

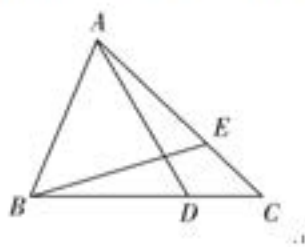
- A. (0,2) B. (2,+∞) C. (0,3) D. (3,+∞) .

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分） .

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 4 \\ f(x-1), & x > 4 \end{cases}$ ，则 $f(5 + \log_2 8)$ 的值为_____ .

14. 已知等差数列 $\{a_n\}$ ，其前 n 项和为 S_n ，若 $a_2 + a_5 = 24, S_5 = S_6$ ，则 S_n 的最大值为_____ .

15. 已知 $\triangle ABC$ 中， $AB = 2, BC = 3, \angle ABC = 60^\circ, BD = 2DC, AE = 2EC$ ，则 $\vec{AD} \cdot \vec{BE} =$ _____ .



16. 函数 $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \sin 2x$ 的最大值为_____ .

三、解答题（本大题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤） .

17. （本小题满分10分） .

已知函数 $f(x) = 2a \sin(\frac{\pi}{2} - x) \cos(x - \frac{2\pi}{3})$ ，且 $f(\frac{\pi}{3}) = 1$.

(1) 求 a 的值及 $f(x)$ 的最小正周期； .

(2) 若 $f(\alpha) = -\frac{1}{3}$ ， $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ ，求 $\sin 2\alpha$.

18. （本小题满分12分） .

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $S_n = n^2 + n$ ，数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_n = \frac{b_1}{2+1} + \frac{b_2}{2^2+1} + \dots + \frac{b_n}{2^n+1}$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ ， $\{b_n\}$ 的通项公式； .

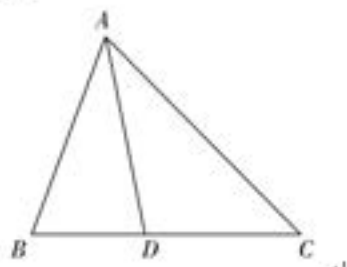
(2) 若 $c_n = \frac{a_n b_n}{4} - n$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. （本小题满分12分） .

如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC, \angle B, \angle C$ 的对边分别是 a, b, c ， $\angle BAC = 60^\circ$ ， AD 为 $\angle BAC$ 的平分线， $AD = \sqrt{3}$.

(1) 若 $DC = 2BD$, 求 $\angle C$; ..

(2) 求 $\triangle ABC$ 面积的最小值; ..



20. (本小题满分 12 分) ..

已知函数 $f(x) = a^x + b$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$), 满足 $f(1) = 3$, 且 $f(n+1) = 4f(n) + 3$, 其中 $n \in \mathbb{N}^+$..

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式; ..

(2) 求证: $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \dots + \frac{1}{f(n)} < \frac{4}{9}$..

21. (本小题满分 12 分) ..

已知函数 $f(x) = \frac{\ln x + a}{x} + x$ ($a \in \mathbb{R}$) ..

(1) 当 $a = 0$ 时, 求曲线 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线方程; ..

(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上有极值, 求实数 a 的取值范围; ..

22. (本小题满分 12 分) ..

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \ln x - 2mx$ ($m > 0$) ..

(1) 判断函数 $f(x)$ 的单调性; ..

(2) 若函数 $f(x)$ 有极大值点 $x = t$, 求证: $t \ln t > mt^2 - 1$..