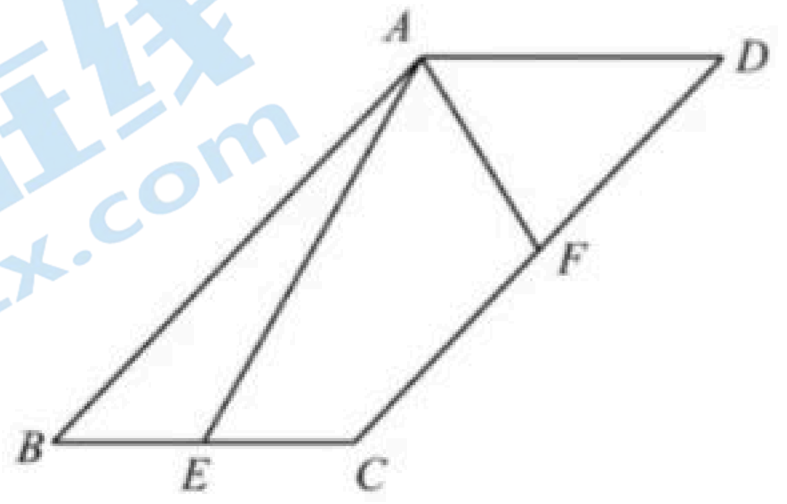
2024年西安交通大学少年班招生初试数学真题

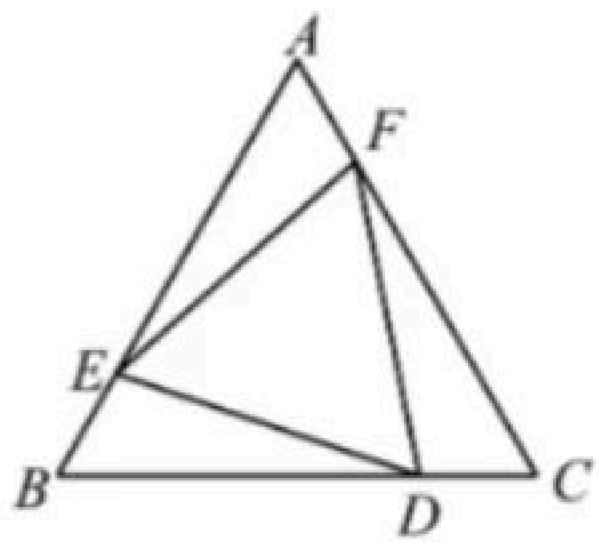
1. 已知 $a+b+c+d=0, abcd>0$，则 $\frac{|a|}{b+c+d}+\frac{|b|}{a+c+d}+\frac{|c|}{a+b+d}+\frac{|d|}{a+b+c}=$______。

2. 已知，在平行四边形 $ABCD$ 中，E,F 分别是 BC,CD 的中点 $AE=6$，$AF=3$ 且 $\angle EAF=60^{\circ}$，则 $AB=$______。

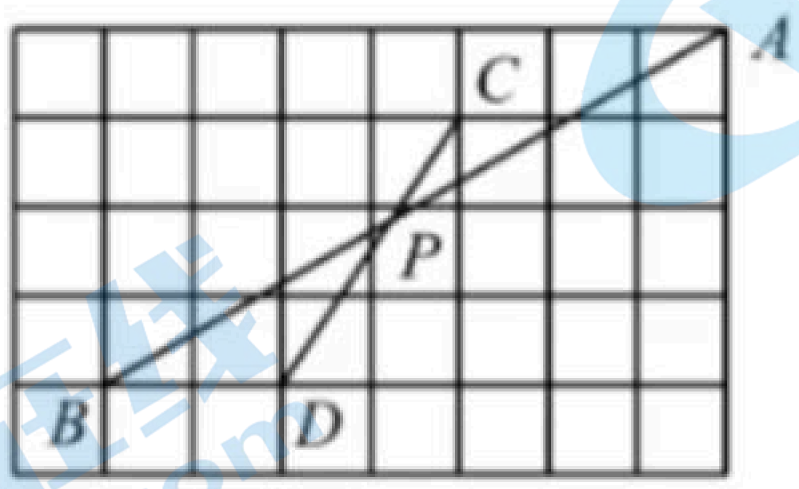


3. 阳光与水平面成 60° 角，皮球在阳光下的影长为 $10\sqrt{3}cm$，则这个皮球的直径为______ cm。

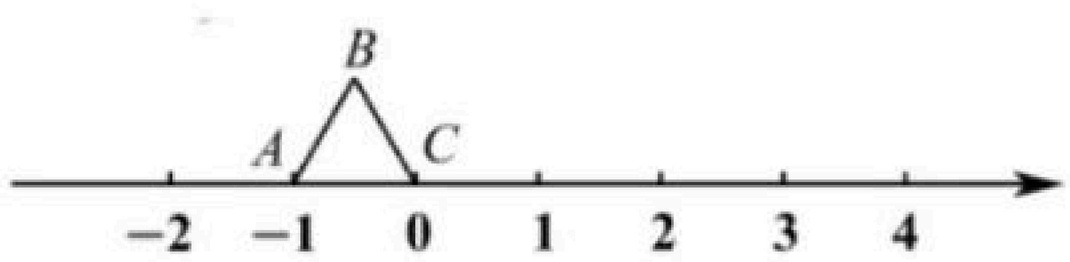
4. 如图，ΔABC，ΔDEF 是等边三角形，边长分别为3、2，求 ΔCDF 的内切圆的半径。



5. 如图所示，每个方格均为正方形，线段 AB 与 CD 交于点 P，求 $\sin\angle BPD$ 的值。



6. 如图，正三角形的边长为1，点 C 与原点重合，现将正三角形向右翻转2023次，求点 B 在数轴上对应的数字。



7. 如图 1 是我国古代著名的“赵爽弦图”的示意图，它由四个全等的直角三角形围成。若 $AC=6$，$BC=5$，将四个直三形中边长为 6 的直角边分别向外延长一倍，得到图 2 所示的“数学风车”，求这个风车的外围周长。

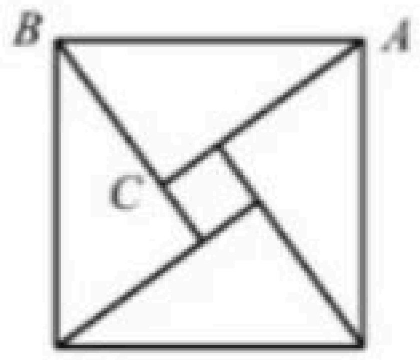


图 1

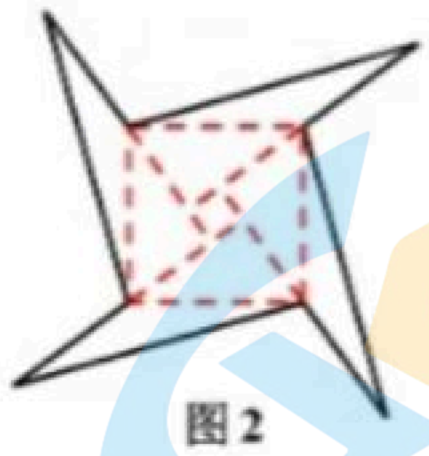
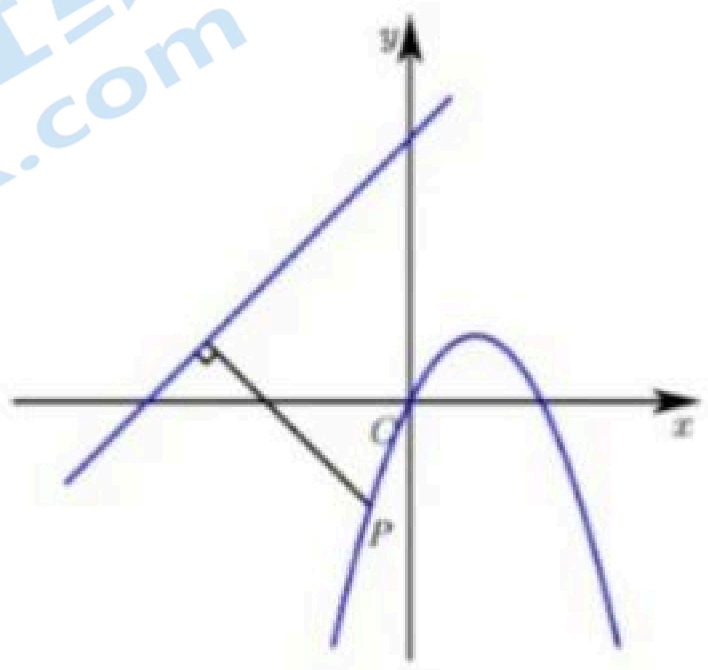


图 2

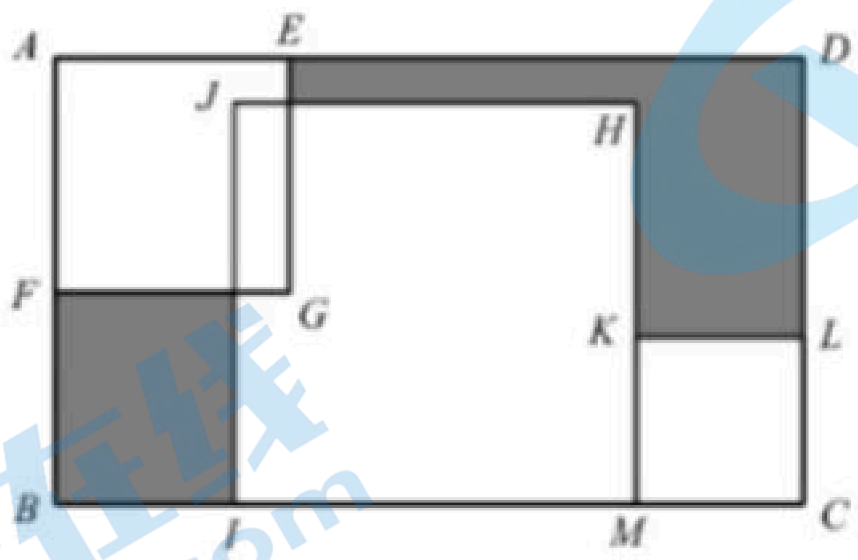
8. 已知，一次函数 $y_1=x+4, y_2=-x^2+2x$，P 为 y_2 上一动点，求 P 到 y_1 的距离的最小值。



9. 已知整数 x, y 满足 $xy=22-3x+y$，求 xy 的最大值。

10. 已知 $\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=1$，求 $\dfrac{4x+5xy-4y}{x-3xy-y}$ 的值。

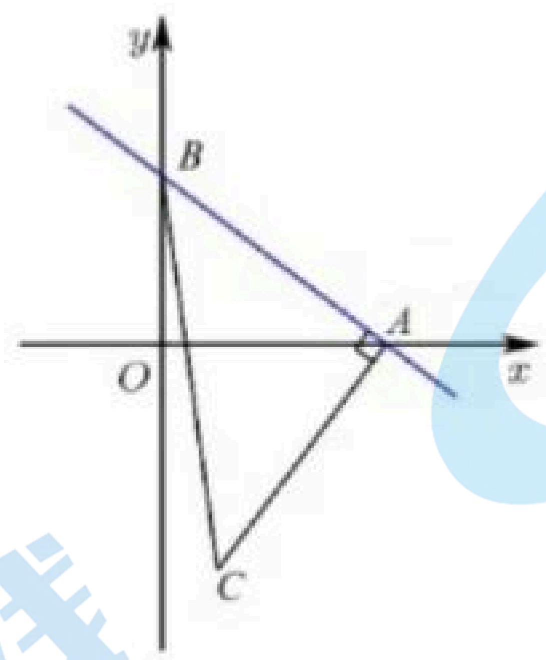
11. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，有正方形 $AEGF$，正方形 $JHMI$，正方形 $KLCM$，问：知道哪个正方形的面积可以得到两个阴影部分的周长之差。



12. 已知任意一个大于 1 的正整数 m 的三次幂均可以分裂成 m 个连续奇数的和，如 $2^3=3+5, 3^3=7+9+11+\cdots$，按照此规律，若 m^3 分裂后，有一个奇数是 2023，求 m 的值。

13. 已知 a,b,c,d,e 五个数的平均数为 m，方差为 g，求 $3a+n, 3b+n, 3c+n, 3d+n, 3e+n$ 的平均数和方差。

14. 平面直角坐标系中，已知直线 AB：$y=-\frac{3}{4}x+3$，过 A 作 AC 垂直于 AB，并使 $AC=AB$，求直线 BC 的解析式。



15. 球队两两比赛，主场客场各一场，共 42 场，问有多少支队伍？

16. 在平面直角坐标系中，对于平面内任一点 (a,b)，若规定以下两种变换：① $f(a,b)=(b,a)$，如：$f(1,3)=(3,1)$；② $g(a,b)=(a,-b)$，如：$g(1,3)=(1,-3)$；那么 $f(g(5,-6))=$_______。

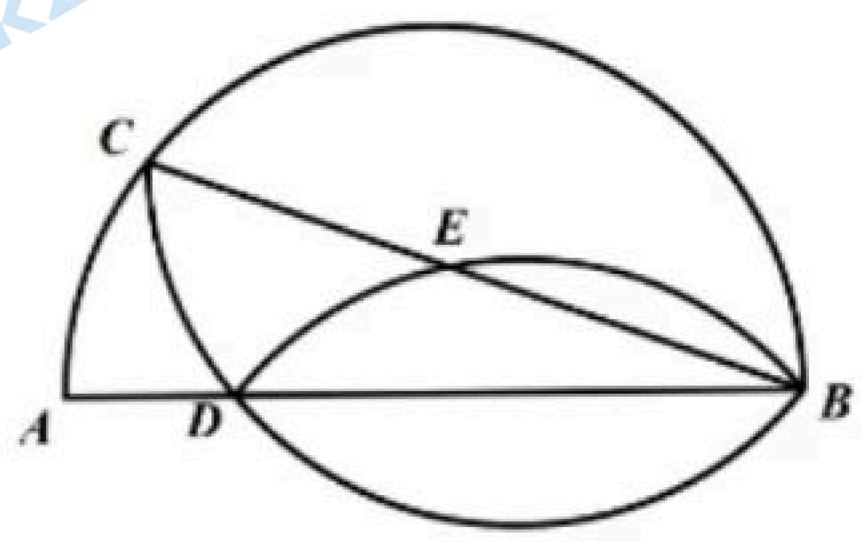
17. 我们用 min 表示两个数中的较小数，如 $\min\{5,3\}=3$，求 $\min\{-x^2-x,2x\}$ 的最大值。

18. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(n+2)x-2n^2=0$ 的解为 a_n,b_n，则 $\frac{2}{(a_1-2)(b_1-2)}+\frac{2}{(a_2-2)(b_2-2)}+\cdots\frac{2}{(a_{2024}-2)(b_{2024}-2)}$ 的值。

19. 假设队伍中共有 2 人现列队需要，每 10 人中走出一个人，当 x 除以 10 的余数大于 5 时，则在余下的人中再走出一人，则共走出多少人。

A. $\left[\frac{x}{10}\right]$　　B. $\left[\frac{x+3}{10}\right]$　　C. $\left[\frac{x+4}{10}\right]$　　D. $\left[\frac{x+5}{10}\right]$

20. 如图，C 为半圆上一点，AB 为直径，$\overset{\frown}{BC}$ 沿 BC 翻折与 AB 交于点 D，$\overset{\frown}{BD}$ 沿 BD 翻折交 BC 于 E，若 E 为 BC 中点，求 $\frac{AB}{BC}$ 的值。



2024年西安交通大学少年班招生初试数学真题解析

1 已知 $a+b+c+d=0, abcd<0$，则 $\frac{|a|}{b+c+d}+\frac{|b|}{a+c+d}+\frac{|c|}{a+b+d}+\frac{|d|}{a+b+c}=$______.

解析 原式 $=\frac{|a|}{-a}+\frac{|b|}{-b}+\frac{|c|}{-c}+\frac{|d|}{-d}=-\left(\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}+\frac{|d|}{d}\right)$

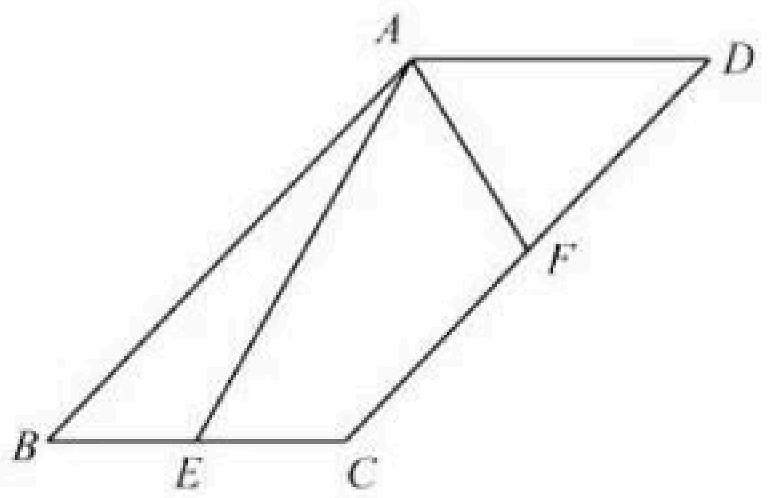
$\because abcd<0$；$\therefore$ 要么三正一负，要么三负一正；

情况1：设 $a<0, b>0, c>0, d>0$；则 $-\left(\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}+\frac{|d|}{d}\right)=-(-1+1+1+1)=-2$

情况2：设 $a>0, b<0, c<0, d<0$；则 $-\left(\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}+\frac{|d|}{d}\right)=-(1-1-1-1)=2$

故答案为：± 2

2 已知，$\square ABCD$ 中，E，F 分别是 BC，CD 的中点 $AE=6$，$AF=3$，且 $\angle EAF=60^\circ$，则 $AB=$______.

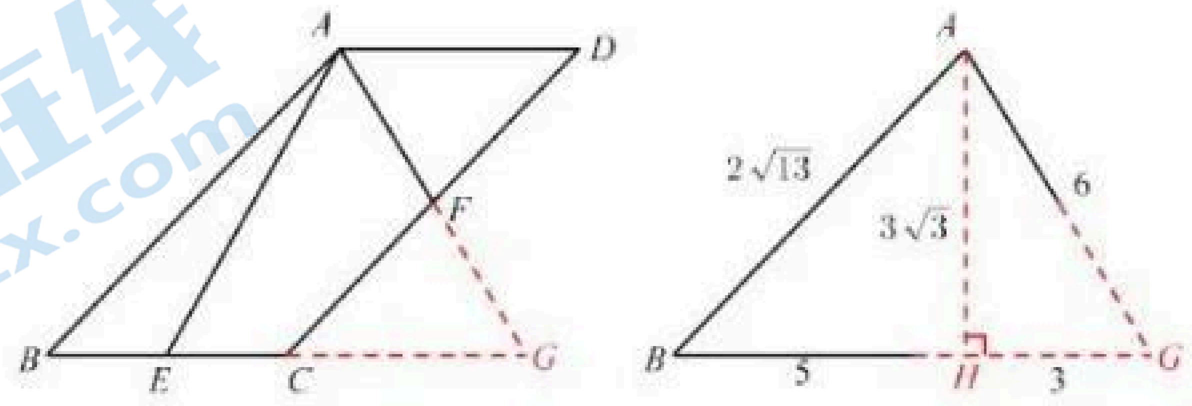


解析 如图，延长 AF、EC 交于点 G，可得 $\triangle ADF\cong\triangle GFC$，$\therefore AF=FG=3$，$\therefore AG=6=AE$，

又 $\angle EAG=60^\circ$，$\therefore \triangle AEG$ 是等边三角形，$\therefore AG=EG=6$，

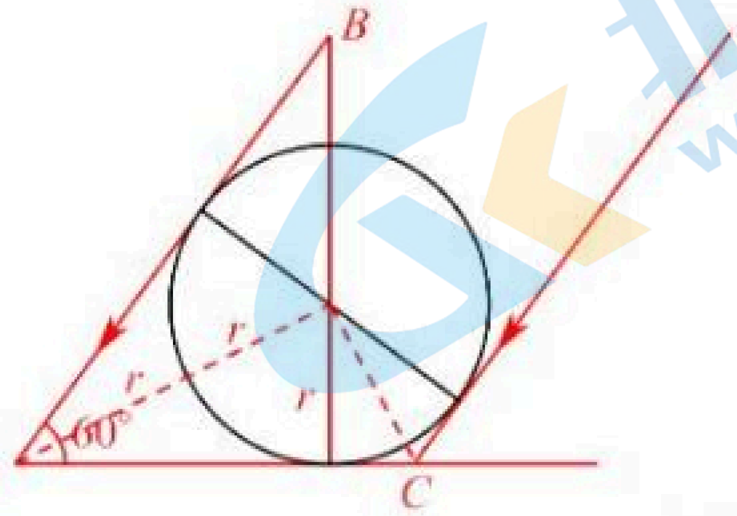
设 $BE=EC=x$，则 $AD=2x$，$\therefore CG=2x$，$\therefore EG=3x=6$，$\therefore x=2$，

$\therefore BG=4$，又 $\angle G=60^\circ$，解 $\triangle AGB$，可得 $AB=2\sqrt{13}$.

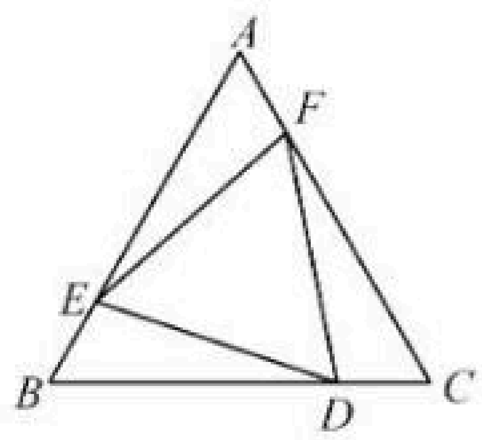


3 阳光与水平面成60°角，皮球在阳光下的影长为$10\sqrt{3}$cm，则这个皮球的直径为______cm.

解析 如图，AC为影长，$\sqrt{3}r+\frac{\sqrt{3}}{3}r=10\sqrt{3}$，$\therefore r=\frac{15}{2}$，则直径为15cm.故填：15.



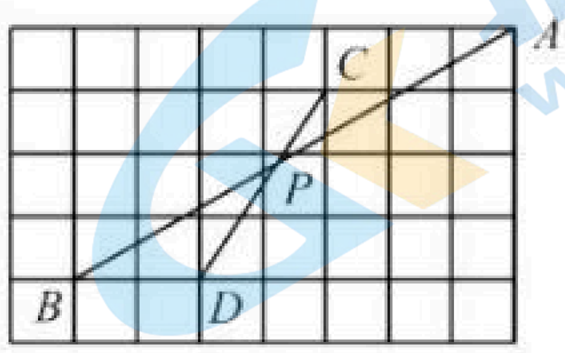
4 如图，$\triangle ABC$，$\triangle DEF$是等边三角形，边长分别为3、2求$\triangle CDF$的内切圆的半径.



解析 易得$\triangle AEF\cong CFD$，$\therefore AF=CD$，$\therefore CD+CF=AF+CF=3$，

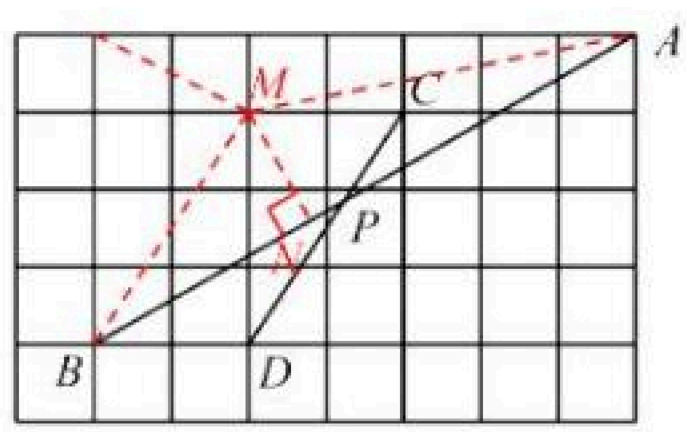
$$\therefore r=\frac{2S}{C}=\frac{2\times\frac{1}{3}(S_{\triangle ABC}-S_{\triangle DEF})}{2+3}=\frac{2\times\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(3^2-2^2)}{5}=\frac{\sqrt{3}}{6}.$$

5 如图所示，每个方格均为正方形，线段AB与CD交于点P，求$\sin\angle BPD$的值.

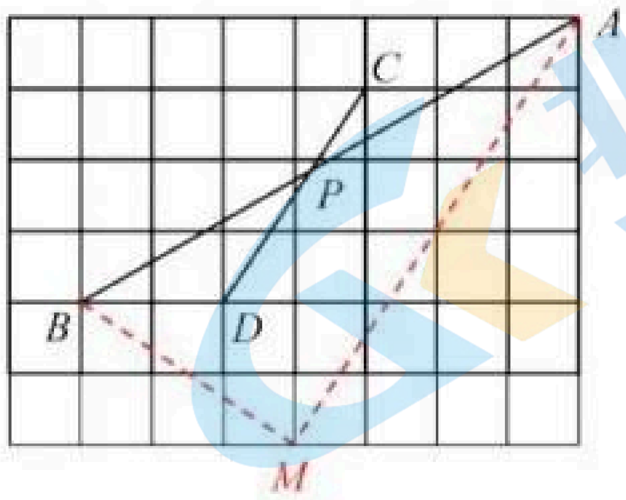


解析 法1：把CD平移至BM，作$MN\perp AB$，

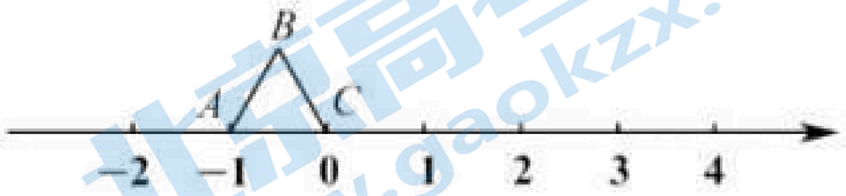
$$则\ \sin\angle BPD=\sin\angle ABM=\frac{MN}{BM}=\frac{\frac{2S_{\triangle ABM}}{AB}}{BM}=\frac{2(\frac{1}{2}\times4\times7-\frac{1}{2}\times4\times2-\frac{1}{2}\times7\times1)}{\sqrt{4^2+7^2}\times\sqrt{2^2+3^2}}=\frac{\sqrt{5}}{5}.$$



法2：$\sin\angle BPD=\sin\angle BAM=\dfrac{BM}{AB}=\dfrac{\frac{2S_{\triangle ABM}}{AB}}{BM}=\dfrac{\sqrt{2^2+3^2}}{\sqrt{4^2+7^2}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.



6 如图，正三角形的边长为1，点C与原点重合，现将正三角形向右翻转2023次，求点B在数轴上对应的数字.



解析 翻转1次，B落在1，翻转2次，A落在2，翻转3次，C落在3，周期为3，

$2023\div3=674\ldots\ldots1$，此时$B$落在数轴上，则其对应的数字为2023.

7 如图1，是我国古代著名的“赵爽弦图”的示意图，它由四个全等的直角三角形围成．若$AC=6$，$BC=5$，将四个直角三角形中的直角边分别向外延长一倍，得到图2所示的“数学风车”，求这个风车的外围周长.

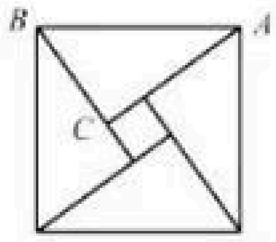


图1

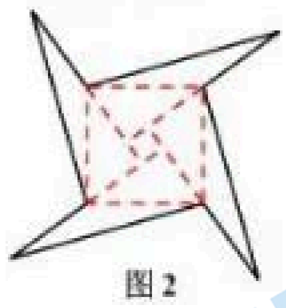
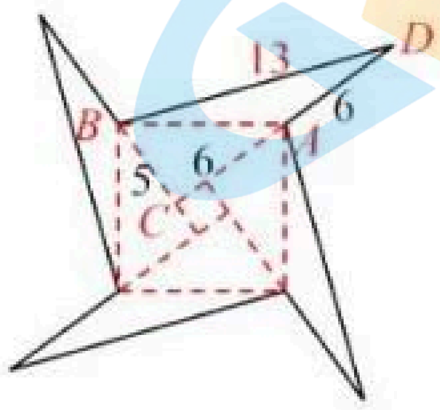


图2

解析 $BD=\sqrt{5^2+12^2}=13$，∴ 周长$=(13+6)\times4=19\times4=76$.



关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：京考一点通，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！