2019 北京延庆区高二（上）期末

数　　学

2019.1

本试卷共 5 页，满分 150 分. 考试时间 120 分钟

一. 选择题：（共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 抛物线$y^2=-4x$ 的准线方程是（　）

A　$x=1$　　B　$x=-1$　　C　$x=2$　　D　$x=-2$

2. 从 5 个景点中选出 3 个景点并安排旅游路线，共有多少种安排方法？（　）

A　5^3　　B　3^5　　C　C_5^3　　D　A_5^3

3. 双曲线 $C:\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$ 的渐近线方程是（　）

A　$y=\pm\frac{3}{2}x$　　B　$y=\pm\frac{2}{3}x$　　C　$y=\pm\frac{4}{9}x$　　D　$y=\pm\frac{9}{4}x$

4. 已知点 O 为ΔABC 所在 平面外一点，设$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，若 M 为 AB 的中点，则$\overrightarrow{CM}$=（　）

A　$\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$　　B　$\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}-\vec{c}$　　C　$\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$　　D　$\vec{c}-\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$

5. 集合 $A=\{x\,/\,x^2\le 2\}$，$B=\{x\,/\,x(x-1)\ge 0\}$，则 $A\cap B$=（　）

A　$[0，1]$　　B　$[0，\sqrt{2}]$　　C　$(-\infty，0]\cup[1，\sqrt{2})$　　D　$[-\sqrt{2}，0]\cup[1，\sqrt{2}]$

6. 双曲线$x^2-4y^2+2=0$ 的实轴长等于（　）

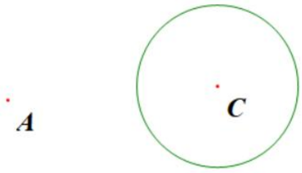
A　$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B　$\sqrt{2}$　　C　2　　D　$2\sqrt{2}$

7. $\left(2x+\frac{1}{x^2}\right)^5$的展开式中，$x^{-1}$项的系数是（　）

A　20　　B　40　　C　80　　D　-120

8. 在平面内，定点 A 在定圆 C 外，动圆 M 过点 A 且与圆 C 相切，则圆心 M 的轨迹是（　）

A　直线　　B　抛物线　　C　椭圆　　D　双曲线



9. 安排 4 人做三种工作，每人做一种，每种都有人做，那么共有多少种不同的安排方法？（　　）

A　12　　　B　24　　　C　36　　　D　48

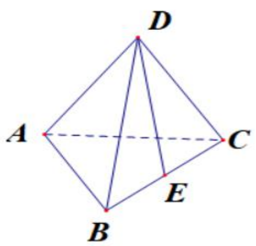
10. 等比数列$\{a_n\}$中，“$a_1 \cdot a_4 > 0$ 且$a_4 > a_1$”是“$\{a_n\}$为单调递增数列”的（　　）

A　充分不必要条件　　　　B　必要不充分条件

C　充分必要条件　　　　　D　既不充分也不必要条件

11. 如图，棱长为 2 的正四面体 $ABCD$ 中，E 是 BC 的中点. 设θ_1表示直线 AC 与直线 DE 所成的角，θ_2表示直线 AD 与平面 ABC 所成角，θ_3表示二面角 $A-BC-D$ 的平面角，则θ_1，θ_2，θ_3之间的大小关系是（　　）

A　$\theta_1 > \theta_2 > \theta_3$　　B　$\theta_3 > \theta_2 > \theta_1$　　C　$\theta_2 > \theta_1 > \theta_3$　　D　$\theta_1 > \theta_3 > \theta_2$



12. 有相同焦点 F 的抛物线$y^2 = 2px(p>0)$和双曲线$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1(a>0，b>0)$的两个交点的连线经过 F，则双曲线

的离心率 e=（　　）

A　$\sqrt{2}-1$　　B　$\sqrt{2}+1$　　C　2　　D　$\sqrt{3}+1$

二. 填空题：（共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分.）

13. 2 和 8 的等差中项是 _____.

14. 从 3 名女生和 6 名男生中选 5 人组成科技竞赛小组，恰有 2 名女生入选，则不同的选法有_____种.

15. 设 $f(x) = 1 + C_4^1x + c_4^2x^2 + C_4^3x^3 + C_4^4x^4$，则 $f(2)$= _______.

16. 已知向量$\vec{a} = (2m，0，m+1)$，$\vec{b} = (4，0，3)$，如果$\vec{a}//\vec{b}$，那么 m= ____.

17. 已知$\vec{i}$，$\vec{j}$，$\vec{k}$是三个两两垂直的单位向量，$\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$，$\vec{b} = -\frac{7}{3}\vec{a}$，则$|\vec{b}|$= _____.

18. 设等差数列$\{b_n\}$的前 n 项和为S_n，若$b_1=2$，$S_4=20$，则b_3= ______，S_n= ________.

19. 方程$y^2-|x|y+1=0$ 的曲线关于______对称，x 的取值范围是______.

20. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E 是C_1D_1的中点，M 是线段A_1E 上的一点，给出下列命题：

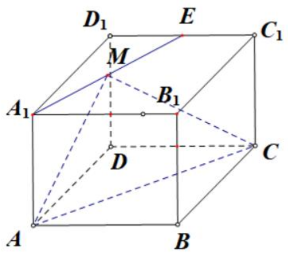
①平面 $ABCD$ 中一定存在直线与平面 ACM 垂直.

②平面 ADD_1A_1中一定存在直线与平面 ACM 平行.

③平面 ADD_1A_1与平面 ACM 所成的锐二面角不小于 45°.

④当点 M 从点A_1移动到点 E 时，点 D 到平面 ACM 的距离逐渐增大.

其中真命题的序号是________.



三. 解答题：（共 5 个小题，每题 14 分，共 74 分. 解答应写出文字说明、演算步骤.）

21. （本小题满分 14 分）

为便于记忆，某人用偶数数学 0，2，4，6，8 排成一个含 4 个数字密码.

（Ⅰ）共可排成多少个密码？

（Ⅱ）如果要求数字不重复，其可排成多少个密码？

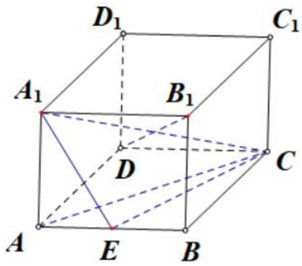
（III）如果要求数字不重复，且 0 不排在首位，共可排成多少个密码？

22. （本小题满分 14 分）

棱长为 2 的正方体正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E 是 AB 的中点.

（Ⅰ）求直线A_1E 和 DB_1所成角的余弦值；

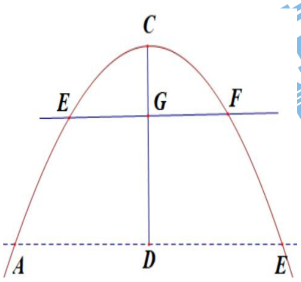
（Ⅱ）求平面A_1EC 和平面 AA_1C_1C 所成锐二面角的余弦值.



23.（本小题满分 14 分）

如图所示，某铁路桥梁的支撑结构为抛物线拱型，已知抛物线的的跨度为$|AB| = 200m$，拱高$|CD| = 50m$. 铁路

桥桥面距拱顶$|CG| = 18m$，桥面与拱柱的交叉点 E，F 之间有 11 根间距相等的垂直拉索，求拉索 MN 的长度.



24.（本小题满分 14 分）

如图 1，已知梯形 $ABCD$ 中，$BC//AD$，$BC = BE = 2$，$AD = 8$，E 为 AD 的中点，$BE \perp AD$，将ΔABE 沿 BE

折起到ΔABE 的位置，使平面$\Delta PBE \perp$平面 $BCDE$，如图 2，M 是棱 PB 上的一点（M 不与 P，B 重合），平面 DEM

交 PC 于 N.

（Ⅰ）求证：$PE \perp$平面 $BCDE$；

（Ⅱ）当 M 为 PB 的中点时，求直线 EM 与平面 PCD 所成角的正弦值；

（III）是否存在点 M，使得平面 $MNDE \perp$平面 PCD？若存在，求出$\frac{PM}{PB}$的值；若不存在，请说明理由.

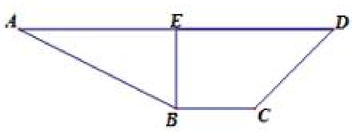


图 1

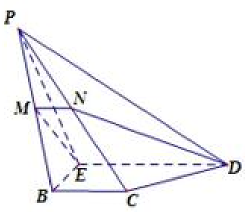


图 2

25.（本小题满分 14 分）

已知椭圆Ω：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$经过点$(0,\ -1)$，且离心率为$e=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（Ⅰ）求椭圆Ω的方程；

（Ⅱ）直线l_1，l_2都过点$G(0,\ m)(m\neq 0)$，分别与x轴相交于D，E，其中D为OE的中点（O为坐标原点）. 直线

l_1与圆$x^2+y^2=\frac{1}{2}$相切，直线l_2与椭圆Ω相交于M，N. 求证：ΔOMN的面积为定值；

（Ⅲ）在（Ⅱ）的条件下，设P为M，N中点，Q是Ω上的点，$\overrightarrow{OP}=\lambda\overrightarrow{OQ}(\lambda>0)$，求λ的值.