高三期初考试数学试卷 2020.2

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.

1．设全集$U=R$，集合$A=\{x|0<x\le 2\}$，$B=\{x|x<1\}$，则集合$\complement_U(A\cup B)=$

A.$(-\infty,2]$　　B.$(-\infty,1]$　　C.$(2,+\infty)$　　D.$[2,+\infty)$

2．若$z=\dfrac{3}{1+2i}$（i表示虚数单位），则复数z在复平面内对应的点位于

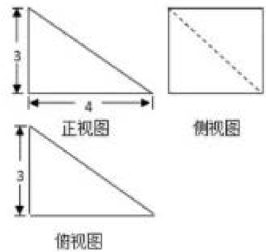
A．第一象限　B．第二象限　C．第三象限　D．第四象限

3．点$(-2,0)$关于直线$x-y+1=0$对称的点的坐标为

A.$(2,0)$　　B．$(0,2)$　　C.$(1,1)$　　D．$(-1,-1)$

4．某四棱锥的三视图如图所示，则该四棱锥的侧面积是

A．27　　B．30　　C．32　　D．36



5．已知向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为30°，且$|\vec{a}|=\sqrt{3}$ $|\vec{b}|=2$，则$|\vec{a}-\vec{b}|$等于

A．1　　B．$\sqrt{13}$

C．13　　D．$\sqrt{7-2\sqrt{3}}$

6．设$a=4^{0.1},b=\log_3 0.1,c=0.5^{0.1}$，则

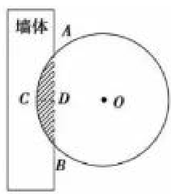
A．$a>b>c$　　B．$b>a>c$　　C．$a>c>b$　　D．$b>c>a$

7．“$m<8$”是“方程$\dfrac{x^2}{m-10}-\dfrac{y^2}{m-8}=1$表示双曲线”的

A.充分而不必要条件　　B.必要而不充分条件

C.充分必要条件　　D.既不充分也不必要条件

8．《九章算术》是我国古代著名数学经典。其中对勾股定理的论述比西方早一千多年，其中有这样一个问题：“今有圆材埋



在壁中，不知大小。以锯锯之，深一寸，锯道长一尺。问径几何？”其意为：今有一圆柱形木材，埋在墙壁中，不知其大小，用锯去锯该材料，锯口深一寸，锯道长一尺。问这块圆柱形木料的直径是多少？长为1丈的圆柱形木材部分镶嵌在墙体中，截面图如图所示(阴影部分为镶嵌在墙体内的部分)。已知弦 AB=1 尺，弓形高 CD=1 寸，估算该木材镶嵌在墙中的体积约为　（注：1 丈=10 尺=100 寸，$\pi \approx 3.14$，$\sin 22.5^{\circ} \approx \frac{5}{13}$）

A．600 立方寸　　B．610 立方寸　　C．620 立方寸　　D．633 立方寸

9．已知函数 $f(x)=\begin{cases} -x^2 & x \ge 0 \\ x^2+2x & x<0 \end{cases}$ 则不等式 $f(f(x)) \le 3$的解集为

A. $(-\infty,1]$　　B.$(-\infty,\sqrt{2}]$　　C. $(-\infty,\sqrt{3}]$　　D.$(-\infty,2]$

10．已知集合 $M=\left\{x \in \mathbf{N}^* \middle| 1 \le x \le 15\right\}$，集合 A_1，A_2，A_3 满足

①每个集合都恰有 5 个元素；

② $A_1 \cup A_2 \cup A_3 = M$．

集合 A_i 中元素的最大值与最小值之和称为集合 A_i 的特征数，记为 X_i（$i=1,2,3$），则

$X_1+X_2+X_3$ 的值不可能为

A．37　　B．39　　C．48　　D．57

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分．把答案填在答题卡上．

11．若 $(1-2x)^5 = a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$，则 $a_3=$____________.

12．若数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1=1, a_n=\frac{1}{2}a_{n+1}(n \in \mathbf{N}^*)$，则 $S_n=$_______ ．

13．已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 $F(2,0)$，则 $p=$________，过点 $A(3,2)$ 向其准线作垂线，记与抛物线的交点为 E，则 $|EF|=$_____.

14．设当 $x=\theta$ 时，函数 $f(x)=\sin x-2\cos x$ 取得最大值，则 $\cos\theta=$______.

15．数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_{n-1}+a_{n+1}>2a_n(n>1, n \in N^*)$，给出下述命题：

①若数列$\{a_n\}$满足：$a_2 > a_1$，则$a_n > a_{n-1}\ (n>1, n\in N^*)$成立；

②存在常数c，使得$a_n > c\ (n\in N^*)$成立；

③若$p+q>m+n$(其中$p,q,m,n\in N^*$)，则$a_p + a_q > a_m + a_n$；

④存在常数d，使得$a_n > a_1 + (n-1)d\ (n\in N^*)$都成立.

上述命题正确的是____.（写出所有正确结论的序号）

三、解答题：本大题共6小题，共85分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

16.（本小题满分14分）

在ΔABC中，A,B,C的对边分别为a,b,c，且满足$c\sin A = a\cos C$.

（Ⅰ）求角C的大小；

（Ⅱ）求$\sqrt{3}\sin A - \cos(B+\frac{\pi}{4})$的最大值，并求取得最大值时角$A,B$的大小.

17.（本小题满分14分）

一款击鼓小游戏的规则如下：每盘游戏都需要击鼓三次，每次击鼓要么出现一次音乐，要么不出现音乐；每盘游戏击鼓三次后，出现一次音乐获得10分，出现两次音乐获得20分，出现三次音乐获得100分，没有出现音乐则扣除200分（即获得-200分）.设每次击鼓出现音乐的概率为$\frac{1}{2}$，且各次击鼓出现音乐相互独立.

（Ⅰ）设每盘游戏获得的分数为X，求X的分布列；

（Ⅱ）玩三盘游戏，至少有一盘出现音乐的概率是多少？

（Ⅲ）玩过这款游戏的许多人都发现，若干盘游戏后，与最初的分数相比，分数没有增加反而减少了.请运用概率统计的相关知识分析分数减少的原因.

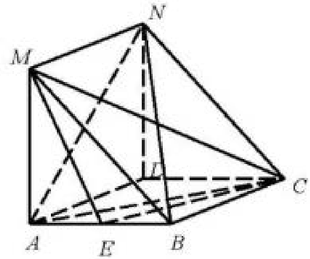
18.（本小题满分15分）

如图，在菱形$ABCD$中，$\angle DAB = 60^\circ$，E是AB的中点，$MA\perp$平面$ABCD$，且在矩形$ADNM$中，$AD=2$，$AM=\frac{3\sqrt{7}}{7}$.

（Ⅰ）求证：$AC \perp BN$；

（Ⅱ）求证：AN // 平面MEC；

（Ⅲ）求二面角$M-EC-D$的大小.



19.（本小题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=x^2+ax+b\ln x \quad (a,b\in R)$.

（Ⅰ）若 $b=1$, 求函数的单调区间;

（Ⅱ）若 $b=-1$, $f(x)\geq 0$ 对 $x>0$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

20.（本小题满分 15 分）

已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的短轴长为$2$，离心率$e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

（Ⅰ）求椭圆C方程；

（Ⅱ）若直线$l: y=kx+m$与椭圆交于不同的两点A,B，与圆$x^2+y^2=\dfrac{2}{3}$相切于点M，

①证明：$OA\perp OB$（其中O为坐标原点）；

②设$\lambda=\dfrac{|AM|}{|BM|}$，求实数$\lambda$的取值范围。

21.（本小题满分 13 分）

各项均为非负整数的数列$\{a_n\}$同时满足下列条件：

①$a_1=m \quad (m\in \mathbf{N}^*)$；②$a_n\leq n-1 \quad (n\geq 2)$；③$n$是$a_1+a_2+\cdots+a_n$的因数（$n\geq 1$）.

（Ⅰ）当$m=5$时，写出数列$\{a_n\}$的前五项；

（Ⅱ）若数列$\{a_n\}$的前三项互不相等，且$n\geq 3$时，a_n为常数，求m的值；

（Ⅲ）求证：对任意正整数m，存在正整数M，使得$n\geq M$时，a_n为常数.

2020.2 期初考试参考答案

一、选择题（每题 5 分，共 50 分）

1--5 CDDAA　　6--10 CADCA

二、填空题（每题 5 分，共 25 分）

11、-80

12、2^n-1

13、4；$\frac{5}{2}$

14、$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

15、①

三、解答题

16.（本题满分 12 分）

（1）方法一：正弦定理得 $\sin C\sin A=\sin A\cos C$ ，------------------2 分

$\because 0<A<\pi \quad \therefore \sin A>0$ ------------------3 分

从而 $\sin C=\cos C$，又 $\cos C\neq 0$

$\therefore \tan C=1$ 又 $0<C<\pi$ ------------------4 分

$\therefore C=\frac{\pi}{4}$ ------------------5 分

方法二：正弦定理得 $\sin C\sin A=\sin A\cos C$ ，------------------2 分

$\because 0<A<\pi \quad \therefore \sin A>0$ ------------------3 分

从而 $\sin C=\cos C$，

即 $\sin C-\cos C=\sqrt{2}\sin(C-\frac{\pi}{4})=0$ ------------------4 分

即 $\sin(C-\frac{\pi}{4})=0$ ，$-\frac{\pi}{4}<C-\frac{\pi}{4}<\frac{3}{4}\pi$ ，

$\therefore C-\frac{\pi}{4}-0$,，即 $\therefore C=\frac{\pi}{4}$ ------------------5 分

（2）由（1）知 $B=\frac{3}{4}\pi-A$ ，

则 $\sqrt{3}\sin A-\cos(B+\frac{\pi}{4})=\sqrt{3}\sin A-\cos(\pi-A)$ ------------------6 分

$=\sqrt{3}\sin A+\cos A$ ------------------7 分

$=2\sin(A+\frac{\pi}{6})$ ------------------8 分

$\because 0<A<\frac{3}{4}\pi \quad \therefore \frac{\pi}{6}<A+\frac{\pi}{6}<\frac{11}{6}\pi$ ------------------9 分

当 $A+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，即 $A=\frac{\pi}{3}$ 时，$2\sin(A+\frac{\pi}{6})$ 取最大值 2，-------------------11 分

此时 $B=\frac{3}{4}\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{5}{12}\pi$.   ------------------12 分

17.（本题满分 12 分）

（1）X 可能取值有 $-200,10,20,100$，- ------------------1 分

$P(X=-200)=C_3^0(\frac{1}{2})^0(\frac{1}{2})^3=\frac{1}{8}$ ------------------2 分

$P(X=10)=C_3^1(\frac{1}{2})^1(\frac{1}{2})^2=\frac{3}{8}$ ------------------3 分

$P(X=20)=C_3^2(\frac{1}{2})^2(\frac{1}{2})^1=\frac{3}{8}$ ------------------4 分

$P(X=100)=C_3^3(\frac{1}{2})^3(\frac{1}{2})^0=\frac{1}{8}$ ------------------5 分

故 X 的分布列为：

X	-200	10	20	100
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

------------------6 分

（2）设“第 i 盘游戏没有出现音乐”为事件 A_i $(i=1,2,3)$，

则 $P(A_i)=\frac{1}{8}$，   ------------------7 分

所以三盘游戏中至少有一盘出现音乐的概率为：$1-P(A_1A_2A_3)=1-(\frac{1}{8})^3=\frac{511}{512}$. --------9 分

（3）X 的均值为：$E(X)=-200\times\frac{1}{8}+10\times\frac{3}{8}+20\times\frac{3}{8}+100\times\frac{1}{8}=-\frac{5}{4}$，----------------11 分

这表明得分的均值为负数，所以许多人玩过若干盘游戏后，与最初的分数相比，分数没有增加反而减少了.   ----------12 分

18、（本题满分 13 分）解：（I）连结 BD，则 $AC\perp BD$.

由已知 $DN\perp$ 平面 $ABCD$，

因为 $DN\cap DB=D$，

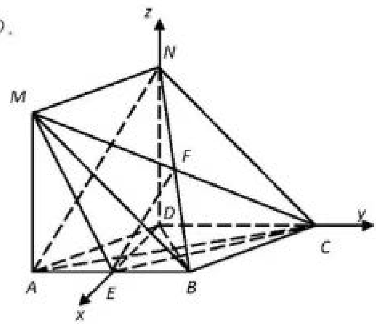
所以 $AC\perp$ 平面 NDB. ························2 分

又因为 $BN\subset$ 平面 NDB，

所以 $AC\perp BN$. ························4 分

（II）CM 与 BN 交于 F，连结 EF.

由已知可得四边形 $BCNM$ 是平行四边形，



所以 F 是 BN 的中点.

因为 E 是 AB 的中点，

所以 $AN // EF$.……………………………6 分

又 $EF \subset$ 平面 MEC ，

$AN \not\subset$ 平面 MEC ，

所以 $AN //$ 平面 MEC . ………………………………………………………………8 分

（III）由于四边形 $ABCD$ 是菱形，E 是 AB 的中点，可得 $DE \perp AB$.

如图建立空间直角坐标系 $D-xyz$ ，则 $D(0,0,0)$ ，$E(\sqrt{3},0,0)$，$C(0,2,0)$，

$M(\sqrt{3},-1,\dfrac{3\sqrt{7}}{7})$.

$\overline{CE}=(\sqrt{3},-2.0)$ ，$\overline{EM}=(0,-1,\dfrac{3\sqrt{7}}{7})$. ………………………………………………9 分

设平面 MEC 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$.

则 $\begin{cases}\overrightarrow{CE}\cdot\boldsymbol{n}=0,\\ \overrightarrow{EM}\cdot\boldsymbol{n}=0.\end{cases}$

所以 $\begin{cases}\sqrt{3}x-2y=0,\\ y-\dfrac{3\sqrt{7}}{7}z=0.\end{cases}$

令 $x=2$.

所以 $\boldsymbol{n}=(2,\sqrt{3},\dfrac{\sqrt{21}}{3})$. ………………………………………………………………11 分

又平面 ADE 的法向量 $\boldsymbol{m}=(0,0,1)$，

所以 $\cos<\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}>=\dfrac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=\dfrac{1}{2}$.

所以二面角 $M-EC-D$ 的大小是 60° . ………………………………………………13 分

19. （本题满分 13 分）（I）当 $b=1$ 时，$f(x)=x^2+ax+\ln x(x>0)$，

$f'(x)=2x+a+\dfrac{1}{x}=\dfrac{2x^2+ax+1}{x}$ ……………………1 分

考虑 $2x^2+ax+1=0$ 的 $\Delta=a^2-8$；

1° 当 $-2\sqrt{2}\le a\le 2\sqrt{2}$ 时，$\Delta\le 0$，即 $2x^2+ax+1\ge 0$，

故 $f'(x)\ge 0$ 在 $(0,+\infty)$ 恒成立，

$\therefore f(x)$ 增区间为 $(0,+\infty)$； ……………………2 分

2° 当 $a>2\sqrt{2}$ 时，$f'(x)>0$ 在 $(0,+\infty)$ 恒成立，

$\therefore f(x)$ 增区间为 $(0,+\infty)$； ……………………3 分

3° 当 $a<-2\sqrt{2}$ 时，有 $\Delta>0$，即 $2x^2+ax+1=0$ 有二根：

$$x_1=\frac{-a-\sqrt{a^2-8}}{4},x_2=\frac{-a+\sqrt{a^2-8}}{4},$$

且 $x_1+x_2=\dfrac{-a}{2}>0$，$x_1x_2=\dfrac{1}{2}>0$，故 $x_2>x_1>0$.

令 $f'(x)>0$ 得 $0<x<\dfrac{-a-\sqrt{a^2-8}}{4}$ 或 $x>\dfrac{-a+\sqrt{a^2-8}}{4}$，

$\therefore f(x)$ 增区间为 $(0,\dfrac{-a-\sqrt{a^2-8}}{4})$，$(\dfrac{-a+\sqrt{a^2-8}}{4},+\infty)$；

令 $f'(x)<0$ 得 $\dfrac{-a-\sqrt{a^2-8}}{4}<x<\dfrac{-a+\sqrt{a^2-8}}{4}$，

$\therefore f(x)$ 的减区间为 $(\dfrac{-a-\sqrt{a^2-8}}{4},\dfrac{-a+\sqrt{a^2-8}}{4})$. ……………………5 分

综上，若 $a\ge -2\sqrt{2}$，$f(x)$ 增区间为 $(0,+\infty)$；

若 $a<-2\sqrt{2}$，$f(x)$ 增区间为 $(0,\dfrac{-a-\sqrt{a^2-8}}{4})$，$(\dfrac{-a+\sqrt{a^2-8}}{4},+\infty)$，

$f(x)$ 的减区间为 $(\dfrac{-a-\sqrt{a^2-8}}{4},\dfrac{-a+\sqrt{a^2-8}}{4})$. ……………………6 分

（II）法一： 当 $b=-1$ 时，$f(x)=x^2+ax-\ln x(x>0)$，$f'(x)=\dfrac{2x^2+ax-1}{x}(x>0)$

设 $g(x)=2x^2+ax-1(x>0)$，由 $g(0)<0$ 可知，$g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 有且只有一个零点 x_0，

当 $x\in(0,x_0)$，$g(x)<0$，即 $f'(x)<0$，故 $f(x)$ 在 $(0,x_0)$ 单调递减； ………7 分

当 $x\in(x_0,+\infty)$，$g(x)>0$，即 $f'(x)>0$，故 $f(x)$ $(x_0,+\infty)$ 单调递增； ………8 分

$\therefore f(x)_{\min}=f(x_0)=x_0{}^2+ax_0-\ln x_0$， ……………………9 分

又 $g(x_0)=2x_0^2+ax_0-1=0$，所以 $ax_0=1-2x_0^2$，

$\therefore f(x)_{\min}=1-x_0^2-\ln x_0$，…………………10 分

依题意 $1-x_0^2-\ln x_0\ge 0$，即 $x_0^2+\ln x_0-1\le 0$；

设 $h(x)=x^2+\ln x-1$，易知 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 递增.

又 $h(1)=0$，所以 $x_0^2+\ln x_0-1\le 0$ 的解集为 $(0,1]$…………………11 分

又 $a=\dfrac{1}{x_0}-2x_0$ 在 $(0,1]$ 单减，

$\therefore a\ge\dfrac{1}{1}-2\times 1=-1$.

又 $x\to 0^+$，$a\to+\infty$，…………………12 分

$\therefore a$ 范围为 $[-1,+\infty)$.…………………13 分

法二：当 $b=-1$ 时，$f(x)=x^2+ax-\ln x(x>0)$，

$\because f(x)\ge 0$ 在 $(0,+\infty)$ 恒成立

$\therefore a\ge\dfrac{\ln x}{x}-x$ 在 $(0,+\infty)$ 恒成立…………………7 分

令 $g(x)=\dfrac{\ln x}{x}-x(x>0)$，

$\therefore g'(x)=\dfrac{1-\ln x-x^2}{x^2}$…………………8 分

设 $\varphi(x)=1-\ln x-x^2(x>0)$，因为 $\varphi'(x)=-\dfrac{1}{x}-2x<0$，

所以 $\varphi(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递减. …………………9 分

又 $\varphi(1)=0$

$\therefore x\in(0,1)$，$\varphi(x)>0$，$g'(x)>0$，$g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单增；…………………10 分

$x\in(1,+\infty)$，$\varphi(x)<0$，$g'(x)<0$，$g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单减；…………………11 分

$\therefore g(x)_{\max}=g(1)=-1$…………………12 分

$\therefore a\ge -1$

$\therefore a$ 范围为 $[-1,+\infty)$.…………………13 分

20（本题满分 13 分）解（1） $\because 2b=2 \therefore b=1$ ………………1 分

又 $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}, a^2=b^2+c^2$ ………………3 分

$\therefore a^2=2$

$\therefore$ 椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ ………………4 分

①$\because$ 直线 $l: y=kx+m$ 与 $x^2+y^2=\dfrac{2}{3}$ 相切

$\therefore d=\dfrac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{\dfrac{2}{3}}$，即 $m^2=\dfrac{2}{3}(1+k^2)$ ………………5 分

由 $\begin{cases} y=kx+m \\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1 \end{cases}$ 消去 y 得 $(1+2k^2)x^2+4kmx+2m^2-2=0$

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$

则 $x_1+x_2=-\dfrac{4km}{1+2k^2}, x_1x_2=\dfrac{2m^2-2}{1+2k^2}$ ………………7 分

$\because \vec{OA}\cdot\vec{OB}=x_1x_2+y_1y_2=x_1x_2+(kx_1+m)(kx_2+m)$

$=(1+k^2)\dfrac{2m^2-2}{1+2k^2}+km(-\dfrac{4km}{1+2k^2})+m^2$

$=\dfrac{3m^2-2k^2-2}{1+2k^2}=\dfrac{2(1+k^2)-2k^2-2}{1+2k^2}=0$

$\therefore OA\perp OB$ ………………9 分

②法一：$\because$ 直线 $l: y=kx+m$ 与椭圆交于不同的两点 A,B

$\therefore \dfrac{x_1^2}{2}+y_1^2=1, \dfrac{x_2^2}{2}+y_2^2=1$

$\therefore \lambda=\dfrac{|AM|}{|BM|}=\dfrac{\sqrt{OA^2-r^2}}{\sqrt{OB^2-r^2}}=\dfrac{\sqrt{x_1^2+y_1^2-r^2}}{\sqrt{x_2^2+y_2^2-r^2}}=\dfrac{\sqrt{\dfrac{x_1^2}{2}+\dfrac{1}{3}}}{\sqrt{\dfrac{x_2^2}{2}+\dfrac{1}{3}}}$ ………………10 分

由（2）①知 $x_1x_2+y_1y_2=0$

$\therefore x_1^2x_2^2=y_1^2y_2^2=(1-\frac{x_1^2}{2})(1-\frac{x_2^2}{2})$ 即

$x_2^2=\frac{4-2x_1^2}{2+3x_1^2}$ ………………11 分

$\therefore \lambda==\frac{\sqrt{\frac{x_1^2}{2}+\frac{1}{3}}}{\sqrt{\frac{x_2^2}{2}+\frac{1}{3}}}=\frac{2+3x_1^2}{4}$ ………………12 分

又 $0\le x_1^2\le 2$

$\therefore \lambda$ 的取值范围为 $[\frac{1}{2},2]$ ………………13 分

法二：$\because OA\perp OB,OM\perp AB$

$\therefore |OM|^2=|AM|\cdot|BM|=\frac{2}{3}$ ………………10 分

$\therefore \lambda=\frac{3}{2}|AM|^2$

$=\frac{3}{2}(|OA|^2-r^2)$

$=\frac{3}{2}(x_1^2+y_1^2-r^2)$

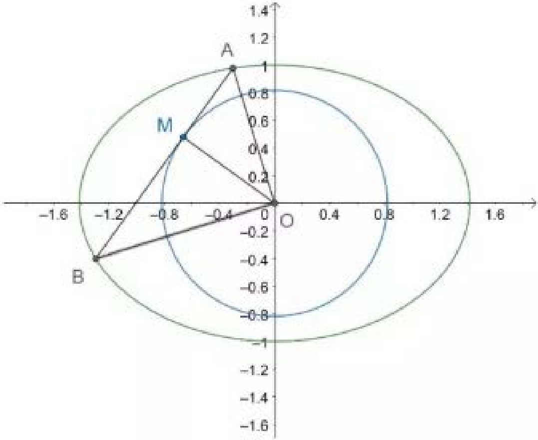
$=\frac{3}{2}(\frac{x_1^2}{2}+\frac{1}{3})$ ………………12 分

$\because 0\le x_1^2\le 2$

$\therefore x_1^2=0$ 时 $\lambda_{\min}=\frac{1}{2}$

$x_1^2=2$ 时 $\lambda_{\max}=2$

$\therefore \lambda$ 的取值范围为 $[\frac{1}{2},2]$ ………………13 分



21、（本题满分 12 分）

解：（Ⅰ）5，1，0，2，2． ……………………2 分

（Ⅱ）因为$0\le a_n\le n-1$，所以$0\le a_2\le 1, 0\le a_3\le 2$， ……………………3 分

又数列$\{a_n\}$的前 3 项互不相等，

（1）当$a_2=0$时，

若$a_3=1$，则$a_3=a_4=a_5=\cdots=1$，

且对$n\ge 3$，$\dfrac{m+0+(n-2)}{n}=\dfrac{m-2}{n}+1$都为整数，所以$m=2$； ………………4 分

若$a_3=2$，则$a_3=a_4=a_5=\cdots=2$，

且对$n\ge 3$，$\dfrac{m+0+2(n-2)}{n}=\dfrac{m-4}{n}+2$都为整数，所以$m=4$； ………………5 分

（2）当$a_2=1$时，

若$a_3=0$，则$a_3=a_4=a_5=\cdots=0$，且对$n\ge 3$，$\dfrac{m+1+0\cdot(n-2)}{n}=\dfrac{m+1}{n}$都为整数，

所以$m=-1$，不符合题意； ………………6 分

若$a_3=2$，则$a_3=a_4=a_5=\cdots=2$，

且对$n\ge 3$，$\dfrac{m+1+2(n-2)}{n}=\dfrac{m-3}{n}+2$都为整数，所以$m=3$； ………………7 分

综上，m的值为$2,3,4$． ………………8 分

（Ⅲ）对于$n\ge 1$，令$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$，

则 $\frac{S_{n+1}}{n+1}<\frac{S_{n+1}}{n}=\frac{S_n+a_{n+1}}{n}\le\frac{S_n+n}{n}=\frac{S_n}{n}+1$.

又对每一个 n，$\frac{S_n}{n}$ 都为正整数，所以 $\frac{S_{n+1}}{n+1}\le\frac{S_n}{n}\le\ldots\le\frac{S_1}{1}=m$，

其中“$<$”至多出现 $m-1$ 个. …………9 分

故存在正整数 $M>m$，当 $n>M$ 时，必有 $\frac{S_{n+1}}{n+1}=\frac{S_n}{n}$ 成立. ………………10 分

当 $\frac{S_{n+1}}{n+1}=\frac{S_n}{n}$ 时，则 $a_{n+1}=S_{n+1}-S_n=\frac{(n+1)S_n}{n}-S_n=\frac{S_n}{n}$.

从而 $\frac{S_{n+2}}{n+2}=\frac{a_{n+2}+a_{n+1}+S_n}{n+2}=\frac{a_{n+2}+(n+1)a_{n+1}}{n+2}=a_{n+1}+\frac{a_{n+2}-a_{n+1}}{n+2}$.

由题设知 $\frac{|a_{n+2}-a_{n+1}|}{n+2}\le\frac{n+1}{n+2}<1$，又 $\frac{S_{n+2}}{n+2}$ 及 a_{n+1} 均为整数，

所以 $\frac{S_{n+2}}{n+2}=a_{n+1}=\frac{S_n}{n}=\frac{S_{n+1}}{n+1}$，故 $\frac{S_n}{n}=\frac{S_{n+1}}{n+1}=\frac{S_{n+2}}{n+2}=\cdots=$ 常数.

从而 $a_{n+1}=S_{n+1}-S_n=\frac{(n+1)S_n}{n}-S_n=\frac{S_n}{n}=$ 常数.

故存在正整数 M，使得 $n\ge M$ 时，a_n 为常数. ………………12 分