

2022 北京昌平高三（上）期末

数 学

2022.1

本试卷共 6 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡收回。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合 $A = \{x \mid x^2 > 1\}$ ， $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ，则 $A \cap B =$

- (A) $\{-2, 2\}$ (B) $\{-1, 0, 1\}$
(C) $\{2\}$ (D) $\{-2, -1, 1, 2\}$

(2) 在复平面内，复数 $\frac{i}{1-i}$ 对应的点位于

- (A) 第一象限 (B) 第二象限
(C) 第三象限 (D) 第四象限

(3) 已知 $a, b \in \mathbf{R}$ ，那么“ $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ ”是“ $2^a > 2^b$ ”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(4) 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 上一点 P 到抛物线 C 的焦点的距离为 5，则点 P 到 y 轴的距离为

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

(5) 在 $(x - \frac{1}{x})^5$ 的展开式中， x 的系数为

- (A) -10 (B) -5 (C) 5 (D) 10

(6) 如图，在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，过点 A 且与直线 BD_1 垂直的所有面对角线的条数为

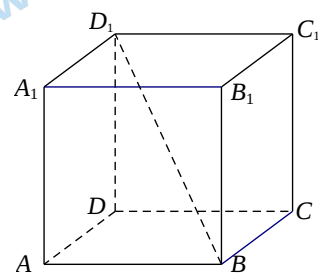
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

(7) 已知函数 $f(x) = \cos^2 \omega x - \sin^2 \omega x (\omega > 0)$ 的最小正周期为 π ，则

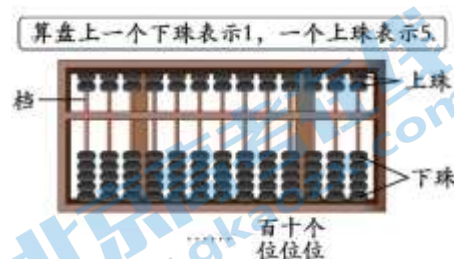
- (A) $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 内单调递增 (B) $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 内单调递减
(C) $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$ 内单调递增 (D) $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$ 内单调递减

(8) 在平面直角坐标系中，点 $P(\cos \theta, \sin \theta)$ 到直线 $x + y - 2 = 0$ 的距离的最大值为

- (A) $\sqrt{2} - 1$ (B) $\sqrt{2}$ (C) 2 (D) $1 + \sqrt{2}$



(9) 算盘是中国传统的计算工具. 东汉徐岳所撰的《数术记遗》中记载: “珠算, 控带四时, 经纬三才.” 用如图所示的算盘表示数时, 约定每档中有两粒算珠 (上珠中最上面的一粒和下珠中最下面的一粒) 不使用. 如果一个数在算盘上能够用个位、十位和百位这三档中的 2 粒算珠表示, 则这个数能够被 3 整除的概率是



- (A) $\frac{2}{9}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

(10) 若函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x - m, & x < 1, \\ x^2 - 4mx + 3m^2, & x \geq 1 \end{cases}$ 恰有两个零点, 则实数 m 的取值范围是

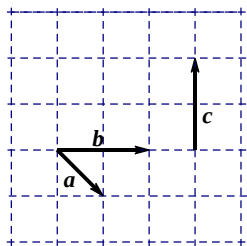
- (A) $(-\infty, 0)$ (B) $(-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$
(C) $[\frac{1}{3}, 1)$ (D) $[\frac{1}{3}, 1) \cup [2, +\infty)$

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

(11) 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{16} = 1 (a > 0)$ 的一个焦点的坐标是 $(5, 0)$, 则此双曲线的离心率为_____.

(12) 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 在正方形网格中的位置如图所示. 若网格纸上小正方形的边长为 1, 则 $\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} =$ _____;
 $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} =$ _____.



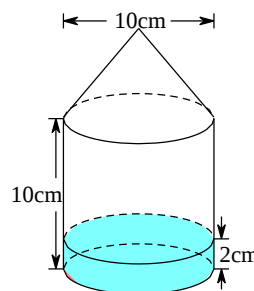
(13) 若函数 $f(x) = \sin x + \cos(\theta - x)$, 对任意的 $x \in \mathbf{R}$ 都满足 $f(-x) + f(x) = 0$, 则常数 θ 的一个取值为_____.

(14) 在参加综合实践活动时, 某同学想利用 3D 打印技术制作一个的容器: 容器上部为圆锥形, 底面直径为 10cm; 下部为圆柱形, 底面直径和高均为 10cm (如图所示). 他希望当如图放置的容器内液体高度为 2cm 时, 把容器倒置后, 液体恰好充满整个圆锥形部分, 则圆锥形部分的高度设计为_____ cm.

(15) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 其前 n 项和为 S_n , 前 n 项乘积为 T_n ,

$T_2 = T_7$, $a_6 + a_7 = 6$, 则

- ① 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$ _____;
② 满足 $S_n > T_n$ 的最大正整数 n 的值为_____.



三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

(16) (本小题 13 分)

在 $\triangle ABC$ 中， $a^2 = b^2 + c^2 + bc$ 。

(I) 求 A ；

(II) 再从条件 ①、条件 ② 这两个条件中选择一个作为已知，使 $\triangle ABC$ 存在且唯一确定，求 BC 边上高线的长。

条件①: $C = 3B$ ；

条件②: $a = 7, \frac{\sin B}{\sin C} = \frac{5}{3}$ 。

注：如果选择的条件不符合要求，第 (II) 得 0 分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分。

(17) (本小题 13 分)

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是直角梯形， $AD \perp CD$ ，

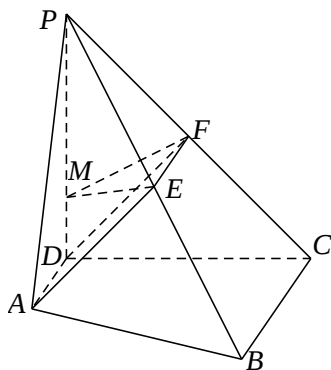
$AD \parallel BC$ ， $PD \perp$ 平面 $ABCD$ ， E 是 PB 的中点， PC

与平面 ADE 交于点 F ， $BC = DC = PD = 2AD = 2$ 。

(I) 求证: F 是 PC 的中点；

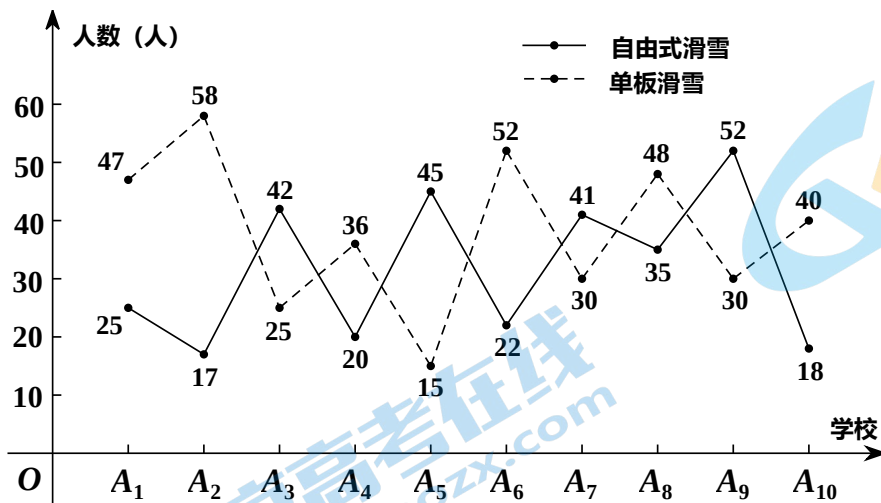
(II) 若 M 为棱 PD 上一点,且直线 PA 与平

面 EFM 所成的角的正弦值为 $\frac{4}{5}$ ，求 $\frac{PM}{PD}$ 的值。



(18) (本小题 14 分)

随着北京 2022 冬奥会的临近, 冰雪运动在全国各地蓬勃开展. 某地为深入了解学生参与“自由式滑雪”、“单板滑雪”两项运动的情况, 在该地随机抽取了 10 所学校进行调研, 得到数据如下:



(I) 从这 10 所学校中随机选取 1 所学校, 求这所学校“自由式滑雪”的参与人数超过 40 人的概率;

(II) 规定“单板滑雪”的参与人数超过 45 人的学校作为“基地学校”.

(i) 现在从这 10 所学校中随机选取 3 所, 记 X 为其中的“基地学校”的个数, 求 X 的分布列和数学期望;

(ii) 为提高学生“单板滑雪”水平, 某“基地学校”针对“单板滑雪”的 4 个基本动作进行集训并考核. 要求 4 个基本动作中至少有 3 个动作达到“优秀”, 则考核为“优秀”. 已知某同学参训前, 4 个基本动作中每个动作达到“优秀”的概率均为 0.2, 参训后该同学考核为“优秀”. 能否认为该同学在参训后“单板滑雪”水平发生了变化? 并说明理由.

(19) (本小题 15 分)

已知函数 $f(x) = \frac{a}{x} - (a-1)\ln x (a \in \mathbf{R})$.

(I) 若 $a = -1$, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(II) 曲线 $y = f(x)$ 在直线 $y = 2 - x$ 的上方, 求实数 a 的取值范围.

(20) (本小题 15 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $A(3, 1), B(0, 2)$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 若过点 $E(4, 0)$ 的直线与椭圆 C 交于点 M, N , 直线 MA, NA 分别交直线 $x = 4$ 于点 P, Q . 求证: 线段 PQ 的中点为定点.

(21) (本小题 15 分)

已知等差数列 $A: a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$, 若存在有穷等比数列 $B: b_1, b_2, \dots, b_N$, 其中 $b_1 = 1$, 公比为 q , 满足 $b_{k-1} \leq a_{k-1} \leq b_k$, 其中 $k = 2, 3, \dots, N$, 则称数列 B 为数列 A 的长度为 N 的“等比伴随数列”.

(I) 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 8n - 5$, 写出数列 $\{a_n\}$ 的一个长度为 4 的“等比伴随数列”;

(II) 等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 若 $\{a_n\}$ 存在长度为 5 的“等比伴随数列” $\{b_n\}$, 其中 $b_n = 2^{n-1}$, 求 d 的最大值;

(III) 数列 A 的通项公式为 $a_n = n$, 数列 B 为数列 A 的长度为 N 的“等比伴随数列”, 求 N 的最大值.

2022 北京昌平高三（上）期末数学

参考答案

一、选择题(共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	A	C	D	C	B	D	C	D

二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分）

(11) $\frac{5}{3}$ (12) 0; -2 (13) $\frac{\pi}{2}$ (答案不唯一)

(14) 6 (15) $2^{n-5}(n \in \mathbf{N}^+); 10$

三、解答题(共 6 小题，共 85 分)

(16) (共 13 分)

解：(I) 由余弦定理 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$ 及 $a^2 = b^2 + c^2 + bc$ ，得 $\cos A = -\frac{1}{2}$ 。

因为 $0 < A < \pi$ ，所以 $A = \frac{2\pi}{3}$ 。5 分

(II) 选条件②： $a = 7, \frac{\sin B}{\sin C} = \frac{5}{3}$ 。

由正弦定理 $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ 及 $\frac{\sin B}{\sin C} = \frac{5}{3}$ ，得 $\frac{b}{c} = \frac{5}{3}$ 。

在 $\triangle ABC$ 中， $a = 7$ ，设 $b = 5x, c = 3x (x > 0)$ ，由 $a^2 = b^2 + c^2 + bc$ ，得

$7^2 = (5x)^2 + (3x)^2 + 5x \cdot 3x$ ，解得 $x = 1, b = 5, c = 3$ 。

设 BC 边上高线的长为 h ，由 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ah$ ，解得 $h = \frac{15\sqrt{3}}{14}$ 。 ...13 分

(17) (共 13 分)

解：因为 $AD // BC$ ，

$AD \not\subset$ 平面 PBC ， $BC \subset$ 平面 PBC ，

所以 $AD //$ 平面 PBC 。

因为 $AD \subset$ 平面 ADE ，平面 $ADE \cap$ 平面 $PBC = EF$ ，

所以 $AD // EF$ 。

所以 $BC // EF$ 。

因为点 E 是 PB 的中点，

所以点 F 是 PC 的中点。5 分

(II) 因为 $PD \perp$ 平面 $ABCD$ ， $AD, DC \subset$ 平面 $ABCD$ ，

所以 $PD \perp AD, PD \perp CD$ 。

由 $AD \perp CD$ ，如图建立空间直角坐标系 $D-xyz$ ，

则 $A(1, 0, 0), B(2, 2, 0), C(0, 2, 0), P(0, 0, 2), E(1, 1, 1)$,

$F(0, 1, 1), \overrightarrow{EF} = (-1, 0, 0), \overrightarrow{PD} = (0, 0, -2), \overrightarrow{EP} = (-1, -1, 1), \overrightarrow{PA} = (1, 0, -2)$.

设 $\overrightarrow{PM} = \lambda \overrightarrow{PD} = (0, 0, -2\lambda), 0 \leq \lambda \leq 1$,

所以 $\overrightarrow{EM} = \overrightarrow{EP} + \overrightarrow{PM} = (-1, -1, 1-2\lambda)$.

设平面 EFM 的一个法向量为 $\vec{n} = (x, y, z)$,

$$\text{则 } \begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{EF} = 0, \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{EM} = 0, \end{cases} \text{ 即 } \begin{cases} -x = 0, \\ -x - y + (1-2\lambda)z = 0. \end{cases}$$

令 $z = 1$ ，则 $y = 1 - 2\lambda$ ，所以 $\vec{n} = (0, 1 - 2\lambda, 1)$.

$$\text{所以 } \cos \langle \vec{n}, \overrightarrow{PA} \rangle = \frac{\vec{n} \cdot \overrightarrow{PA}}{|\vec{n}| \cdot |\overrightarrow{PA}|} = \frac{-2}{\sqrt{5} \sqrt{(1-2\lambda)^2 + 1}}.$$

设直线 PA 与平面 EFM 所成的角为 θ ,

$$\text{则 } \sin \theta = |\cos \langle \vec{n}, \overrightarrow{PA} \rangle| = \frac{2}{\sqrt{5} \sqrt{(1-2\lambda)^2 + 1}} = \frac{4}{5},$$

$$\text{解得: } \lambda = \frac{1}{4} \text{ 或 } \lambda = \frac{3}{4}.$$

$$\text{所以 } \frac{PM}{PD} = \frac{1}{4} \text{ 或 } \frac{PM}{PD} = \frac{3}{4}. \quad \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

(18) (共 14 分)

解: (I) 设事件 A 为“从 10 所学校中选出的 1 所学校“自由式滑雪”的参与人数超过 40 人”.

“自由式滑雪”的参与人数超过 40 人的学校共 4 所，所以 $P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$4 分

(II) (i) X 的所有可能取值为 0, 1, 2, 3, “单板滑雪”的参与人数在 45 人以上的学校共 4 所.

$$\text{所以 } P(X=0) = \frac{C_4^0 C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{6}, P(X=1) = \frac{C_4^1 C_6^2}{C_{10}^3} = \frac{1}{2}, P(X=2) = \frac{C_4^2 C_6^1}{C_{10}^3} = \frac{3}{10}, P(X=3) = \frac{C_4^3 C_6^0}{C_{10}^3} = \frac{1}{30}.$$

所以 X 的分布列为

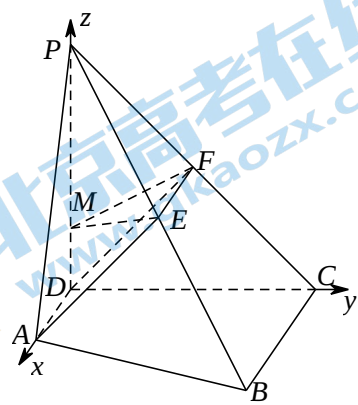
X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

$$\text{所以 } E(X) = 0 \times \frac{1}{6} + 1 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{3}{10} + 3 \times \frac{1}{30} = \frac{6}{5}. \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

(ii) 设事件 B 为“参训前，该同学考核为‘优秀’”，

$$\text{则 } P(B) = C_4^3 \times 0.2^3 \times 0.8 + C_4^4 \times 0.2^4 = 0.0272.$$

参考答案 1: 可以认为该同学在参训后“单板滑雪”水平发生了变化. 理由如下:



$P(B)$ 比较小, 即该同学考核为“优秀”为小概率事件, 一旦发生了, 就有理由认为该同学在参训后“单板滑雪”水平发生了变化.

参考答案 2: 无法确定该同学在参训后“单板滑雪”水平发生了变化. 理由如下:

事件 B 是随机事件, $P(B)$ 比较小, 即该同学考核为“优秀”为小概率事件, 一般不容易发生, 但还是可能发生的, 因此, 无法确定该同学在参训后“单板滑雪”水平发生了变化.14 分

(19) (共 15 分)

解: (I) $a = -1$ 时, $f(x) = -\frac{1}{x} + 2\ln x, f'(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x}$.

$$f'(1) = 3, f(1) = -1,$$

所以曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y + 1 = 3(x - 1)$,

即 $3x - y - 4 = 0$ 5 分

(II) 只需求满足 $\forall x > 0, \frac{a}{x} - (a-1)\ln x > 2 - x$ 恒成立的实数 a 的取值范围.

设 $g(x) = \frac{a}{x} - (a-1)\ln x + x - 2$, 其中 $x > 0$.

$$g'(x) = -\frac{a}{x^2} - \frac{(a-1)}{x} + 1 = \frac{x^2 - (a-1)x - a}{x^2} = \frac{(x+1)(x-a)}{x^2}.$$

①若 $a \leq 0, g'(x) > 0, g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.

因为 $g(1) = a - 1 < 0$, 所以 $a \leq 0$ 不满足条件.

②若 $a > 0$, 令 $g'(x) = 0, x = a$.

当 $x \in (0, a)$ 时, $g'(x) < 0, g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减,

当 $x \in (a, +\infty)$ 时, $g'(x) > 0, g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,

所以 $g(x)_{\min} = g(a) = 1 - (a-1)\ln a + a - 2 = (a-1)(1 - \ln a)$.

令 $g(x)_{\min} = (a-1)(1 - \ln a) > 0$, 解得 $1 < a < e$.

综上, 实数 a 的取值范围为 $(1, e)$15 分

(20) (共 15 分)

解: (I) 由题设, 得 $\begin{cases} b = 2, \\ \frac{9}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a^2 = 12, \\ b^2 = 4. \end{cases}$

所以椭圆 C 的方程为: $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$ 5 分

(II) 依题意, 直线 MN 的斜率存在, 设其方程为 $y = k(x - 4)$.

由 $\begin{cases} \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1, \\ y = k(x - 4) \end{cases}$ 得 $(3k^2 + 1)x^2 - 24k^2x + 48k^2 - 12 = 0$.

由 $\Delta = 48(1-k^2) > 0$, 得 $k^2 < 1$, 即 $-1 < k < 1$.

设 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$,

$$\text{则 } x_1 + x_2 = \frac{24k^2}{3k^2 + 1}, x_1 x_2 = \frac{48k^2 - 12}{3k^2 + 1}.$$

$$\text{直线 } MA \text{ 的方程为 } y - 1 = \frac{y_1 - 1}{x_1 - 3}(x - 3) (x_1 \neq 3),$$

$$\text{令 } x = 4, \text{ 得点 } P \text{ 的纵坐标 } y_P = \frac{y_1 + x_1 - 4}{x_1 - 3} (x_1 \neq 3).$$

$$\text{同理可得点 } Q \text{ 的纵坐标 } y_Q = \frac{y_2 + x_2 - 4}{x_2 - 3} (x_2 \neq 3).$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } y_P + y_Q &= \frac{y_1 + x_1 - 4}{x_1 - 3} + \frac{y_2 + x_2 - 4}{x_2 - 3} \\ &= \frac{(x_2 - 3)[k(x_1 - 4) + x_1 - 4] + (x_1 - 3)[k(x_2 - 4) + x_2 - 4]}{(x_1 - 3)(x_2 - 3)} \\ &= \frac{(k+1)(x_2 - 3)(x_1 - 4) + (k+1)(x_1 - 3)(x_2 - 4)}{(x_1 - 3)(x_2 - 3)} \\ &= \frac{(k+1)[(x_2 - 3)(x_1 - 4) + (x_1 - 3)(x_2 - 4)]}{(x_1 - 3)(x_2 - 3)} \\ &= \frac{(k+1)[2x_1 x_2 - 7(x_1 + x_2) + 24]}{(x_1 - 3)(x_2 - 3)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{因为 } 2x_1 x_2 - 7(x_1 + x_2) + 24 &= 2 \times \frac{48k^2 - 12}{3k^2 + 1} - 7 \times \frac{24k^2}{3k^2 + 1} + 24 \\ &= 24 \times \frac{4k^2 - 1 - 7k^2 + 3k^2 + 1}{3k^2 + 1} = 0, \end{aligned}$$

所以 $y_P + y_Q = 0$.

所以线段 PQ 的中点坐标为 $(4, 0)$ 是定点.....15 分

(21) (共 15 分)

(I) 数列 $\{a_n\}$ 的一个长度为 4 的“等比伴随数列”为 $1, 4, 16, 64$ (答案不唯一)4 分

(II) 由题意, $b_1 \leq a_1 \leq b_2 \leq a_2 \leq b_3 \leq a_3 \leq b_4 \leq a_4 \leq b_5$,

$$\text{即 } \begin{cases} 1 \leq a_1 \leq 2, \\ 2 \leq a_1 + d \leq 4, \\ 4 \leq a_1 + 2d \leq 8, \\ 8 \leq a_1 + 3d \leq 16 \end{cases}, \text{ 则 } 0 \leq d \leq 3.$$

又数列 $\{a_n\}: 1, 4, 7, 10$ 符合题意, 所以 d 的最大值为 3.....9 分

(III) 设长度为 N 的“等比伴随数列”的公比为 q ,

则对任意正整数 k ，当 $k=2,3,\dots,N$ 时，都有 $b_{k-1} \leq a_{k-1} \leq b_k$ 成立，

即 $q^{k-2} \leq k-1 \leq q^{k-1}$ 对 $2 \leq k \leq N$ 恒成立.

当 $k=2$ 时，有 $q \geq 1$ ；

当 $k=3$ 时， $q \leq 2 \leq q^2$ ，即 $\sqrt{2} \leq q \leq 2$ ；

当 $k \geq 4$ ，有 $\frac{\ln(k-1)}{k-1} \leq \ln q \leq \frac{\ln(k-1)}{k-2}$ 恒成立，

即当 $k \geq 4$ 时， $(\frac{\ln(k-1)}{k-1})_{\max} \leq (\frac{\ln(k-1)}{k-2})_{\min}$.

令 $f(x) = \frac{\ln(x-1)}{x-1}$ ($x \geq 4$)，当 $x \geq 4$ 时， $f'(x) = \frac{1-\ln(x-1)}{(x-1)^2} < 0$ ，

所以 $f(x)$ 在 $[4, +\infty)$ 单调递减，所以当 $k \geq 4$ 时， $(\frac{\ln(k-1)}{k-1})_{\max} = \frac{\ln 3}{3}$.

同理，令 $g(x) = \frac{\ln(x-1)}{x-2}$ ($x \geq 4$)，则 $g(x)$ 在 $[4, +\infty)$ 上单调递减，

即 $4 \leq k \leq N$ 时， $(\frac{\ln(k-1)}{k-2})_{\min} = \frac{\ln(N-1)}{N-2}$.

则 $\frac{\ln 3}{3} \leq \frac{\ln(N-1)}{N-2}$ ，即 $3\ln(N-1) - (N-2)\ln 3 \geq 0$.

令 $h(x) = 3\ln(x-1) - (x-2)\ln 3$ ($x \geq 4$)，当 $x \geq 4$ 时， $h'(x) = \frac{3}{x-1} - \ln 3 < 0$ ，

所以 $h(x)$ 在 $[4, +\infty)$ 上单调递减.

又由于 $h(6) = 3\ln 5 - 4\ln 3 > 0$ ， $h(7) = 3\ln 6 - 5\ln 3 < 0$ ，

所以，存在 $x_0 \in (6, 7)$ ，使得 $h(x_0) = 0$ ，

所以 N 的最大值为 6.15 分

北京高一高二高三期末试题下载

北京高考资讯整理了【2022年1月北京各区各年级期末试题&答案汇总】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【北京高考资讯】公众号，对话框回复【期末】或者底部栏目<试题下载→期末试题>，进入汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

