

2018 北京四中高三（上）期中 数 学（文）

试卷满分共计 150 分 考试时间：120 分钟

一. 选择题：本答题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每个小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 设函数 $y = \sqrt{x - 2018}$ 的定义域为 M ，函数 $y = e^x$ 的值域为 P ，则 $M \cap P = (\quad)$

A $(0, +\infty)$ B $[2018, +\infty)$ C $[0, +\infty)$ D $(2018, +\infty)$

2. 在下列函数中，是偶函数且在 $(0, 1)$ 内单调递减的是 (\quad)

A $y = 2^x$ B $y = \frac{1}{x}$ C $y = \lg x$ D $y = \cos x$

3. 执行如图所示的程序框图若输入的结果是 16，则判断框内的条件是 (\quad)

A $n > 6?$ B $n \geq 7?$ C $n > 8?$ D $n > 9?$

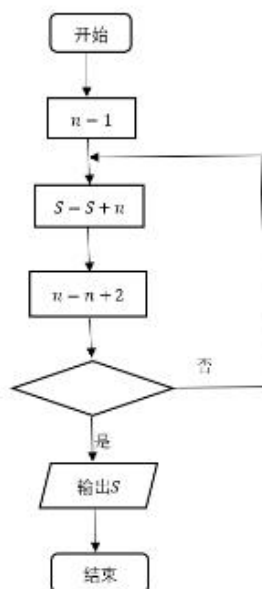
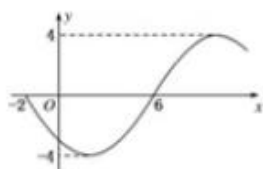
4. 在 $\triangle ABC$ 中， $a = 3\sqrt{3}$ ， $b = 3$ ， $A = \frac{\pi}{3}$ ，则 C 为 (\quad)

A $\frac{\pi}{6}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi}{2}$ D $\frac{2\pi}{3}$

5. 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$, $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$, $x \in R$) 的部分图像如图所示，则函数表达式为 (\quad)

A $y = -4 \sin(\frac{\pi}{8}x - \frac{\pi}{4})$ B $y = -4 \sin(\frac{\pi}{8}x + \frac{\pi}{4})$

C $y = 4 \sin(\frac{\pi}{8}x - \frac{\pi}{4})$ D $y = 4 \sin(\frac{\pi}{8}x + \frac{\pi}{4})$



6. 设 m, n 为非零向量，则“存在负数 λ ，使得 $m = \lambda n$ ”是“ $m \cdot n < 0$ ”的 (\quad)

A 充分不必要条件 B 必要而不充分条件
C 充分必要条件 D 既不充分也不必要条件

7. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2, & x \leq 2, \\ \log_2 x, & x > 2, \end{cases}$ 若 $\exists x_0 \in R$ ，使得 $f(x_0) \leq 5m - 4m^2$ 成立，则实数 m 的取值范围为 (\quad)

- A $[-1, \frac{1}{4}]$ B $[\frac{1}{4}, 1]$ C $[-2, \frac{1}{4}]$ D $[\frac{1}{3}, 1]$

8. 设 $x \in R$, 定义符号函数 $sgn(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$, 则下列等式正确的是 ()

- A $\sin x \cdot sgn(x) = \sin|x|$ B $\sin x \cdot sgn(x) = |\sin x|$
C $|\sin x| \cdot sgn(x) = \sin|x|$ D $\sin|x| \cdot sgn(x) = |\sin x|$

二. 填空题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

9. i 为虚数单位, 计算 $(-3 - i)i =$ _____.

10. 命题 “ $\exists x \in (0, +\infty)$, 使得 $\lg x > 0$ 成立” 的否定是 _____

11. 已知向量 $\mathbf{a} = (1, \sqrt{3})$, $\mathbf{b} = (\sqrt{3}, 1)$, 则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 夹角的大小为 _____

12. 设函数 $f(x) = x^3 + (a - 1)x^2 + ax$. 若 $f(x)$ 为奇函数, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 _____

13. 已知角 α 的顶角为坐标原点, 始边与 x 轴的正半轴重合, 终边上有点 $A(1, a)$, 且 $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$, 则 $|a| =$ _____

14. 对于函数 $f(x)$, 若存在一个区间 $A = [a, b]$, 使得 $\{y \mid y = f(x), x \in A\} = A$, 则称 A 为 $f(x)$ 的一个稳定区间, 相应的函数 $f(x)$ 的 “局部稳定函数”, 给出下列四个函数:

(1) $f(x) = \tan \frac{\pi}{4}x$; (2) $f(x) = 1 - x^2$; (3) $f(x) = e^x - 1$; (4) $f(x) = \ln(x - 1)$, 所有 “局部稳定函数” 的序号是 _____

三. 解答题 (共 6 小题, 共 80 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.)

15. (本小题 13 分) 已知集合 $A = \{x \mid \frac{x-5}{x+1} \leq 0, x \in R\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2x - m < 0\}$.

(1) 当 $m = 3$ 时, 求 $A \cap (C_R B)$;

(2) 若 $A \cap B = \{x \mid -1 < x < 4\}$, 求实数 m 的值.

16. (本小题 13 分) 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角分别为 A, B, C , 且 $2\sin^2(B+C) = \sqrt{3}\sin 2A$.

(1) 求 A 的度数;

(2) 若 $BC = 7, AC = 5$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S .

17. (本小题 13 分) 已知函数 $f(x) = \cos x(\cos x + \sqrt{3}\sin x)$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调递减区间.

18. (本小题满分 13 分)

已知实数 $a \neq 0$, 函数 $f(x) = ax(x-2)^2 (x \in R)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若函数 $f(x)$ 有极大值 32, 求实数 a 的值.

19. (本小题 14 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是公比为 $\frac{1}{3}$ 的等比数列, 且 $a_2 + 6$ 是 a_1 和 a_3 的等差中项.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项之积为 T_n , 求 T_n 的最大值.

20. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = x^2 \ln x - 2x$.

- (1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
- (2) 求证: 存在唯一的 $x_0 \in (1, 2)$, 使得曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处的切线的斜率为 $f(2) - f(1)$;
- (3) 比较 $f(1.01)$ 与 -2.01 的大小, 并加以证明.

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信：bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



微信公众号：bj-gaokao

官方网址：www.gaokzx.com

咨询热线：010-5751 5980