

## 绵阳市高中 2019 级第二次诊断性考试

# 文科数学

北京高考在线  
www.gkzxx.com

### 注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合  $A = \{(x, y) | y = x\}$ ,  $B = \{(x, y) | y = x^2\}$ , 则集合  $A \cap B$  的元素个数为  
A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3
2. 下列函数既是奇函数又是增函数的是  
A.  $y = \sin x$               B.  $y = 2^x$               C.  $y = \log_2 x$               D.  $y = x^3$
3. 已知角  $\alpha$  的终边过点  $A(1, \sqrt{3})$ , 则  $\sin \alpha + \tan \alpha =$   
A.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$                       B.  $\frac{1+2\sqrt{3}}{2}$                       C.  $\frac{5\sqrt{3}}{6}$                       D.  $\frac{3+2\sqrt{3}}{6}$
4. 已知双曲线  $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的焦距为 4, 两条渐近线互相垂直, 则  $E$  的方程为  
A.  $x^2 - y^2 = 1$               B.  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$               C.  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$               D.  $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{8} = 1$
5. 如图, 茎叶图记录了甲、乙两个家庭连续 9 个月的月用电量 (单位: 度), 根据茎叶图, 下列说法正确的是  
A. 甲家庭用电量的中位数为 33  
B. 乙家庭用电量的极差为 46  
C. 甲家庭用电量的方差小于乙家庭用电量的方差  
D. 甲家庭用电量的平均值高于乙家庭用电量的平均值
6. 过点  $P(1, 2)$ , 且与原点距离最大的直线的方程为  
A.  $2x - y = 0$               B.  $x + 2y - 5 = 0$               C.  $x - 2y + 3 = 0$               D.  $2x + y - 4 = 0$

甲		乙
2	1	1
5 4 3	2	3
3 2 7	3	4 8 9
1	4	0 2
0	5	1 6

7. 已知平面向量  $a, b$  不共线,  $\overrightarrow{AB} = 4a + 6b$ ,  $\overrightarrow{BC} = -a + 3b$ ,  $\overrightarrow{CD} = a + 3b$ , 则

- A.  $A, B, D$  三点共线  
B.  $A, B, C$  三点共线  
C.  $B, C, D$  三点共线  
D.  $A, C, D$  三点共线

8. 已知直线  $x + y - 1 = 0$  与圆  $C: (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = m$  相交于  $A, B$  两点, 若  $AB = 2\sqrt{3}$ , 则  $m =$

- A.  $\sqrt{5}$                       B. 5                      C. 3                      D. 4

9. 第24届冬季奥林匹克运动会将于2022年在北京举办. 为了解某城市居民对冰雪运动的关注情况, 随机抽取了该市100人进行调查统计, 得到如下  $2 \times 2$  列联表:

下列说法正确的是

参考公式:

$$K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)},$$

其中  $n = a + b + c + d$ .

	关注冰雪运动	不关注冰雪运动	合计
男	45	10	55
女	25	20	45
合计	70	30	100

附表:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
$k_0$	2.706	3.841	6.635	10.828

- A. 有 99% 以上的把握认为 “关注冰雪运动与性别有关”  
B. 有 99% 以上的把握认为 “关注冰雪运动与性别无关”  
C. 在犯错误的概率不超过 0.1% 的前提下, 认为 “关注冰雪运动与性别无关”  
D. 在犯错误的概率不超过 0.1% 的前提下, 认为 “关注冰雪运动与性别有关”
10. 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 且在  $(0, +\infty)$  上单调递减, 则
- A.  $f(-1) < f(-2^{0.1}) < f(\log_2 5)$                       B.  $f(\log_2 5) < f(-1) < f(-2^{0.1})$   
C.  $f(\log_2 5) < f(-2^{0.1}) < f(-1)$                       D.  $f(-2^{0.1}) < f(-1) < f(\log_2 5)$
11. 若  $x = 2$  是函数  $f(x) = x^2 + 2(a - 2)x - 4a \ln x$  的极大值点, 则实数  $a$  的取值范围是
- A.  $(-\infty, -2)$                       B.  $(-2, +\infty)$                       C.  $(2, +\infty)$                       D.  $(-2, 2)$
12. 已知  $F_1, F_2$  分别为椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左, 右焦点,  $E$  上存在两点  $A, B$  使得梯形  $AF_1F_2B$  的高为  $\sqrt{2}c$  (其中  $c$  为半焦距), 且  $\overrightarrow{AF_1} = 3\overrightarrow{BF_2}$ , 则  $E$  的离心率为
- A.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 设  $i$  是虚数单位，若复数  $z$  满足  $z \cdot i = z + 6i$ ，则复数  $z$  的虚部为\_\_\_\_\_.

14. 函数  $f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x \geq 1, \\ \log_2 x, & x < 1, \end{cases}$  则  $f(f(2)) =$ \_\_\_\_\_.

15. 已知  $A, B$  为抛物线  $C: x^2 = 4y$  上的两点,  $M(-1, 2)$ , 若  $\overline{AM} = \overline{MB}$ , 则直线  $AB$  的方程为\_\_\_\_\_.

16. 已知函数  $f(x) = \sin|x| - \sqrt{3} \cos x$ , 若关于  $x$  的方程  $f(x) = m$  在  $[-2\pi, \frac{4\pi}{3}]$  上有三个不同的实根, 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  为公差大于 0 的等差数列,  $a_2 \cdot a_3 = 15$ , 且  $a_1, a_4, a_{25}$  成等比数列.

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 设  $b_n = \frac{1}{a_n \cdot a_{n+1}}$ , 数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $S_m = \frac{20}{41}$ , 求  $m$  的值.

18. (12 分)

某通讯商场推出一款新手机, 分为甲、乙、丙、丁 4 种不同的配置型号. 该店对近期售出的 100 部该款手机的情况进行了统计, 绘制如下表格:

配置	甲	乙	丙	丁
频数	25	40	15	20

每售出一部甲、乙、丙、丁配置型号的手机可分别获得利润 600 元、400 元、500 元、450 元.

(1) 根据以上 100 名消费者的购机情况, 计算该商场销售一部手机的平均利润;

(2) 某位消费者随机购买了 2 部不同配置型号的该款手机, 且购买的该款手机的四种型号是等可能的, 求商场通过这两部手机获得的利润不低于 1000 元的概率.

19. (12 分)

在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $a \sin A - c \sin C = (\sqrt{3} a - b) \sin B$ .

(1) 求角  $C$  的大小;

(2) 若  $\sin A \cdot \sin B = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $c = 2$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

20. (12分)

已知函数  $f(x) = \ln x + 1 - ax^2$  ( $a \in \mathbf{R}$ )

- (1) 当  $a=2$  时, 求函数  $f(x)$  的单调区间;
- (2) 若函数  $f(x)$  有且只有一个零点, 求实数  $a$  的取值范围.

21. (12分)

已知椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点为  $F$ , 点  $A, B$  分别为右顶点和上顶点,

点  $O$  为坐标原点,  $\frac{1}{|OF|} + \frac{1}{|OA|} = \frac{e}{|FA|}$ ,  $\triangle OAB$  的面积为  $\sqrt{2}$ , 其中  $e$  为  $E$  的离心率.

- (1) 求椭圆  $E$  的方程;
- (2) 过点  $O$  异于坐标轴的直线与  $E$  交于  $M, N$  两点, 射线  $AM, AN$  分别与圆  $C:$

$x^2 + y^2 = 4$  交于  $P, Q$  两点, 记直线  $MN$  和直线  $PQ$  的斜率分别为  $k_1, k_2$ , 问  $\frac{k_1}{k_2}$  是否为定值? 若是, 求出该定值; 若不是, 请说明理由.

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题记分。

22. [选修 4—4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 + \sin \alpha + 2 \cos \alpha, \\ y = 1 + \cos \alpha - 2 \sin \alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数). 以

坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立的极坐标系中, 直线  $l$  的方程是  $\rho \cos(\theta + \frac{\pi}{3}) = 1$ .

- (1) 求曲线  $C$  的普通方程和直线  $l$  的直角坐标方程;
- (2) 若点  $A$  的坐标为  $(2, 0)$ , 直线  $l$  与曲线  $C$  交于  $P, Q$  两点, 求  $\frac{1}{|AP|} + \frac{1}{|AQ|}$  的值.

23. [选修 4—5: 不等式选讲] (10分)

已知函数  $f(x) = \sqrt{|2x-1| - |x+m|} - m$ .

- (1) 当  $m=2$  时, 求函数  $f(x)$  的定义域;
- (2) 设函数  $f(x)$  的定义域为  $M$ , 当  $m > -\frac{1}{2}$  时,  $[-m, \frac{1}{2}] \subseteq M$ , 求实数  $m$  的取值范围.

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjgkzx

官方网站: [www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018