高 三 数 学

考试时间：120 分钟　试卷满分：150 分

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1．集合 $A=\{x|-1\le x\le 2\}$，集合 $B=\{x|x<1\}$，则 $A\cap(\complement_R B)=$

（A）$\{x|x>1\}$　（B）$\{x|x\ge 1\}$　（C）$\{x|1<x\le 2\}$　（D）$\{x|1\le x\le 2\}$

2．在 $(x-\sqrt{2})^6$ 的展开式中，x^3 的系数为（　　）

（A）$-40\sqrt{2}$　（B）$40\sqrt{2}$　（C）-40　（D）40

3．已知 $a=4^{0.1},b=2^{0.6},c=\log_4 0.6$，则 a,b,c 的大小关系为（　　）

（A）$a<b<c$　（B）$b<a<c$　（C）$c<a<b$　（D）$c<b<a$

4．有 10 名学生，其中 4 名男生，6 名女生，从中任选 2 名学生，其中恰好有 1 名男生的概率是

（A）$\frac{8}{15}$　（B）$\frac{6}{25}$　（C）$\frac{2}{15}$　（D）$\frac{4}{45}$

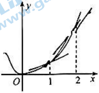
5．已知函数 $f(x)$ 在 R 上可导，其部分图像如图所示，设 $\frac{f(2)-f(1)}{2-1}=a$，则下列不等式正确的是

（A）$a<f'(1)<f'(2)$

（B）$f'(1)<a<f'(2)$

（C）$f'(2)<f'(1)<a$

（D）$f'(1)<f'(2)<a$



6．给出下面四个命题：

①"直线 a，b 不相交"是"直线 a，b 为异面直线"的充分而不必要条件；

②"$l\perp$平面 α"是"直线 $l\perp$ 平面 α 内所有直线"的充要条件；

③"a 平行于 b 所在的平面"是"直线 $a//$直线 b"的充要条件；

④"直线 a 平行于 α 内的一条直线"是"直线 $a//$平面 α"的必要而不充分条件.

其中正确命题的序号是

（A）①③　（B）②③　（C）②④　（D）③④

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

7. “苏州码子”发源于苏州，在明清至民国时期，作为一种民间的数字符号曾经流行一时，广泛应用于各种商业场合．110 多年前，詹天佑主持修建京张铁路，首次将“苏州码子”刻于里程碑上．“苏州码子”计数方式如下：〡(1)、〢(2)、〣(3)、〤(4)、〥(5)、〦(6)、〧(7)、〨(8)、〩(9)、〇(0)．为了防止混淆，有时要将“〡”“〢”“〣”横过来写．已知某铁路的里程碑所刻数字代表距离始发车站的里程，每隔 2 公里摆放一个里程碑，若在 A 点处里程碑上刻着“〣〤”，在 B 点处里程碑刻着“〩〢”，则从 A 点到 B 点里程碑的个数应为

（A）29　　（B）30　　（C）58　　（D）59

8. 在 ΔABC 中，若 $\dfrac{a^2}{b^2}=\dfrac{\tan A}{\tan B}$，则 ΔABC 为

（A）直角三角形　　（B）等腰三角形

（C）等腰直角三角形　　（D）等腰三角形或直角三角形

9. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-ax+2, & x\geq a,\\ |x+a|, & x<a.\end{cases}$ 若对于任意正数 k，关于 x 的方程 $f(x)=k$ 都恰有两个不相等的实数根，则满足条件的实数 a 的个数为

（A）0　　（B）1　　（C）2　　（D）无数

10. 平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 $y=mx$（$m>0$）与曲线 $y=x^3$ 从左至右依次交于 A，B，C 三点．若直线 $l: kx-y+3=0$（$k\in\mathbf{R}$）上存在点 P 满足 $|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}|=2$，则实数 k 的取值范围是

（A）$(-2,2)$　　（B）$[-2\sqrt{2},2\sqrt{2}]$

（C）$(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$　　（D）$(-\infty,-2\sqrt{2}]\cup[2\sqrt{2},+\infty)$

二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

11. 若复数 z 满足 $z=\dfrac{2i}{1+i}$，则 z 的虚部为______.

12. 已知 $|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=6$，$\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a})=2$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 的夹角是______.

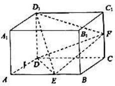
13. 如果角 α 的终边与单位圆的交点 A 位于第一象限，其横坐标为 $\dfrac{3}{5}$，那么 $\sin\alpha=$______，点 A 沿单位圆逆时针运动到点 B，若经过的弧长为 $\dfrac{\pi}{4}$，则点 B 的横坐标为

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

14、抛物线 $x^2=2py$（$p>0$）的焦点为 F，其准线与双曲线 $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{3}=1$ 交于 A，B 两点.

若 ΔFAB 是等边三角形，则 $p=$_____.

15、如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2, AA_1=AD=1$，动点 E, F 分别在线段 AB 和 CC_1 上．给出下列四个结论：



①$V_{D_1-DEF}=\frac{1}{3}$；

②ΔD_1EF 不可能是等边三角形；

③当 $D_1E\perp DF$ 时，$D_1F=EF$；

④至少存在两组 E, F，使得三棱锥 D_1-DEF 的四个面均为直角三角形.

其中所有正确结论的序号是_____

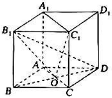
三、解答题（共 6 小题，共 85 分）

16.（本小题满分 14 分）

如图，四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 是菱形，$\angle ABC=60°$，对角面 AA_1C_1C 是矩形，且平面 $AA_1C_1C\perp$ 平面 $ABCD$.

（Ⅰ）证明：侧棱 $AA_1\perp$ 平面 $ABCD$；

（Ⅱ）设 $AC\cap BD=O$，若 $AB=AA_1$，求二面角 $D-OB_1-C_1$ 的余弦值.



关注北京高考在线官方微信： 京考一点通 （微信号:bjgkzx）， 获取更多试题资料及排名分析信息。

17.（本小题满分 14 分）

已知 ΔABC 中，$b=a\cos C+\sqrt{3}c\sin A$．

（Ⅰ）求角 A 的大小；

（Ⅱ）从以下三个条件中选择一个作为已知，使得满足条件的 ΔABC 存在且唯一确定，求 ΔABC 的面积：

条件①：$a=7$，$b=8$；

条件②：$\sin B=\frac{1}{7}$，$a=7$；

条件③：$a=\sqrt{2}b$，$c=8$．

注：如果选择的条件不符合要求，第（Ⅱ）问得 0 分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分．

18.（本小题满分 14 分）

2022 年第 24 届冬季奥林匹克运动会期间，为保障冬奥会顺利运行，组委会共招募约 2.7 万人参与赛会志愿服务．赛会共设对外联络服务、竞赛运行服务、文化展示服务等共 12 类志愿服务．

（Ⅰ）甲、乙两名志愿者被随机分配到不同类志愿服务中，每人只参加一类志愿服务．求甲被分配到对外联络服务且乙被分配到竞赛运行服务的概率；

（Ⅱ）已知来自某高校的每名志愿者被分配到文化展示服务的概率是 $\frac{1}{10}$，设来自该高校的 2 名志愿者被分配到文化展示服务的人数为 X，求 X 的分布列与数学期望 $E(X)$；

（Ⅲ）已知在 2.7 万名志愿者中，18~35 岁人群占比达到 95%，为了解志愿者们对某一活动方案是否支持，通过分层随机抽样获得如下数据：

	18~35 岁人群		其他人群	
	支持	不支持	支持	不支持
方案	90 人	5 人	1 人	4 人

假设志愿者对活动方案是否支持相互独立．将志愿者支持方案的概率估计值记为 p_0，去掉其他人群后志愿者支持方案的概率估计值记为 p_1，试比较 p_0 与 p_1 的大小．（结论不要求证明）

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

19.（本小题满分 14 分）

设函数 $f(x)=\dfrac{x^2}{2}-k\ln x$，$k>0$．

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的单调区间和极值；

（Ⅱ）证明：若 $f(x)$ 存在零点，则 $f(x)$ 在区间 $(1,\sqrt{e}]$ 上仅有一个零点．

20.（本小题满分 14 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的右焦点为 $(1,0)$，且经过点 $A(0,1)$．

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）设 O 为原点，直线 $l:y=kx+t$（$t\neq\pm1$）与椭圆 C 交于两个不同点 P，Q，直线 AP 与 x 轴交于点 M，直线 AQ 与 x 轴交于点 N，若 $|OM|\cdot|ON|=2$，求证：直线 l 经过定点．

21.（本小题满分 15 分）

正实数构成的集合 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$（$n\geq2$），定义 $A\otimes A=\{a_i\cdot a_j\,|\,a_i,a_j\in A,\text{且}\,i\neq j\}$．当集合 $A\otimes A$ 中恰有 $\dfrac{n(n-1)}{2}$ 个元素时，称集合 A 具有性质 Ω．

（Ⅰ）判断集合 $A_1=\{1,2,4\}$，$A_2=\{1,2,4,8\}$ 是否具有性质 Ω；

（Ⅱ）若集合 A 具有性质 Ω，且 A 中所有元素能构成等比数列，$A\otimes A$ 中所有元素也能构成等比数列，求集合 A 中的元素个数的最大值；

（Ⅲ）若集合 A 具有性质 Ω，且 $A\otimes A$ 中的所有元素能构成等比数列．问：集合 A 中的元素个数是否存在最大值？若存在，求出该最大值；若不存在，请说明理由．

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

2023 北京四中高三（上）开学考数学答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	A	C	A	B	C	B	D	B	D

二、填空题

题号	11	12	13	14	15
答案	1	60°	$\frac{4}{5}$；$-\frac{\sqrt{2}}{10}$	6	①②④

三、解答题

16.（本小题满分 14 分）

解：（Ⅰ）证明：因为对角面 AA_1C_1C 是矩形，所以 $AA_1\perp AC$.………2 分

因为平面 $AA_1C_1C\perp$ 平面 $ABCD$，且平面 $AA_1C_1C\cap$ 平面 $ABCD=AC$，………3 分

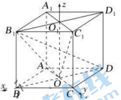
所以 $AA_1\perp$ 平面 $ABCD$.…………5 分

（Ⅱ）因为四边形 $ABCD$ 是菱形，所以 $AC\perp BD$.

连接 B_1D_1，设 $A_1C_1\cap B_1D_1=O_1$，连接 OO_1，

则 $O_1O\perp$ 底面 $ABCD$，

从而 OB,OC,OO_1 两两垂直. ………6 分



以 O 为坐标原点，OB,OC,OO_1 所在直线分别为 x 轴，y 轴，z 轴，建立空间直角坐标系. …………7 分

不妨设 $AB=2t$，因为 $\angle ABC=60^\circ$，所以 $OB=\sqrt{3}t$，$OC=t$，

又 $AB=AA_1$，所以 $B_1(\sqrt{3}t,0,2t)$，$C_1(0,t,2t)$.   …………8 分

平面 BDD_1B_1 的一个法向量是 $\boldsymbol{j}=(0,1,0)$.…………9 分

设平面 OB_1C_1 的法向量 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{OB_1}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{OC_1}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}\sqrt{3}x+2z=0,\\ y+2z=0,\end{cases}$ ………10 分

不妨设 $z=-\sqrt{3}$，所以 $\boldsymbol{n}=(2,2\sqrt{3},-\sqrt{3})$，………11 分

设二面角 $D-OB_1-C_1$ 的平面角为 θ，

所以 $|\cos\theta|=|\cos\langle \boldsymbol{j},\boldsymbol{n}\rangle|=\left|\frac{\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{j}||\boldsymbol{n}|}\right|=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{19}}=\frac{2\sqrt{57}}{19}$，………13 分

由图可知，θ 是锐角，所以二面角 $D-OB_1-C_1$ 的余弦值为 $\frac{2\sqrt{57}}{19}$.………14 分

17.（本小题满分 14 分）

解：（Ⅰ）法一：由正弦定理，$\sin B=\sin A\cos C+\sqrt{3}\sin C\sin A$，………2 分

在 ΔABC 中，$A+B+C=\pi$，

所以 $\sin B=\sin(\pi-(A+C))=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C$，………3 分

所以 $\cos A\sin C=\sqrt{3}\sin C\sin A$. ………4 分

关注北京高考在线官方微信： 京考一点通 （微信号:bjgkzx）， 获取更多试题资料及排名分析信息。

因为 $C\in(0,\pi)$，所以 $\sin C\neq 0$，所以 $\cos A=\sqrt{3}\sin A$，$\tan A=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ………5 分

因为 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\frac{\pi}{6}$ ………7 分

法二：由余弦定理 $b=a\cos C+\sqrt{3}c\sin A=a\cdot\frac{a^2-b^2-c^2}{2ab}+\sqrt{3}c\sin A$，……2 分

所以 $b^2+c^2-a^2=2\sqrt{3}bc\sin A$，………3 分

所以 $\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\sqrt{3}\sin A$，故 $\cos A=\sqrt{3}\sin A$，$\tan A=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ………5 分

因为 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\frac{\pi}{6}$ ………7 分

（II）条件①使得满足条件的 $\triangle ABC$ 不唯一；

选择条件②：由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，所以 $b=\frac{a\sin B}{\sin A}=2$，………9 分

由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，所以 $c^2-2\sqrt{3}c-45=0$，………11 分

解得 $c=5\sqrt{3}$ 或 $c=-3\sqrt{3}$（舍）………12 分

所以 $\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times 2\times 5\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ………14 分

选择条件③：由余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，

所以 $b^2+64-8\sqrt{3}b=2b^2$，解得 $b=4\sqrt{7}-4\sqrt{3}$ 或 $b=-4\sqrt{7}-4\sqrt{3}$（舍），……12 分

所以 $\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times(4\sqrt{7}-4\sqrt{3})\times 8\times\frac{1}{2}=8(\sqrt{7}-\sqrt{3})$ ……14 分

18.（本小题满分 14 分）

解：（I）甲、乙两名志愿者被随机分配到不同志愿服务中，每人只参加一类志愿服务的基本事件空间 Ω 有 $A_{12}^2=12\times 11=132$ 个基本事件，………2 分

事件 A："甲被分配到对外联络服务且乙被分配到竞赛运行服务"，包含 1 个基本事件，则 $P(A)=\frac{1}{132}$；………4 分

（II）由题知，$X=0,1,2$，………5 分

$P(X=0)=C_2^0\left(1-\frac{1}{10}\right)^2=\frac{81}{100}$，

$P(X=1)=C_2^1\times\frac{1}{10}\times\left(1-\frac{1}{10}\right)=\frac{9}{50}$，

$P(X=2)=C_2^2\left(\frac{1}{10}\right)^2=\frac{1}{100}$ ………8 分

则 X 的分布列：

X	0	1	2
P	$\frac{81}{100}$	$\frac{9}{50}$	$\frac{1}{100}$

………9 分

X 的数学期望 $E(X)=0\times\frac{81}{100}+1\times\frac{9}{50}+2\times\frac{1}{100}=\frac{1}{5}$；………11 分

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

（$X\sim B(2,\frac{1}{10})$，$E(X)=2\times\frac{1}{10}=\frac{1}{5}$）

（Ⅲ）$p_0<p_1$．　………14 分

19.（本小题满分 14 分）

解：（Ⅰ）函数 $f(x)=\frac{x^2}{2}-k\ln x$，定义域：$(0,+\infty)$，则 $f'(x)=x-\frac{k}{x}=\frac{x^2-k}{x}$，…2 分

由 $k>0$，令 $f'(x)=0$，解得 $x=\sqrt{k}$．………3 分

$f(x)$ 与 $f'(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上的情况如下：

x	$(0,\sqrt{k})$	$\sqrt{k}$	$(\sqrt{k},+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	$\frac{k(1-\ln k)}{2}$	↗

………4 分

所以，$f(x)$ 的单调递减区间是 $(0,\sqrt{k})$，单调递增区间是 $(\sqrt{k},+\infty)$；………5 分

当 $x=\sqrt{k}$ 时，$f(x)$ 有极小值 $f(\sqrt{k})=\frac{k(1-\ln k)}{2}$；　　………6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，$f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上的最小值为 $f(\sqrt{k})=\frac{k(1-\ln k)}{2}$，

因为 $f(x)$ 存在零点，所以 $\frac{k(1-\ln k)}{2}\leqslant 0$，从而 $k\geqslant e$，　　…………8 分

当 $k=e$ 时，$f(x)$ 在区间 $(1,\sqrt{e})$ 上单调递减，且 $f(\sqrt{e})=0$，

则 $x=\sqrt{e}$ 是 $f(x)$ 在区间 $(1,\sqrt{e}]$ 上的唯一零点；…………10 分

当 $k>e$ 时，$f(x)$ 在区间 $(0,\sqrt{e})$ 上单调递减，且 $f(1)=\frac{1}{2}>0$，$f(\sqrt{e})=\frac{e-k}{2}<0$，

则 $f(x)$ 在区间 $(1,\sqrt{e}]$ 上仅有一个零点，…………14 分

综上所述，若 $f(x)$ 存在零点，则 $f(x)$ 在区间 $(1,\sqrt{e}]$ 上仅有一个零点．

20.（本小题满分 14 分）

解：（Ⅰ）由题知，$\begin{cases}c=1,\\ b=1,\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a^2=2,\\ b^2=1.\end{cases}$…………3 分

则椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$．…………4 分

（Ⅱ）设 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$，则直线 AP 的方程为 $y=\frac{y_1-1}{x_1}x+1$，…………5 分

令 $y=0$，则 $x_M=-\frac{x_1}{y_1-1}$，…………6 分

又 $y_1=kx_1+t$，则 $|OM|=|x_M|=|\frac{x_1}{kx_1+t-1}|$，同理，$|ON|=|\frac{x_2}{kx_2+t-1}|$，………8 分

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

由 $\begin{cases}y=kx+t\\ \frac{x^2}{2}+y^2=1\end{cases}$，得 $(1+2k^2)x^2+4ktx+2t^2-2=0$，………9 分

则 $x_1+x_2=\dfrac{-4kt}{1+2k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{2t^2-2}{1+2k^2}$，…………11 分

则 $|OM|\cdot|ON|=\left|\dfrac{x_1}{kx_1+t-1}\right|\cdot\left|\dfrac{x_2}{kx_2+t-1}\right|=\left|\dfrac{x_1x_2}{k^2x_1x_2+k(t-1)(x_1+x_2)+(t-1)^2}\right|$

$$=\left|\frac{2t^2-2}{k^2(2t^2-2)+k(t-1)(-4kt)+(t-1)^2(1+2k^2)}\right|$$

$$=\left|\frac{2t^2-2}{(t-1)^2}\right|=2\left|\frac{1+t}{1-t}\right|=2 \text{ ………13 分}$$

解得 $t=0$，所以直线 l 恒过定点 $(0,0)$．………14 分

21．（本小题满分 15 分）来源：高三答案公众号

解：（Ⅰ）A_1 具有性质 Ω；A_2 不具有性质 Ω．…………4 分

（Ⅱ）当 A 中的元素个数 $n\geqslant 4$ 时，因为 A 中所有元素能构成等比数列，

不妨设元素依次为 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 构成等比数列，则 $a_1a_n=a_2a_{n-1}$，其中 a_1,a_2,a_{n-1},a_n 互不相同．

于是这与 A 具有性质 Ω，$A\otimes A$ 中恰有 $C_n^2=\dfrac{n(n-1)}{2}$ 个元素，即任取 A 中两个不同元素组成组合的两个数其积的结果互不相同相矛盾．

当 A 中的元素个数恰有 3 个时，取 $A=\{1,2,4\}$ 时满足条件，

所以集合 A 中的元素个数最大值为 3．……………8 分

（Ⅲ）因为 $a_i>0(i=1,2,\cdots,n)$，不妨设 $a_1<a_2<a_3<\cdots<a_{n-1}<a_n$，

所以 $a_1a_2<a_1a_3<\cdots<a_{n-2}a_n<a_{n-1}a_n$．

（1）当 $n>5$ 时，$a_1a_2,a_1a_3,\cdots,a_{n-2}a_n,a_{n-1}a_n$ 构成等比数列，

所以 $\dfrac{a_1a_3}{a_1a_2}=\cdots=\dfrac{a_{n-1}a_n}{a_{n-2}a_n}$，即 $a_2a_{n-1}=a_3a_{n-2}$，其中 a_2,a_{n-1},a_3,a_{n-2} 互不相同

这与 $A\otimes A$ 中恰有 $C_n^2=\dfrac{n(n-1)}{2}$ 个元素，即任取 A 中两个不同元素组成组合的两个数其积的结果互不相同相矛盾．

（2）当 $n=5$ 时，$a_1a_2,a_1a_3,\cdots,a_3a_5,a_4a_5$ 构成等比数列，第 3 项是 a_2a_3 或 a_1a_4．

① 若第 3 项是 a_2a_3，则 $\dfrac{a_1a_3}{a_1a_2}=\dfrac{a_2a_3}{a_1a_3}=\cdots=\dfrac{a_4a_5}{a_3a_5}$，即 $\dfrac{a_3}{a_2}=\dfrac{a_2}{a_1}=\cdots=\dfrac{a_4}{a_3}$，

所以 $a_2a_3=a_1a_4$，与题意矛盾．

② 若第 3 项是 a_1a_4，则 $\dfrac{a_1a_3}{a_1a_2}=\dfrac{a_1a_4}{a_1a_3}=\cdots=\dfrac{a_4a_5}{a_3a_5}$，即 $\dfrac{a_3}{a_2}=\dfrac{a_4}{a_3}=\cdots=\dfrac{a_4}{a_3}$，

所以 a_2,a_3,a_4 成等比数列，设公比为 q，则 $A\otimes A$ 中等比数列的前三项为：

a_1a_2,a_1a_3,a_1a_4，其公比为 q，第四项为 $a_1a_2q^3$，第十项为 $a_1a_2q^9$．

(i)若第四项为 a_2a_3，则 $a_2a_3=a_1a_2q^3$，得 $a_2=a_1q^2$，

又 $a_4a_5=a_1a_2q^9$，得 $a_5=a_1q^7$，此时 A 中依次为 $a_1,a_1q^2,a_1q^3,a_1q^4,a_1q^7$

显然 $a_1a_5=a_3a_4$，不合题意．

(ii)若第四项为 a_1a_5，则 $a_1a_5=a_1a_2q^3$，得 $a_5=a_2q^3$，又 $a_4a_5=a_1a_2q^9$，得 $a_2=a_1q^4$，

此时 A 中依次为 $a_1,a_1q^4,a_1q^5,a_1q^6,a_1q^7$，显然 $a_2a_5=a_3a_4$，不合题意．

因此，$n\leqslant 4$．

取 $A=\{1,2,4,16\}$ 满足条件．

所以 A 中的元素个数最大值是 4．………14 分

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承〃精益求精、专业严谨〃的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

微信搜一搜
京考一点通