2019 北京北大附中石景山学校高二（上）期中

数　　学

（时间：120 分钟，满分 100 分）

一、单选题（每题 4 分，共 32 分）

1. 命题"$\exists a\in R, sin\ a=0$"的否定是（）

A. $\exists a\in R, sin\ a\neq 0$　　　B. $\forall a\in R,\ sin\ a\neq 0$

C. $\forall a\in R,\ sin\ a<0$　　　D. $\forall a\in R,\ sin\ a>0$

2. “$x>1$”是“$x^2>1$”的（）

A. 充分而不必要条件　　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　　D. 既不充分也不必要条件

3. 若圆柱与圆锥的高相等，且轴截面面积也相等，那么圆柱与圆锥的体积之比为（）

A. 1　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{3}{4}$

4. 平面α与平面β平行的条件可以是（）

A. α 内有无数多条直线都与 β 平行

B. 直线$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$,且 a∥β，b∥α

C. 直线a∥α，a∥β，且直线a不在 α 内，也不在β内

D. 一个平面 α 内两条不平行的直线都平行于另一平面β

5. 下列平面图形中，通过围绕定直线l旋转可得到下图所示几何体的是（）

6. 祖暅是南北朝时代的伟大科学家，公元五世纪末提出体积计算原理，即祖暅原理，“幂势既同，则积不容异”。意思是：夹在两个平行平面之间的两个几何体，被平行于这两个平面的的任何一个平面所截，如果截面面积恒相等，那么这两个几何体的体积一定相等。设A,B为两个同高的几何体，p,A,B的体积相等，q,A,B在等高处的截面积不恒相等，根据祖暅原理可知，p是q的（）

（A）充分不必要条件　　　（B）必要不充分条件

（C）充要条件　　　（D）既不充分也不必要条件

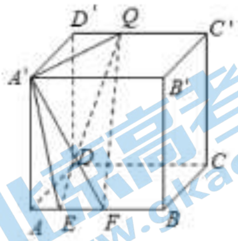
7. 已知直线l,m,n及平面α，下列命题中错误的是（）

A. 若$l\parallel m$，$l\parallel n$，则$m\parallel n$　　　B. 若$l\perp\alpha$，$n\parallel\alpha$，则$l\perp n$

C. 若$l\perp m$，$m\parallel n$，则$l\perp n$　　　D. 若 l∥α，n∥α，则$l\parallel n$

北京高考在线 www.gkaozx.com

8. 如图． 正方体$ABCD-A'B'C'D'$的棱长为4，动点E、F在棱AB上，且$EF=2$，动点Q在棱$D'C'$上，则三棱锥$A'-EFQ$的体积是（）



A. 与点E、F位置有关

B. 与点Q位置有关

C. 与点E、F、Q位置有关

D. 与点E、F、Q位置均无关，是定值

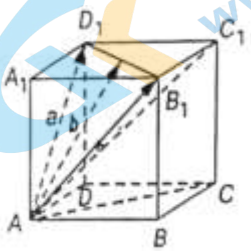
二、填空题（每题 4 分，共 24 分）

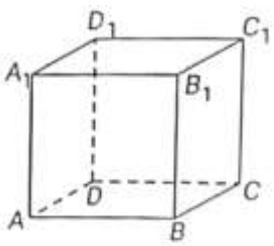
9. 命题“$\exists x\in[0，1]$，$x^2-1\geq 0$”是__________. __________ 命题（选填“真”或“假”）

10. 已知正四棱锥的底面边长是$4cm$，侧面积为$24cm^2$,则该四棱锥的高是__________cm，体积是________cm^3

11. 已知球 O 有个内接正方体，且球 O 的表面积为36π,则正方体的边长为________

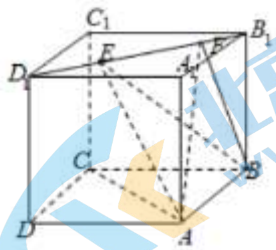
12. 已知单位正方形$ABCD-A_1B_1C_1D_1$，点 E 为B_1D_1中点，设$\overline{AD_1}=\bar{a}$，$\overline{AB_1}=\bar{b}$，以$\{a、b、c\}$为基底. 表示：（1）$\overline{AE}$=__________，（2）$\overline{AC_1}$=________.





13. 用半径为4的半圆形铁皮卷成一个圆锥的侧面，则此圆锥的底面周长为_______，体积为__________.

14. 如图所示，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$，的棱长为 1，线段B_1D_1上有两个动点E、F，且$EF=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则下列结论中正确的是



A. $EF\parallel$平面$ABCD$；

B. 平面$ACF\perp$平面BEF

C. 三棱锥$E-ABF$的体积为定值

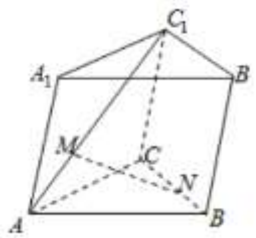
D. 存在某个位置使得异面直线AE与BF成角 30°

三、解答题（共 44 分）

15. 如图所示，已知斜三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$，点M、N分别在AC_1和BC上，且满足$\overrightarrow{AM}=K\overrightarrow{AC_1}$，$\overrightarrow{BN}=K\overrightarrow{BC}$（$0\leq K\leq 1$）.

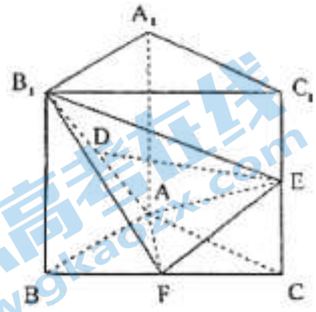
（1）用向量$\overrightarrow{AB}$和$\overrightarrow{AA_1}$表示向量$\overrightarrow{MN}$.

（2）向量$\overrightarrow{MN}$是否与向量$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AA_1}$共面？



北京高考在线 www.gkaozx.com

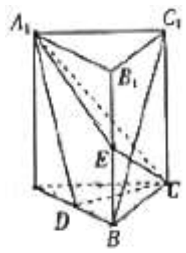
16. 如图所示，已知直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$\triangle ABC$为等腰直角三角形，$\angle BAC=90^\circ$，且$AB=AA_1$，D、E、F分别为B_1A、C_1C、BC的中点. 求证：



（1）$DE//$平面ABC；

（2）$B_1F\perp$平面AEF.

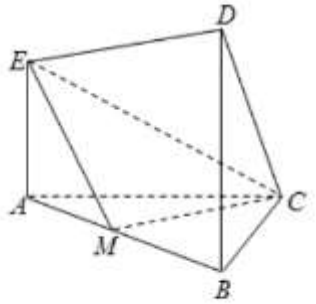
17. 如图，直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，D、E分别是AB、BB_1的中点，$AA_1=AC=CB=\frac{\sqrt{2}}{2}AB$.



（1）证明：$BC_1\parallel$平面A_1CD；

（2）求二面角$D-A_1C-E$的正弦值.

18. 在如图所示的几何体中，$EA\perp$平面ABC，$DB\perp$平面ABC，$AC\perp BC$，且$AC=BC=BD=2AE$，M是AB的中点.



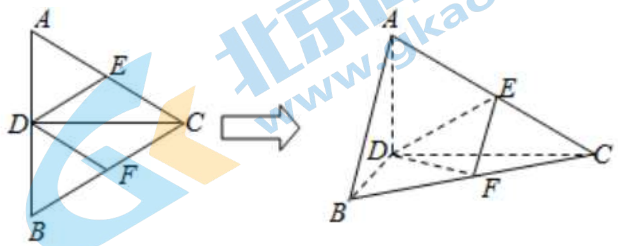
（1）求证：$CM\perp EM$

（2）求CM与平面CDE所成的角

19. 如图，正$\triangle ABC$的边长为4，CD是AB边上的高，E、F分别是AC和BC边的中点，现将$\triangle ABC$沿CD翻折成直二面角$A-DC-B$.

（1）试判断直线AB与平面DEF的位置关系，并说明理由；

（2）在线段BC上是否存在一点P使$AP\perp DE$？如果存在，求出$\frac{BP}{BC}$的值；如果不存在，请说明理由.



北京高考在线 www.gkaozx.com