秘密★启用前【考试时间:2022年3月22日15:00～17:00】

遂宁市高2022届第二次诊断性考试
数　学(理工类)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{y|y=x^2-2\}$, $B=\{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4\}$,则 $A\cap B=$

A. $\{-4,-3,-2,-1\}$　　B. $\{-2,-1,0,1,2,3,4\}$

C. $\{0,1,2,3,4\}$　　D. $\{1,2,3,4\}$

2. 已知复数 $z=3+4i$,则 $|z|+\frac{z}{i}=$

A. $29-3i$　　B. $21+3i$　　C. $9-3i$　　D. $1+3i$

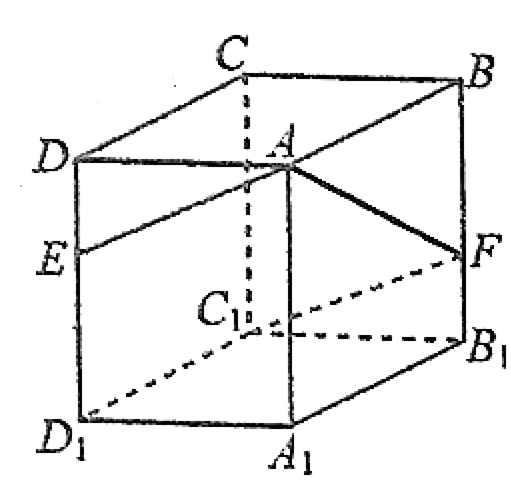
3. 已知 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{3}$,则 $\sin\left(\alpha-\frac{3\pi}{4}\right)=$

A. $\pm\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $-\frac{1}{3}$　　D. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

4. $\left(x-\frac{1}{x}\right)(x-2)^5$ 的展开式中,含 x^2 项的系数为

A. 120　　B. 40　　C. -40　　D. -80

5. 如图,长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,点 E,F 分别是棱 DD_1, BB_1 上的动点(异于所在棱的端点).给出以下结论:①在 F 运动的过程中,直线 FC_1 能与 AE 平行;②直线 AC_1 与 EF 必然异面;③设直线 AE,AF 分别与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 相交于点 P,Q,则点 C_1 可能在直线 PQ 上.其中,所有正确结论的序号是



A. ①②　　B. ①③

C. ②③　　D. ①②③

6. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,且 $a_1+a_5=-18$, $S_9=-72$,则 S_n 取最小值时,n 的值为

A. 19　　B. 20　　C. 21　　D. 20 或 21

7. 已知直线 $x+y+1=0$ 与 $x+2y+1=0$ 相交于点 A,过 A 的直线 l 与圆 M: $x^2+y^2+4x=0$ 相交于点 B,C,且 $\angle BMC=120°$,则满足条件的直线 l 的条数为

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

8. 函数 $f(x)=$ [illegible] 的图象大致为（　）

A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

9. 已知抛物线 C 以坐标原点 O 为顶点，$F\left(\frac{p}{2},0\right)$ 为焦点，过 $(2p,0)$ 的直线与抛物线 C 交于两点 A,B，直线 AB 上的点 $M(1,1)$ 满足 $OM\perp AB$，则 $|OM|\cdot|AB|=$（　）

A. $2\sqrt{5}$　　　B. $4\sqrt{5}$　　　C. 40　　　D. 80

10. 2022 年第 24 届冬季奥林匹克运动会(即 2022 年北京冬季奥运会)的成功举办，展现了中国作为一个大国的责任和担当，"一起向未来"更体现了中国推动构建人类命运共同体的价值追求. 在北京冬季奥运会的某个比赛日，某人欲在冰壶(●)、冰球(●)、花样滑冰(Ö)、跳台滑雪(Ö)、自由式滑雪(Ö)、雪车(Ö)这 6 个项目随机选择 3 个比赛项目现场观赛(注：比赛项目后括号内为"●"表示当天不决出奖牌的比赛，"Ö"表示当天会决出奖牌的比赛)，则所选择的 3 个观赛项目中当天会决出奖牌的项目数的均值为

A. 1　　　B. $\frac{3}{2}$　　　C. 2　　　D. $\frac{5}{2}$

11. 已知双曲线 C 的一条渐近线为直线 $\sqrt{3}x-y=0$，C 的右顶点坐标为 $(1,0)$. 若点 $M(x_M,y_M)$ 是双曲线 C 右支上的动点，点 A 的坐标为 $(3,5)$，则 $|MA|+2x_M$ 的最小值为（　）

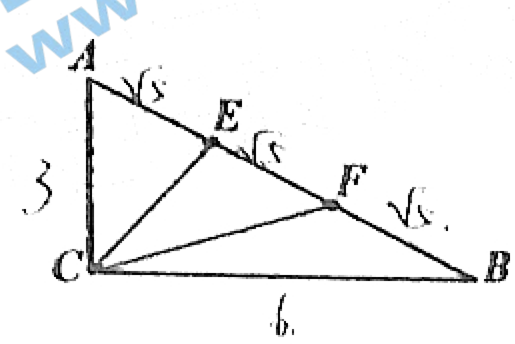
A. $\sqrt{26}-1$　　　B. $\sqrt{26}$　　　C. $\sqrt{26}+1$　　　D. $\sqrt{26}+2$

12. 设 $a=\frac{1}{50}$，$b=2\ln\left(\sin\frac{1}{100}+\cos\frac{1}{100}\right)$，$c=\frac{6}{5}\ln\frac{51}{50}$，则 a,b,c 的大小关系正确的是

A. $a<b<c$　　　B. $a<c<b$　　　C. $b<c<a$　　　D. $b<a<c$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，两直角边 $CA=3$，$CB=6$，点 E,F 分别为斜边 AB 的三等分点，则 $\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{CF}=$ ______.



14. 函数 $y=\sin(2x+\varphi)\left(|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 后所得函数图象关于 y 轴对称，则 $\varphi=$ ______.

15. 造纸术是我国古代四大发明之一，现在我国纸张的规格采用国际标准，常用的 A_4 复印纸是幅面采用 A 系列的 $A_0,A_1,A_2,\cdots,A_{10}$ 规格的一种. 其中 A 系列的幅面规格为：①A_0 规格的纸张的幅宽(用 x 表示)和长度(用 y 表示)的比例关系是 $x:y=1:\sqrt{2}$；②将 A_0 纸张沿长度方向对开成两等分，便成为 A_1 规格. 将 A_1 纸张沿长度方向对开成两等分，便成 A_2 规格. ……，如此继续对开，得到一张 A_4 纸的面积为 624cm^2，则一张 A_0 纸的面积为 ______ cm^2.

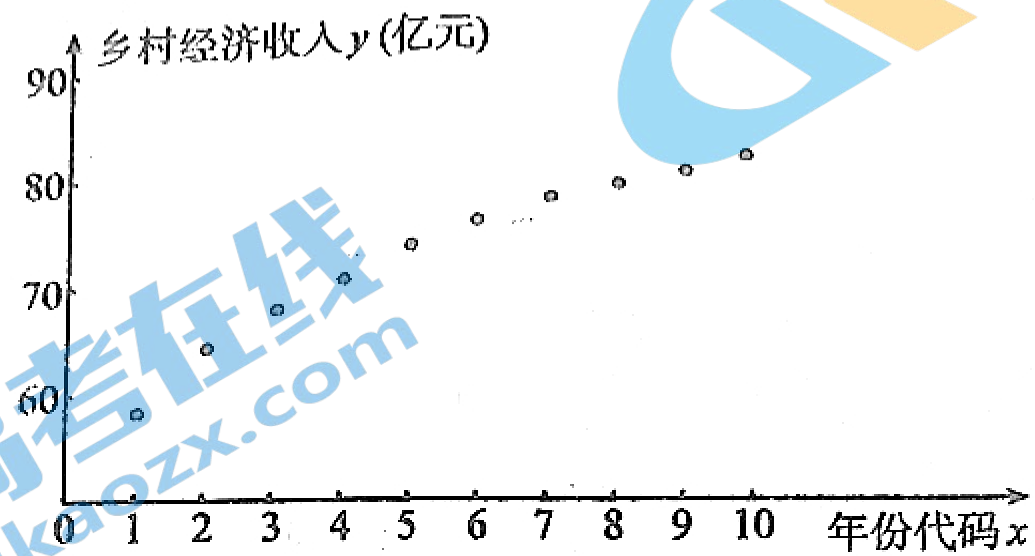
16. 已知 P,A,B,C,D 都在同一个球面上，平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$，$ABCD$ 是边长为 2 的正方形，$\angle APB=60°$，当四棱锥 $P-ABCD$ 的体积最大时，该球的半径为 ______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生依据要求作答。 19

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

某县为了解乡村经济发展情况，对全县乡村经济发展情况进行调研，现对 2012 年以来的乡村经济收入 y（单位：亿元）进行了统计分析，制成如图所示的散点图，其中年份代码 x 的值 1—10 分别对应 2012 年至 2021 年.



2

（1）若用模型①$\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}x$，②$\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}\sqrt{x}$ 拟合 y 与 x 的关系，其相关系数分别为 $r_1=0.8519$，$r_2=0.9901$，试判断哪个模型的拟合效果更好？

（2）根据（1）中拟合效果更好的模型，求 y 关于 x 的回归方程（系数精确到 0.01），并估计该县 2025 年的乡村经济收入（结果精确到 0.01）.

参考数据：$t_i=\sqrt{x_i}$，$\bar{t}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}t_i$，$\sqrt{13}\approx 3.605$，$\sqrt{14}\approx 3.742$，$\sqrt{15}\approx 3.873$.

$\bar{y}$	$\bar{t}$	$\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^{10}(t_i-\bar{t})^2$	$\sum_{i=1}^{10}(y_i-\bar{y})(x_i-\bar{x})$	$\sum_{i=1}^{10}(y_i-\bar{y})(t_i-\bar{t})$
72.65	2.25	126.25	4.52	235.48	49.16

参考公式：对于一组数据 (t_1,y_1)，(t_2,y_2)，…，(t_n,y_n)，回归方程 $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}t$ 中的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}$.

18.（12 分）

已知向量 $\boldsymbol{m}=\left(\sqrt{3}\sin\frac{x}{2},1\right)$，$\boldsymbol{n}=\left(\cos\frac{x}{2},\sin^2\frac{x}{2}\right)$，设函数 $f(x)=\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}$.

（1）求函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

（2）设△ABC 的内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，且______，求 $f(B)$ 的取值范围.

从下面三个条件中任选一个，补充在上面的问题中并作答.

①$\dfrac{\sqrt{3}c}{a\cos B}+\tan A+\tan B=0$；②$(2c+b)\cos A+a\cos B=0$；③$a$，$b$，$c$ 成等比数列.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

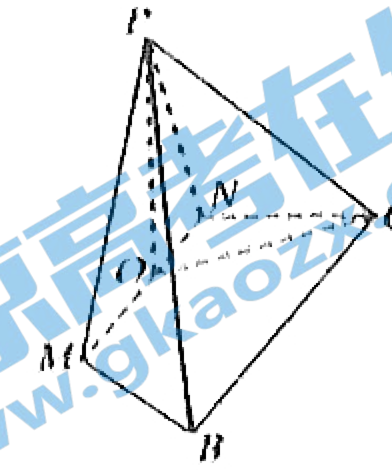
19.（12 分）

如图(1)，已知△ABC 是边长为 6 的等边三角形，点 M，N 分别在 AB，AC 上，MN∥BC，O 是线段 MN 的中点，将△AMN 沿直线 MN 进行翻折，A 翻折到点 P，使得二面角 P－MN－B 是直二面角，如图(2)。

(1)若 BM⊥平面 POC，求 MN 的长；

(2)求二面角 N－PM－B 的余弦值.

图(1)



图(2)

20.（12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，点 $\left(1,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 在椭圆 C 上.

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)设 $P(x_0,y_0)$ 是椭圆 C 上第一象限内的点，直线 l 过 P 且与椭圆 C 有且仅有一个公共点.

①求直线 l 的方程(用 x_0,y_0 表示)；

②设 O 为坐标原点，直线 l 分别与 x 轴，y 轴相交于点 M，N，试探究△MON 的面积是否存在最小值. 若存在，求出最小值及相应的点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=a\ln x+e^x-2ex+ae$.

(1)当 $a=e$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

(2)若 a 为整数，当 $x\geq\frac{1}{2}$ 时，$f(x)>0$，求 a 的最小值.

(二)选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分。

22.[选修 4－4：坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系中，已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$ (t 为参数)，曲线 C 的方程为 $x^2+y^2+8y+7=0$. 以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1)求直线 l 及曲线 C 的极坐标方程；

(2)设直线 l 与曲线 C 相交于 M，N 两点，满足 $\left||OM|-|ON|\right|=2\sqrt{5}$，求直线 l 的斜率.

23.[选修 4－5：不等式选讲](10 分)

已知函数 $f(x)=|2-x|+2|x+1|$.

(1)若存在 $x_0\in\mathbf{R}$，使得 $f(x_0)\leq 4-a^2$，求实数 a 的取值范围；

(2)令 $f(x)$ 的最小值为 M. 若正实数 a,b,c 满足 $\frac{1}{a}+\frac{4}{b}+\frac{9}{c}=M$，求证：$a+b+c\geq 12$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 " 精益求精、专业严谨 " 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。