个小球; 方法二: 在 10 箱中各任意摸出两个小球. 将方法一、二至少能摸出一个黑球的概率分别记为 p_1 和 p_2 , 则

- A. $p_1 = p_2$ B. $p_1 < p_2$
C. $p_1 > p_2$ D. 以上三种情况都有可能

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 在 $(3x - \frac{1}{\sqrt{x}})^n$ 的展开式中, 各项系数和与二项式系数和之和为 128, 则

- A. 二项式系数和为 64 B. 各项系数和为 64
C. 常数项为 -135 D. 常数项为 135

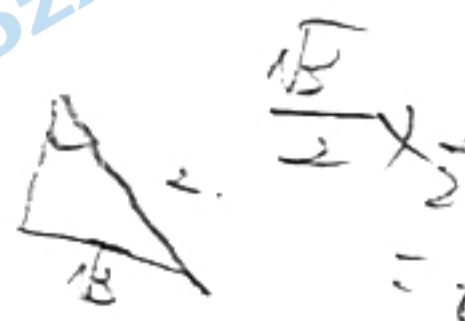
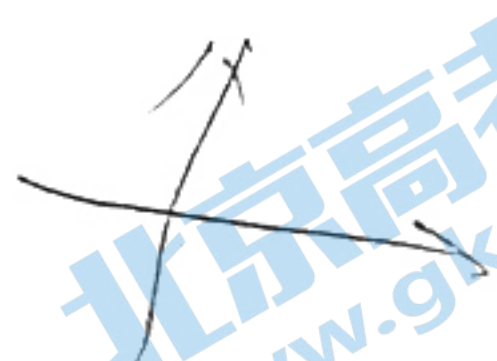
10. 将函数 $f(x) = \sin x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再将所得图象上所有点的横坐标扩大

为原来的 2 倍, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 则下列说法正确的有

- A. 函数 $g(x)$ 的最小正周期为 2π
B. 函数 $g(x)$ 的单调递增区间为 $[4k\pi - \frac{4\pi}{3}, 4k\pi + \frac{2\pi}{3}] (k \in \mathbf{Z})$
C. 直线 $x = \frac{2\pi}{3}$ 是函数 $g(x)$ 图象的一条对称轴
D. 函数 $g(x)$ 图象的一个对称中心为点 $(\frac{2\pi}{3}, 0)$

$\frac{1}{2} \sin(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6})$

$\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$



11. 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $2a + b = ab$, 则

- A. $ab \geq 8$ B. $a + b \leq 3 + 2\sqrt{2}$
C. $2^b > 4$ D. $\log_2(a-1) \cdot \log_2(b-2) \leq \frac{1}{4}$

12. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的每个顶点都在球 O 的球面上, $AB = BC = 2, PA = PC = \sqrt{5}, AB \perp BC$, 过 B 作平面 ABC 的垂线 BQ , 且 $BQ = AB, PQ = 3, P$ 与 Q 都在平面 ABC 的同侧, 则

- A. 三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 $\frac{2}{3}$ B. $PA \perp AB$
C. $PC \parallel BQ$ D. 球 O 的表面积为 9π

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $2a_7 = a_9 + 4$, 则 $S_9 = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 函数 $y = x - 2x^3$ 的极小值点为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

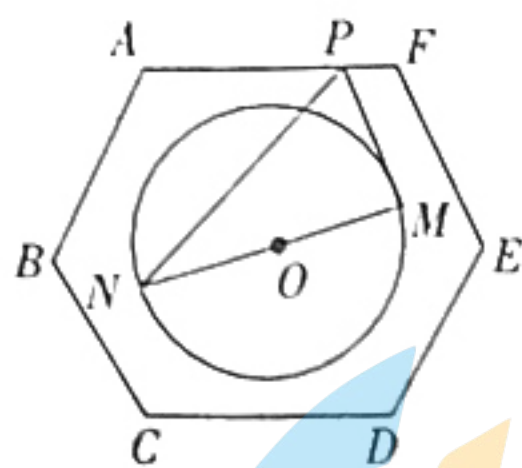
15. 窗花是贴在窗纸或窗户玻璃上的剪纸, 是中国古老的传统民间艺术之一. 每年新春佳节, 我国许多地区的人们都有贴窗花的习俗, 以此达到装点环境、渲染气氛的目的, 寄托辞旧迎新、接福纳祥的愿望. 图一是一张由卷曲纹和回纹构成的正六边形剪纸窗花, 已知图二中正六边形

形 $ABCDEF$ 的边长为 4, 圆 O 的圆心为正六边形的中心, 半径为 2, 若点 P 在正六边形的边

上运动, MN 为圆 O 的直径, 则 $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN}$ 的取值范围是 ▲ .



图一



图二

16. 已知 F_1, F_2 分别是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, P 为右支上任意一点, 若 $\frac{|PF_1|^2}{|PF_2|^2 + 4a^2}$ 的最大值为 2, 则双曲线 C 离心率的取值范围是 ▲ .

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

在①数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_{n+1} = 2b_n + 1, b_2 = 3$, ②数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 满足 $T_n = 2^{n+1} - n - 2$, ③数列 $\{b_n + 1\}$ 是等比数列, $b_3 = 7, b_6 = 63$ 这三个条件中任选一个补充在下面的问题中, 并加以解答.

问题: 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项为 2, , $a_{n+1} - a_n = b_n$, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

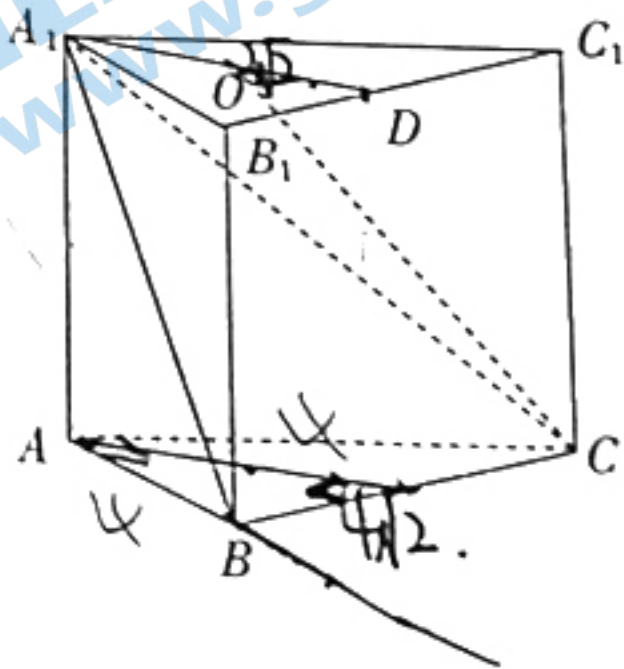
注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

18. (12 分)

如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB \perp AC, AB = AC = AA_1 = 4, D, Q$ 分别为线段 B_1C_1, A_1D 的中点.

(1) 证明: $A_1D \perp$ 平面 B_1BCC_1 .

(2) 求 OC 与平面 A_1BC 所成角的正弦值.



19. (12 分)

在某工厂年度技术工人团体技能大赛中, 有甲、乙两个团体进行比赛, 比赛分两轮, 每轮比赛必有胜负, 没有平局. 第一轮比赛甲团体获胜的概率为 0.6, 第二轮比赛乙团体获胜的概率为 0.7, 第一轮获胜团体有奖金 5000 元, 第二轮获胜团体有奖金 8000 元, 未获胜团体每轮有 1000 元鼓励奖金.

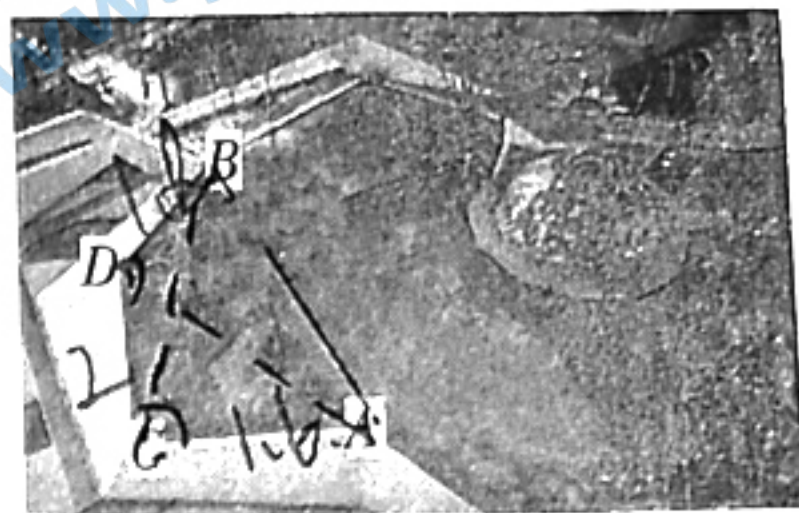
(1) 求甲团体至少胜一轮的概率;

(2) 记乙团体两轮比赛获得的奖金总额为 X 元, 求 X 的分布列及其数学期望.

20. (12分)

为了测出图中草坪边缘 A, B 两点间的距离, 找到草坪边缘的另外两个点 C 与 D (A, B, C, D 四点共面), 测得 $AC=1.6$ m, $CD=2$ m, $BD=1.8$ m, 已知 $\cos \angle BDC = -\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\tan \angle ACD = 3\sqrt{7}$.

- (1) 求 $\triangle ACD$ 的面积;
- (2) 求 A, B 两点间的距离.



21. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 1)$ 长轴的顶点与双曲线 $D: \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 实轴的顶点相同, 且 C 的右焦点 F 到 D 的渐近线的距离为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

- (1) 求 C 与 D 的方程;
- (2) 若直线 l 的倾斜角是直线 $y = (\sqrt{5} - 2)x$ 的倾斜角的 2 倍, 且 l 经过点 F , l 与 C 交于 A, B 两点, 与 D 交于 M, N 两点, 求 $\frac{|AB|}{|MN|}$.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = e^{x-m} + m(x-1)$.

- (1) 当 $m = -1$ 时, 证明: $f(x) \geq 3$.
- (2) 若关于 x 的方程 $f(x) = \ln x + mx$ 有两个不同的实数解, 求 m 的取值范围.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯