

数学学科期中考试试卷

(满分: 150 分 时间: 120 分钟)

一、选择题 (每小题 4 分, 共 40 分)

1. 如果  $\theta$  是第三象限的角, 那么 ( )

- (A)  $\sin \theta > 0$       (B)  $\cos \theta > 0$       (C)  $\tan \theta > 0$       (D) 以上都不对

2. 若  $|\vec{m}| = 4$ ,  $|\vec{n}| = 6$ ,  $\vec{m}$  与  $\vec{n}$  的夹角  $\theta$  为  $45^\circ$ , 则  $\vec{m} \cdot \vec{n}$  等于 ( )

- A. 12      B.  $12\sqrt{2}$       C.  $-12\sqrt{2}$       D. -12

3. 若角  $\alpha$  的终边经过点  $(-4, 3)$ , 则  $\tan \alpha =$  ( )

- (A)  $\frac{4}{3}$       (B)  $-\frac{4}{3}$       (C)  $\frac{3}{4}$       (D)  $-\frac{3}{4}$

4. 如果  $\vec{a}, \vec{b}$  是两个单位向量, 那么下列四个结论中正确的是 ( )

- A.  $\vec{a} = \vec{b}$       B.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$       C.  $\vec{a}^2 \neq \vec{b}^2$       D.  $|\vec{a}|^2 = |\vec{b}|^2$

5. 要得到函数  $y = 4 \sin(4x - \frac{\pi}{3})$  的图像, 只需要将函数  $y = \sin 4x$  的图像

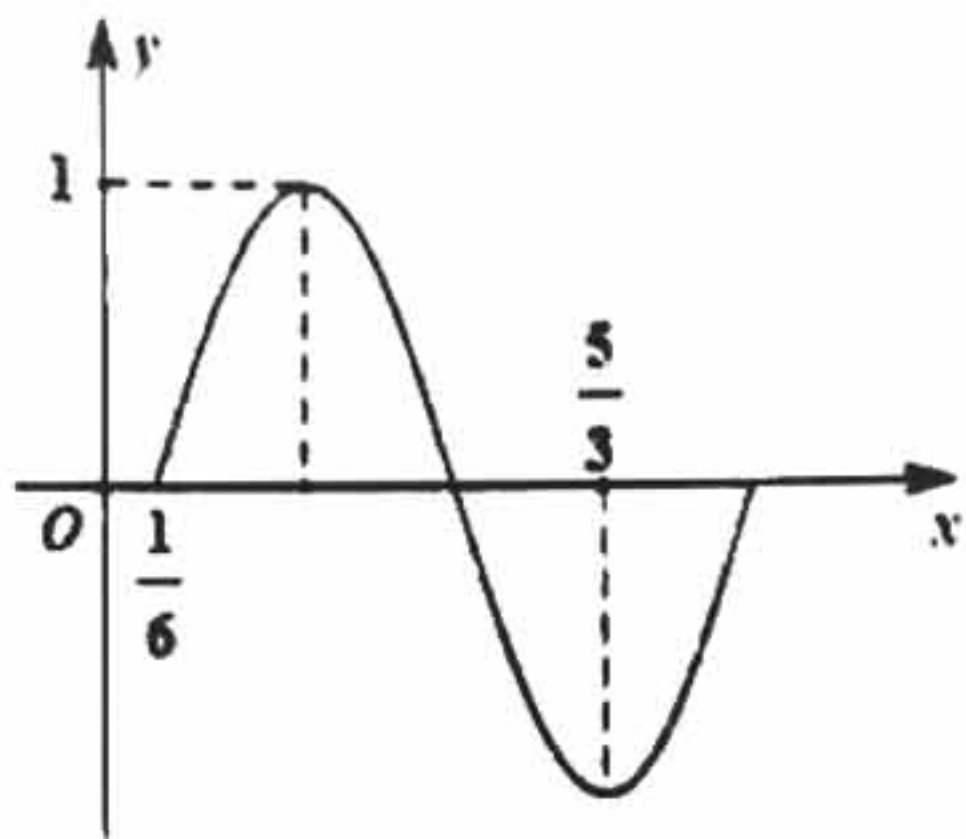
- A. 向左平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位      B. 向右平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位  
C. 向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位      D. 向右平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位

6. 计算  $\cos 20^\circ \cos 80^\circ + \sin 160^\circ \cos 10^\circ =$  ( )

- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       C.  $-\frac{1}{2}$       D.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. 函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图所示, 则

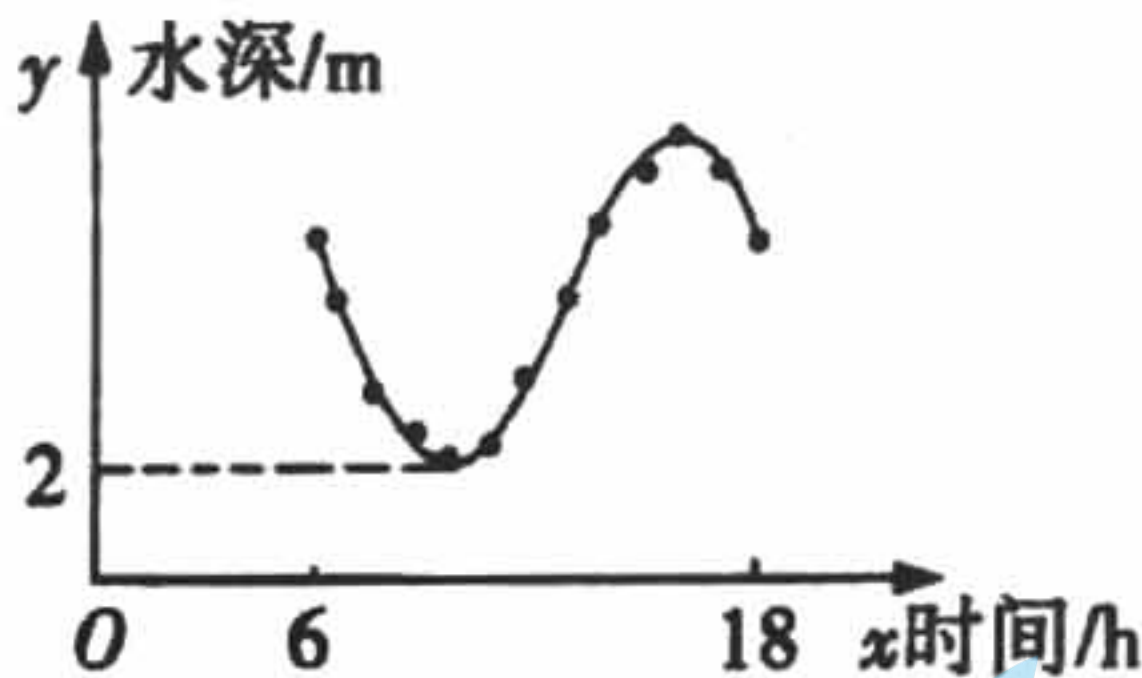




- A.  $\sin\left(\pi x + \frac{\pi}{6}\right)$     B.  $\sin\left(\pi x + \frac{\pi}{3}\right)$     C.  $\sin\left(\pi x - \frac{\pi}{6}\right)$     D.  $\sin\left(\pi x - \frac{\pi}{3}\right)$

8. 如图, 某港口一天 6 时到 18 时的水深变化曲线近似满足函数

$y = 3\sin\left(\frac{\pi}{6}x + \varphi\right) + k$ , 据此函数可知, 这段时间水深 (单位: m) 的最大值为



- A. 5    B. 6    C. 8    D. 10

9. 函数  $f(x) = \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x$  在区间  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  上的零点之和是

- (A)  $-\frac{\pi}{3}$     (B)  $\frac{\pi}{3}$     (C)  $\frac{\pi}{6}$     (D)  $-\frac{\pi}{6}$

10. 在  $\triangle OAB$  中,  $OA = OB = 2$ ,  $AB = 2\sqrt{3}$ , 动点  $P$  位于直线  $OA$  上, 当  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$  取得最小值时, 向量  $\overrightarrow{PA}$  与  $\overrightarrow{PB}$  的夹角余弦值为 ( )

- A.  $-\frac{3\sqrt{7}}{7}$     B.  $\frac{2\sqrt{7}}{7}$     C.  $-\frac{\sqrt{21}}{7}$     D.  $\frac{\sqrt{21}}{7}$

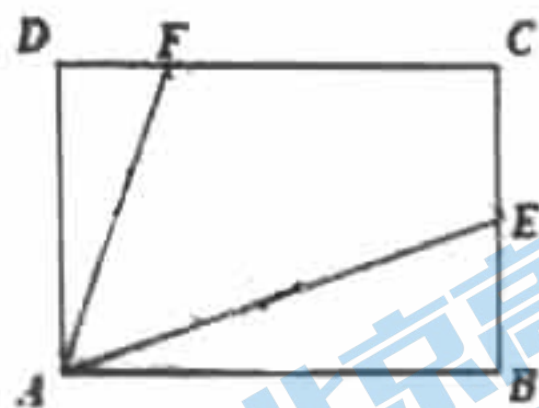
二、填空题（每小题 5 分，共 25 分）

11.  $\tan 2010^\circ$  的值为\_\_\_\_\_.

12. 若  $\theta$  为第四象限的角，且  $\sin \theta = -\frac{1}{3}$ ，则  $\cos \theta =$ \_\_\_\_\_；  $\sin 2\theta =$ \_\_\_\_\_.

13. 设向量  $a, b$  满足  $|a|=2, |b|=3, \langle a, b \rangle = 60^\circ$ ，则  $a \cdot (a+b) =$ \_\_\_\_\_.

14. 如图，在矩形  $ABCD$  中， $AB=2, BC=\sqrt{2}$ ，点  $E$  为  $BC$  的中点，点  $F$  在边  $CD$  上，若  $\overline{AB} \cdot \overline{AF} = 1$ ，则  $\overline{AE} \cdot \overline{AF}$  的值是\_\_\_\_\_.



15. 把函数  $y = \sin 2x$  的图象沿着  $x$  轴向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位，纵坐标伸长到原来的 2 倍（横坐标不变）后得到函数  $y = f(x)$  的图象，对于函数  $y = f(x)$  有以下四个判断：

(1) 该函数的解析式为  $y = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ ；

(2) 该函数图象关于点  $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$  对称；

(3) 该函数在  $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$  上是增函数；

(4) 若函数  $y = f(x) + a$  在  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  上的最小值为  $\sqrt{3}$ ，则  $a = 2\sqrt{3}$ .

其中正确的判断有\_\_\_\_\_.

三、解答题（6 小题，共 85 分）

四、16. 已知向量  $\vec{a} = (1, 0)$ ， $\vec{b} = (-1, 2)$ .

(1) 求  $2\vec{a} + \vec{b}$  的坐标； (2) 求  $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ .

17.  $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ，且  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ .



(I) 求  $\sin(\alpha - \frac{\pi}{4})$  的值; (II) 求  $\cos \frac{2\alpha}{2} + \tan(\frac{\pi}{4} + \alpha)$  的值.

18. 已知  $-\frac{\pi}{2} < x < 0, \sin x + \cos x = \frac{1}{5}$ .

(I) 求  $\sin x - \cos x$  的值; (II) 求  $\frac{\sin 2x + 2\sin^2 x}{1 - \tan x}$  的值.

19. 已知函数  $f(x) = \sqrt{2} \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - \sqrt{2} \sin^2 \frac{x}{2}$ .

(I) 求  $f(x)$  的最小正周期; (II) 求  $f(x)$  在区间  $[-\pi, 0]$  上的最小值.

20. 已知函数  $f(x) = \sqrt{3} \sin 2x + 2\cos^2 x + m$  在区间  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上的最大值为 6.

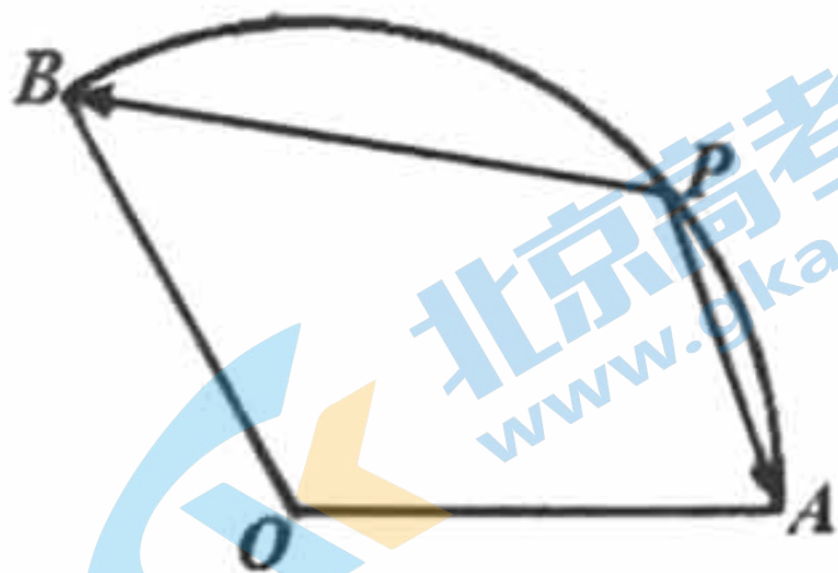
(1) 求常数  $m$  的值以及函数  $f(x)$  当  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$  时的最小值

(2) 将函数  $f(x)$  的图象向下平移 4 个单位, 再向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位, 得到函数  $g(x)$  的图象

(i) 求函数  $g(x)$  的解析式;

(ii) 若关于  $x$  的方程  $2g(x) - t = 0$  在  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$  时, 有两个不同实数解, 求实数  $t$  的取值范围.

21. 如图, 在扇形  $OAB$  中,  $\angle AOB = 120^\circ$ , 半径  $OA = OB = 2$ ,  $P$  为弧  $AB$  上一点.



(1) 若  $OA \perp OP$ , 求  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$  的值; (2) 求  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$  的最小值.

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯