

北师大实验中学 2023 年开学摸底考试卷

初三年级数学

班级_____ 姓名_____ 学号_____ 成绩_____

一、 选择题（本题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分）

1. 下列是最简二次根式的是（ ）

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ C. $\sqrt{4}$ D. $\sqrt{12}$

2. 下列函数中， y 是 x 的二次函数的是（ ）

- A. $y = ax^2 + bx + c$ B. $y = 2x$ C. $y = x + 1$ D. $y = -3x^2$

3. 用配方法解方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 时，原方程变形正确的是（ ）

- A. $(x+1)^2 = 6$ B. $(x-2)^2 = 9$ C. $(x-1)^2 = 6$ D. $(x+2)^2 = 9$

4. 在 $\square ABCD$ 中， $\angle A = 70^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数为（ ）

- A. 110° B. 100° C. 70° D. 20°

5. 一次函数 $y = -2x + 1$ 的图像经过（ ）

- A. 一、二、三象限 B. 一、二、四象限

- C. 一、三、四象限 D. 二、三、四象限

6. 已知 $A(-2, y_1), B(-1, y_2), C(1, y_3)$ 三点都在二次函数 $y = 2(x+1)^2$ 的图象上，则 y_1, y_2, y_3 的大小关系为

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_1 < y_3 < y_2$

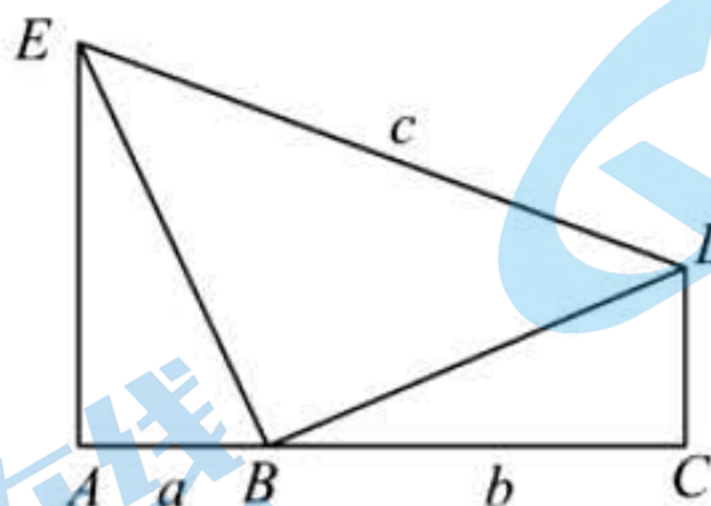
- C. $y_2 < y_1 < y_3$ D. $y_3 < y_1 < y_2$

7. 点 $A(m-1, y_1)$ ， $B(m, y_2)$ 都在二次函数 $y = (x-1)^2 + n$ 的图象上。

若 $y_1 < y_2$ ，则 m 的取值范围为（ ）

- A. $m > 2$ B. $m > \frac{3}{2}$ C. $m < 1$ D. $\frac{3}{2} < m < 2$

8. 如图, 点 A 、 B 、 C 在同一条线上, 点 B 在点 A , C 之间, 点 D , E 在直线 AC 同侧, $AB < BC$, $\angle A = \angle C = 90^\circ$, $\triangle EAB \cong \triangle BCD$, 连接 DE , 设 $AB = a$, $BC = b$, $DE = c$, 给出下面三个结论: ① $a + b < c$; ② $a + b > \sqrt{a^2 + b^2}$; ③ $\sqrt{2}(a + b) > c$;



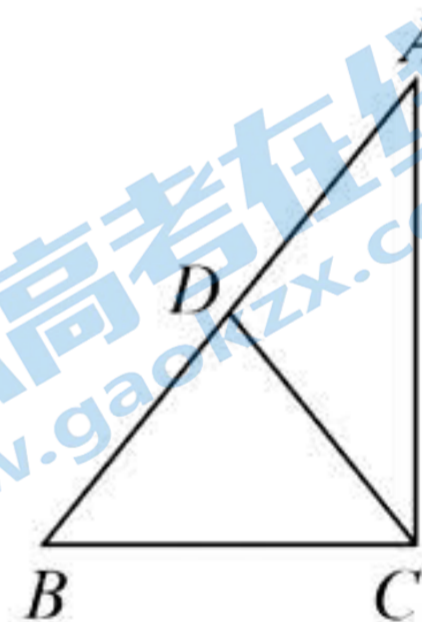
上述结论中, 所有正确结论的序号是 ()

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

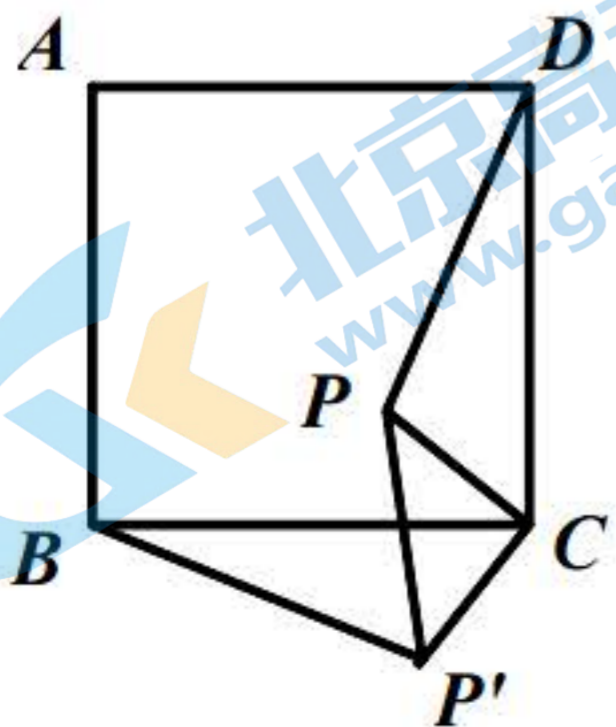
二、填空题 (本题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分)

9. 已知正比例函数 $y = kx$ 过点 $(1, 3)$, 则 k 的值为_____.

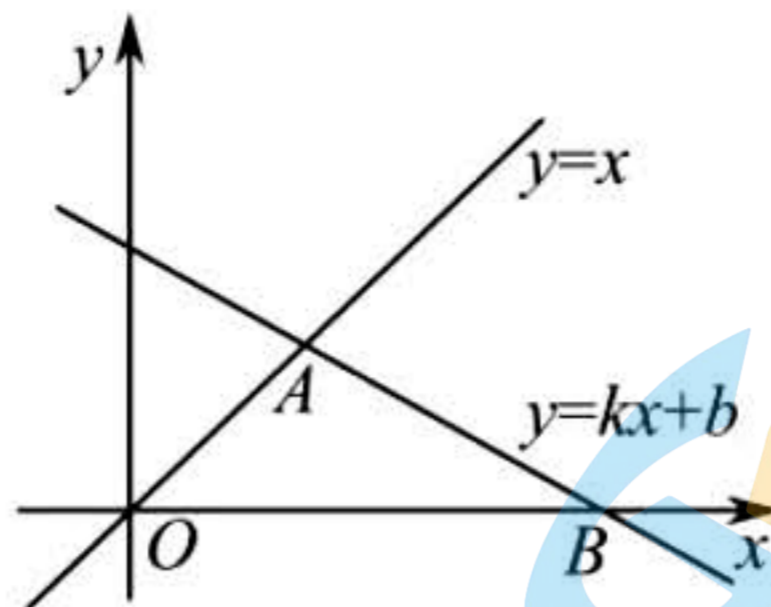
10. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是 AB 的中点. 若 $\angle A = 40^\circ$, 则 $\angle BDC =$ _____°.



11. 如图, P 是正方形 $ABCD$ 内一点, 将 $\triangle PCD$ 绕点 C 逆时针方向旋转后与 $\triangle P'CB$ 重合, 若 $PC = 2$, 则 $PP' =$ _____.

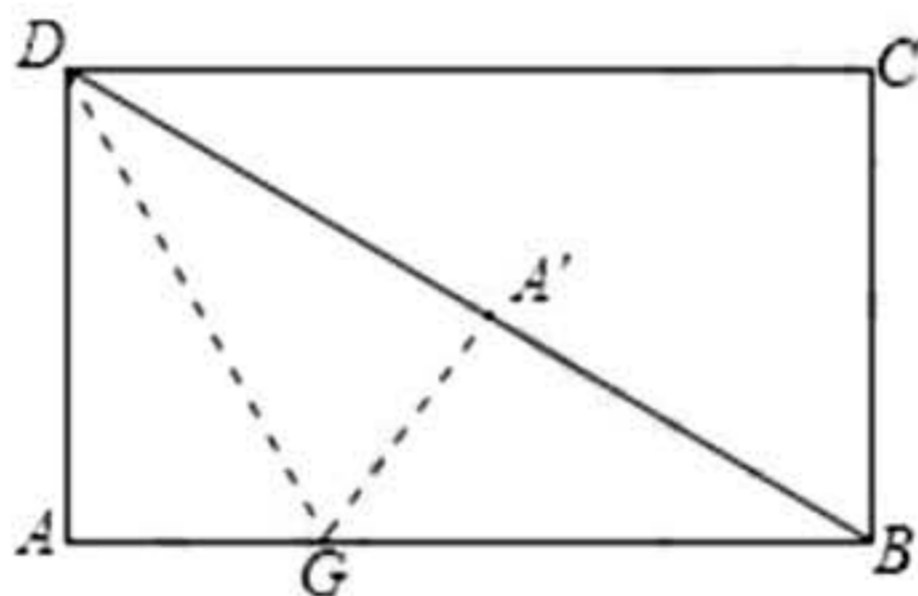


12. 如图, 直线 $y=kx+b$ 经过点 $A(3, 3)$, 点 $B(6, 0)$, 直线 $y=x$ 经过点 A , 则不等式 $x < kx+b$ 的解集为_____.



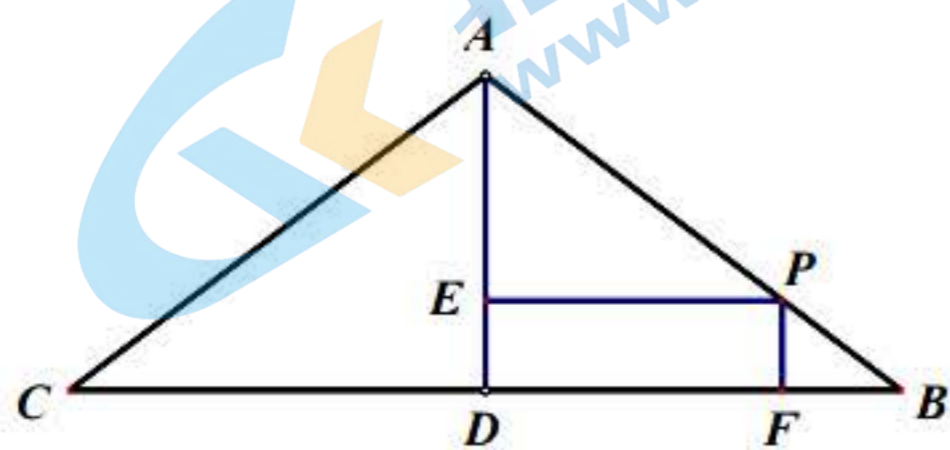
13. 如果一组数据 1, 2, 3, 4, 5 的方差是 2, 那么一组新数据 2, 4, 6, 8, 10 的方差是_____.

14. 如图, 在矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB=4$, $AD=3$, 折叠纸片使 DA 与对角线 DB 重合, 点 A 落在点 A' 处, 折痕为 DG , 则 $A'G$ 的长是_____.



15. 小天在暑假调查了某工厂得知, 该工厂 2021 年全年某产品的产量为 125 万吨, 经该厂的技术人员预计 2023 年全年该产品的产量为 234 万吨, 设 2021 年至 2023 年该产品的预计年平均增长率为 x , 根据题意列出方程得_____.

16. 如图, 线段 AD 为 $\triangle ABC$ 的中线, 点 P 为线段 AB 上的动点 (不与点 A, B 重合), $PE \perp AD$ 于点 E , $PF \perp BD$ 于点 F , 若 $AB = AC = 10$, $BC = 16$, 则 EF 的最小值为_____.



三、解答题（本题共 10 道题）

17. 用适当的方法解方程：

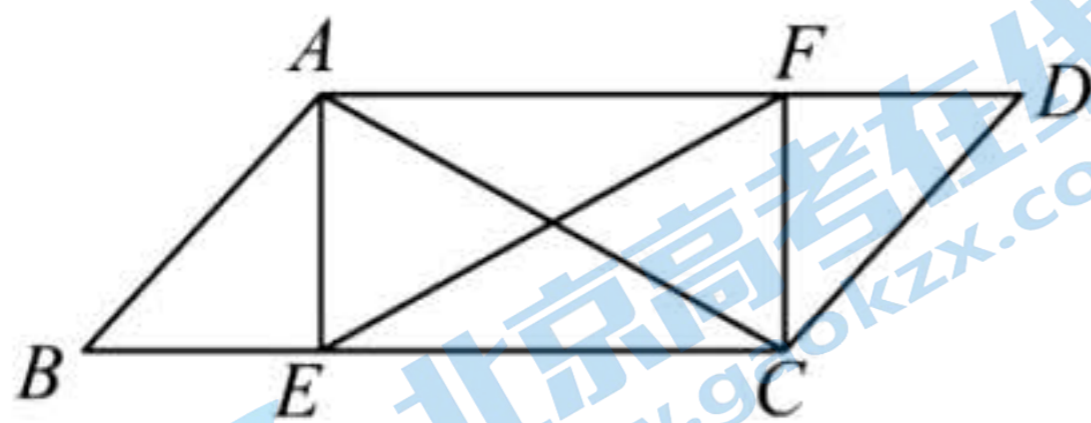
(1) $(2x+5)^2 = 5$;

(2) $x^2 + 4x - 2 = 0$;

(3) $2x^2 - 5x + 1 = 0$;

(4) $x^2 - 1 = 2(x+1)$;

18. 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E, F 分别在 BC, AD 上， $BE = DF, AC = EF$.



(1) 求证：四边形 $AECF$ 是矩形；

(2) $AE = BE, AB = 2, AC = \sqrt{5}BE$ ，求 BC 的长.

19. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + 3a - 2 = 0$ 有实数根.

(1) 求 a 的取值范围；

(2) 若 a 为正整数，求此时方程的根.

20. 平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = \frac{3}{2}x + b$ 与直线 $y = \frac{1}{2}x$ 交于点 $A(m, 1)$ ，与 y 轴交于点 B .

(1) 求 m 的值和点 B 的坐标；

(2) 若点 C 在 y 轴上，且 $\triangle ABC$ 的面积是 2，请直接写出点 C 的坐标.

21. 下面是小英设计的“作平行四边形 $ABCD$ 的边 AB 的中点”的尺规作图过程.

已知: $\square ABCD$.

求作: 点 P , 使点 P 为边 AB 的中点.

作法:

①作射线 DA ;

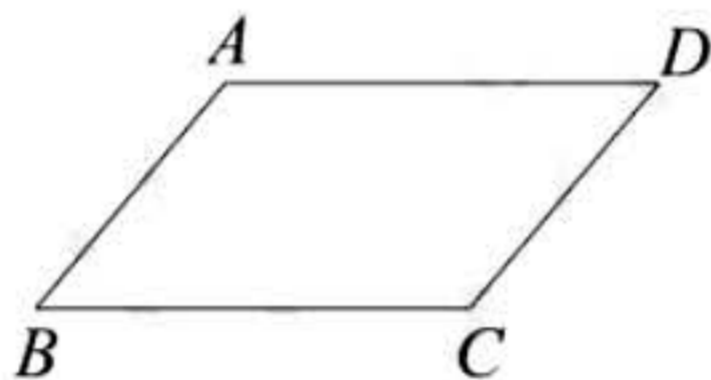
②以点 A 为圆心, BC 长为半径画弧, 在点 A 左侧与射线 DA 交于点 E ;

③连接 CE 交 AB 于点 P .

点 P 即为所求作的边 AB 的中点.

根据小英设计的尺规作图过程,

(1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图形 (保留作图痕迹);



(2) 完成下面的证明.

证明: 连接 AC , EB ,

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AE \parallel BC$.

$\because AE =$ _____,

\therefore 四边形 $EBCA$ 是平行四边形. (_____) (填推理的依据)

$\therefore AP = PB$. (_____) (填推理的依据)

点 P 即为所求作的边 AB 的中点.

22. 已知：二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 中的 x 和 y 满足下表：

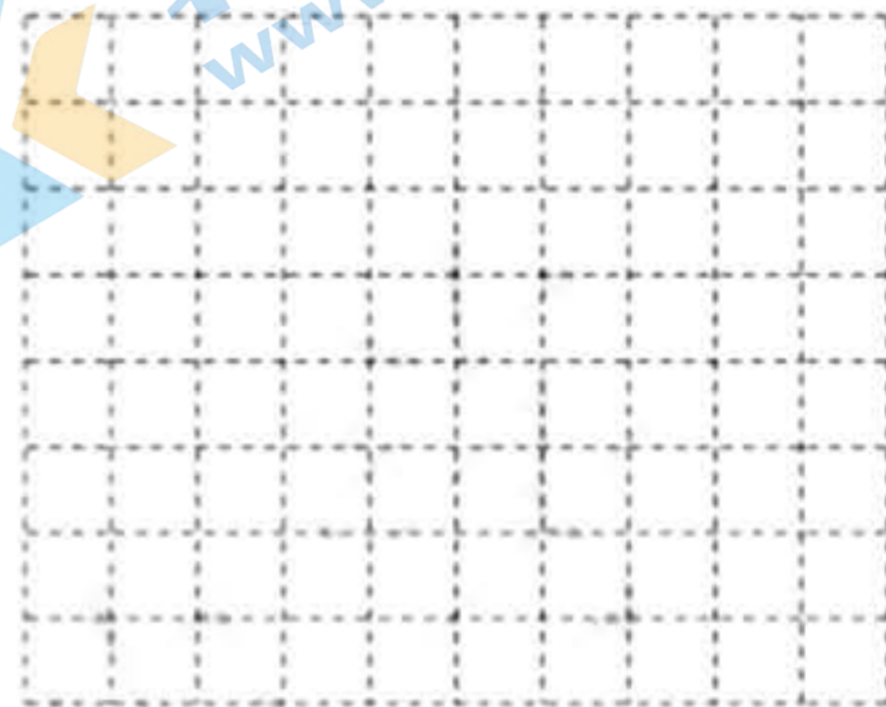
x	...	0	1	2	3	4	5	...
y	...	3	0	-1	0	m	8	...

(1) 可求得 m 的值为_____；

(2) 求出这个二次函数的解析式；

(3) 画出函数图象；

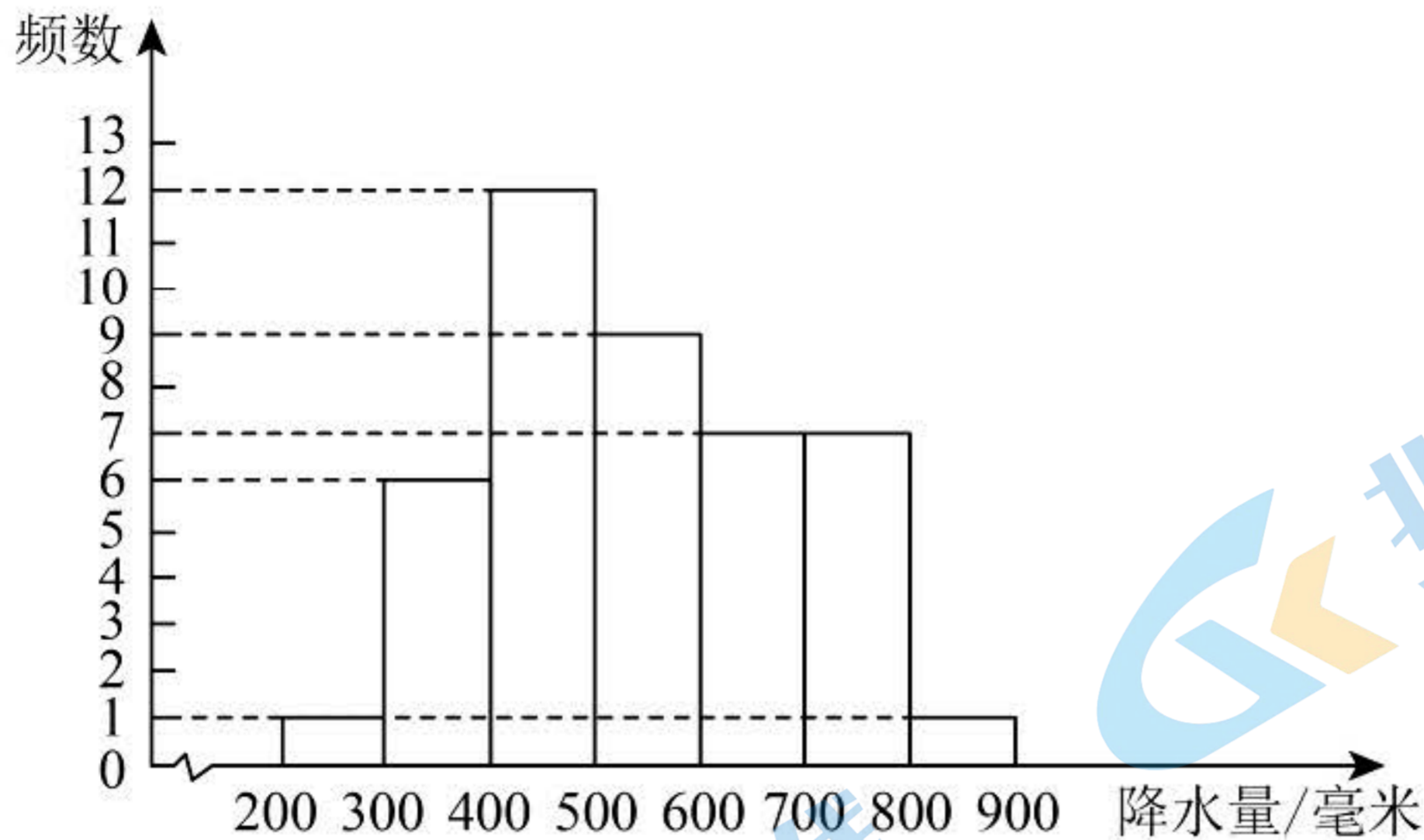
(4) 当 $-1 < x < 3$ 时，则 y 的取值范围为_____。



23. 为了解北京市的水资源情况，收集了 1978—2020 年北京的年降水量（单位：毫米）共 43 个数据，并对数据进行整理、描述和分析，下面给出了部分信息。

注：降水量是指一定时段内降落在某一点或某一区域上的水层深度，通常以毫米表示。

a. 43 个数据的频数分布直方图如下（数据分成 7 组： $200 \leq x < 300$ ， $300 \leq x < 400$ ， $400 \leq x < 500$ ， $500 \leq x < 600$ ， $600 \leq x < 700$ ， $700 \leq x < 800$ ， $800 \leq x < 900$ ）；



b. 43 个数据中，在 $500 \leq x < 600$ 这一组的是：

507 523 527 542 544 547 573 576 579

c. 43 个数据的平均数、中位数如下：

平均数	中位数
547	n

根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 表中 n 的值为_____；
- (2) 1978—2020 年北京的年降水量高于 547 毫米的年份共_____个；
- (3) 若 2021 年，2022 年北京的年降水量分别是 698 毫米，493 毫米，则下列推断合理的是_____（填写序号）。
 - ①因为 698 大于 n ，所以北京 2021 年降水量比 1978—2020 年中一半以上年份的年降水量高；
 - ②已知 1978—2000 年北京的年降水量的方差为 21249，2001—2022 年北京的年降水量的方差为 13486，由此推断 2001—2022 年北京的年降水量的波动较大；
 - ③1 个底面边长为 10 分米的正方体集水箱 2022 年共可收集降水约 493 升.注：1 升=1 立方分米

24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = mx^2 - 2mx + m - 1$.

(1) 抛物线与 y 轴交于点 $A(0, 2)$, 求该抛物线的解析式及对称轴;

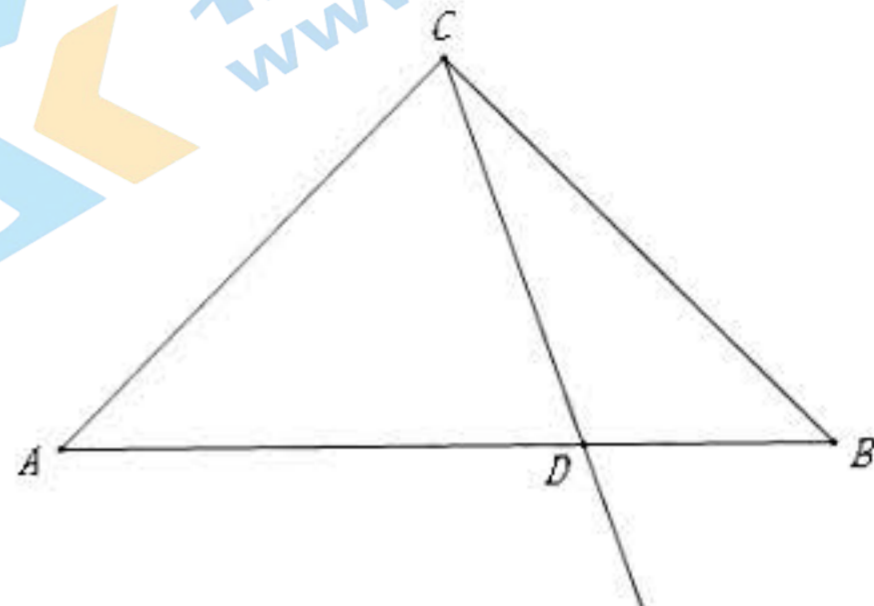
(2) 点 $B(0, 3), C(-1, 0)$, 若抛物线与线段 BC 恰有一个公共点, 结合函数的图象, 求 m 的取值范围.

25. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, 点 D 为 AB 边上一点 (不与点 A, B 重合), 作射线 CD , 过点 A 作 $AE \perp CD$ 于 E , 在线段 AE 上截取 $EF = EC$, 连接 BF 交 CD 于 G .

(1) 依题意补全图形;

(2) 求证: $\angle CAE = \angle BCD$

(3) 判断线段 BG 与 GF 之间的数量关系, 并证明.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $M(a, b)$, 对于点 $P(c, d)$ 给出如下定义: 将点 P 向右 ($a \geq 0$) 或 向左 ($a < 0$) 平移 $|a|$ 个单位长度, 再向上 ($b \geq 0$) 或 向下 ($b < 0$) 平移 $|b|$ 个单位长度, 得到点 P' , 点 P' 与点 M 的中点为 Q , 称点 Q 为点 P 的关于点 M 的“平移中点”.

(1) 已知点 $M(-3, 1)$.

① 若点 $P(1, 1)$, 则点 Q 的坐标是_____;

② 若点 P 在直线 $l: y = 3x$ 上运动, 当点 Q 在第二象限时, 求点 P 的横坐标 c 的取值范围.

(2) 已知菱形 $ABCD$ 的顶点 A, B, C, D 的坐标分别是 $(2, 3), (3, 1),$

$(4, 3), (3, 5)$, 点 $P(c, d)$ 是菱形 $ABCD$ 上的动点. 当点 $M(a, b)$ 在直线 $l: y = 3x$ 上运动过程中, 若存在点 Q 在菱形 $ABCD$ 的边上或者内部, 直接写出 a 的取值范围.

北师大实验中学 2023 年开学摸底考试试卷

初三上数学参考答案

一、选择题（每题 2 分，共 16 分）

ADCA BCBD

二、填空题（每题 2 分，共 16 分）

9.3; 10.80; 11. $2\sqrt{2}$; 12. $x < 3$; 13.8; 14. $\frac{3}{2}$; 15. $125(1+x)^2 = 234$; 16.4.8

三、解答题

17.（每题 3 分，共 12 分）

解：（1） $2x+5 = \pm\sqrt{5}$

$$x_1 = \frac{\sqrt{5}-5}{2}, x_2 = \frac{-\sqrt{5}-5}{2}$$

（2） $x^2 + 4x = 2$

$$x^2 + 4x + 4 = 6$$

$$(x+2)^2 = 6$$

$$x+2 = \pm\sqrt{6}$$

$$\therefore x_1 = \sqrt{6}-2, x_2 = -\sqrt{6}-2.$$

（3） $\because a=2, b=-5, c=1$

$$\therefore \Delta = (-5)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 17$$

$$\therefore x_1 = \frac{\sqrt{17}+5}{4}, x_2 = \frac{-\sqrt{17}+5}{4}$$

（4）解： $(x+1)(x-1) = 2(x+1)$

$$\therefore x+1=0 \text{ 或 } x-1=2$$

$$\therefore x_1 = -1, x_2 = 3.$$

18. (1) 证明: $\because \square ABCD,$

$$\therefore AD \parallel BC, AD=BC.$$

$$\therefore BE = DF$$

$$\therefore AF \parallel EC, AF=EC.$$

$$\therefore \square AECF \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore AC = EF$$

$$\therefore \text{四边形 } AECF \text{ 是矩形.} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) \because 四边形 $AECF$ 是矩形,

$$\therefore \angle AEB=90^\circ.$$

$$\therefore AE = BE, AB = 2,$$

$$\therefore AE = BE = \sqrt{2}.$$

$$\therefore AC = \sqrt{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{10} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 中, $EC = 2\sqrt{2}.$

$$\therefore BC = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

19. 解: (1) \because 一元二次方程有实数根,

$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (3a - 2) \geq 0.$$

$$\text{解得: } a \leq 1 \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) $\because a$ 为正整数.

$$\therefore a = 1.$$

$$\therefore x^2 - 2x + 1 = 0 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

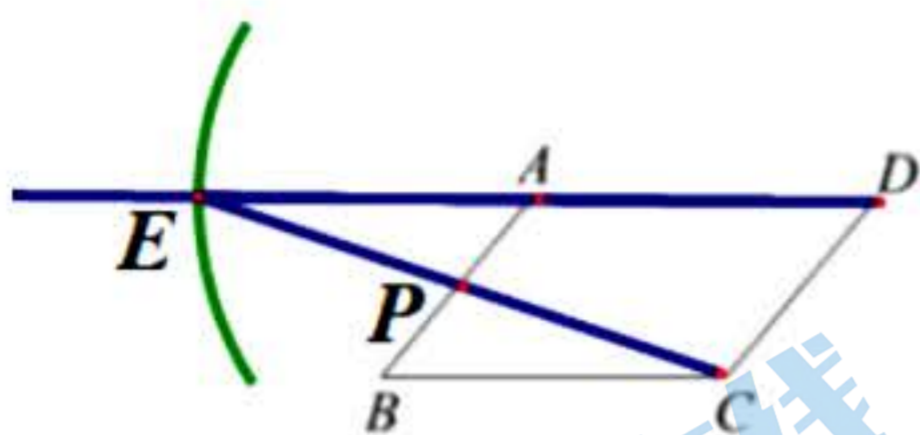
$$\therefore x_1 = x_2 = 1.$$

20. (1) 解: 将点 $A(m,1)$ 代入直线 $y = \frac{1}{2}x$ 得: $1 = \frac{1}{2}m$.

$\therefore m = 2, B(0, -2)$ 3分

(2) $C(0,0), (0,-4)$ 5分

21. (1)



.....3分

(2) 证明: 连接 $AC, EB,$

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AE \parallel BC.$

$\therefore AE = \underline{BC},$

\therefore 四边形 $EBCA$ 是平行四边形. (一组对边平行且相等的四边形是平行四边形) (填推理的依据)

$\therefore AP = PB.$ (平行四边形的对角线互相平分) (填推理的依据)6分

点 P 即为所求作的边 AB 的中点.

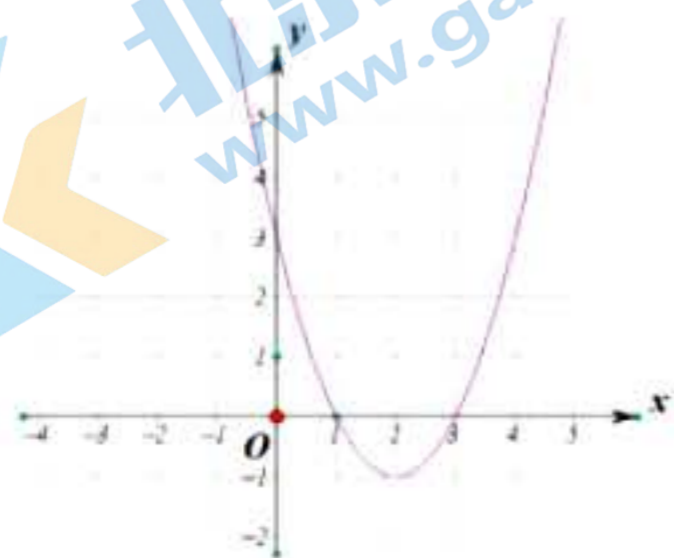
22. (1) $m = 3;$ 1分

(2) 设二次函数的解析式是 $y = a(x-2)^2 - 1 (a \neq 0).$

代入 $(0,3)$ 得: $3 = 4a - 1.$

$\therefore a = 1. \therefore y = (x-2)^2 - 1$ 4分

(3)



.....6分

(4) $-1 \leq y < 8$ 8分

23. (1) 527; 1分
 (2) 18; 3分
 (3) ①③; 5分

24. (1) \because 抛物线与 y 轴交于点 $A(0, 2)$,

$\therefore m - 1 = 2, m = 3$ 1分

对称轴是直线 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2m}{2m} = 1$ 3分

(2) 当抛物线过点 $B(0, 3)$ 时, $m - 1 = 3, m = 4$.

当抛物线过点 $C(-1, 0)$ 时, $0 = m + 2m + m - 1, m = \frac{1}{4}$.

$\therefore \frac{1}{4} \leq m \leq 4$ 6分

25. (1) 补全图形 1分

(2) 证明:

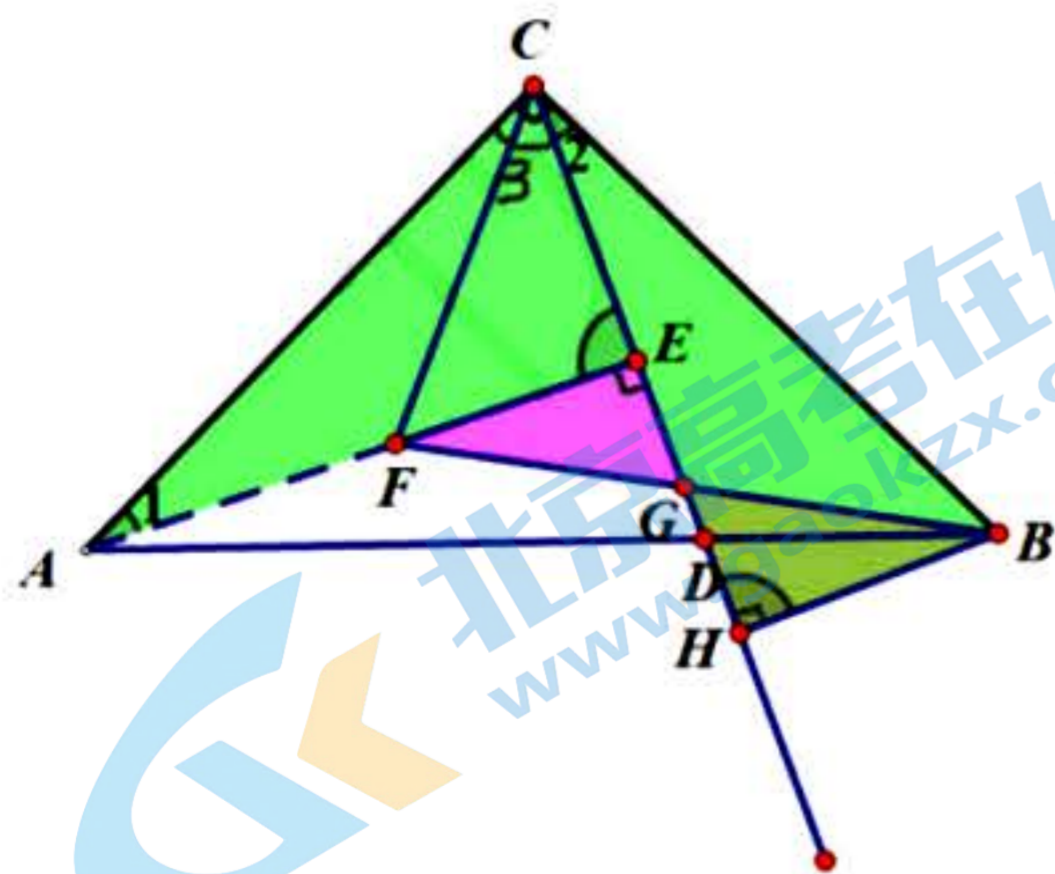
$\because \angle ACB = 90^\circ$

$\therefore \angle BCD + \angle ACD = 90^\circ$ 2分

$\because AE \perp CD$

$\therefore \angle CAE + \angle ACD = 90^\circ$

$\therefore \angle CAE = \angle BCD$ 3分



(3) $BG = FG$ 4分

$$\because \angle CAE = \angle BCD, AC = BC, \angle AEC = \angle BMC = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle AEC \cong \triangle CBM \text{ (AAS)} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore BM = CE$$

$$\because CE = EF$$

$$\therefore BM = EF \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\because \angle AEG = \angle BMG = 90^\circ$$

$$\angle EGF = \angle BGM$$

$$\therefore \triangle EFG \cong \triangle BMG \text{ (AAS)}$$

$$\therefore FG = BG \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

26. (1) ① $\left(-\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$; $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

② 解: \because 点 P 在直线 $l: y = 3x$ 上运动

$$\therefore \text{设 } P(c, 3c)$$

$$\therefore P'(c-3, 3c+1), Q\left(\frac{1}{2}c-3, \frac{3}{2}c+1\right).$$

\because 点 Q 在第二象限

$$\therefore \begin{cases} \frac{1}{2}c-3 < 0 \\ \frac{3}{2}c+1 > 0 \end{cases} \quad \text{解得: } -\frac{2}{3} < c < 6 \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) $\frac{3}{10} \leq a \leq \frac{3}{2} \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜



京考一点通