G19 级高三下学期统练 1

第一部分（选择题共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{x\mid x(2-x)\geqslant 0\}$，则 $A\cap B=$

（A）$\{1,2\}$　（B）$\{1,3\}$　（C）$\{2,3\}$　（D）$\{1,2,3\}$

（2）已知 $a=\log_3 2$，$b=2^{0.1}$，$c=3^{\frac{1}{2}}$，则

（A）$a>b>c$　（B）$b>a>c$　（C）$b>c>a$　（D）$c>b>a$

（3）在复平面内，复数 $z=\sin\theta+\mathrm{i}\cos\theta$ 对应的点位于第二象限，则角 θ 的终边在

（A）第一象限　（B）第二象限　（C）第三象限　（D）第四象限

（4）在 $(x-\sqrt{2})^4$ 的展开式中，x^2 的系数为

（A）6　（B）12　（C）24　（D）48

（5）函数 $f(x)=\ln x+x-6$ 的零点一定位于区间（　）

(A) (2,3)　(B). (3,4)　(C) (4,5)　(D) (5,6)

（6）已知函数 $f(x)=|x-1|+a|x+1|$，则“$a=-1$”是“$f(x)$ 为奇函数”的

（A）充分而不必要条件　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　（D）既不充分也不必要条件

（7）已知直线 $l: ax+by-3=0$ 经过点 $(a,b-2)$，则原点到点 $P(a,b)$ 的距离可以是

（A）4　（B）2　（C）$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　（D）$\dfrac{1}{2}$

（8）等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n．已知 $a_1=-5$，$a_3=-1$．记 $b_n=\dfrac{S_n}{a_n}\ (n=1,2,\cdots)$，则数列 $\{b_n\}$ 的

（A）最小项为 b_3　（B）最大项为 b_3　（C）最小项为 b_4　（D）最大项为 b_4

（9）抛物线 $W: y^2=8x$ 的焦点为 F．对于 W 上一点 P，若 W 的准线上只存在一个点 Q，使得 $\triangle FPQ$ 为等腰三角形，则点 P 的横坐标为

（A）2　（B）4　（C）5　（D）6

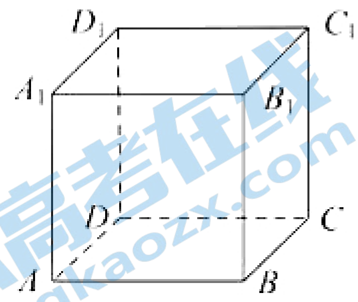
（10）在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 在正方形 ADD_1A_1 内，且不在棱上，则

（A）在正方形 DCC_1D_1 内一定存在一点 Q，使得 $PQ\,/\!/\,AC$

（B）在正方形 DCC_1D_1 内一定存在一点 Q，使得 $PQ \perp AC$

（C）在正方形 DCC_1D_1 内一定存在一点 Q，使得平面 PQC_1 // 平面 ABC

（D）在正方形 DCC_1D_1 内一定存在一点 Q，使得 $AC \perp$ 平面 PQC_1



第二部分（非选择题共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

（11）函数 $f(x)=\sqrt{1-2^x}$ 的定义域为________.

（12）已知双曲线 $W:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{4}=1$（其中 $a>0$）的渐近线方程为 $y=\pm x$，则 $a=$________，W 的右焦点坐标为________.

（13）已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$ 与 $\boldsymbol{b}=(3,x)$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{4}$，则 $x=$________.

（14）已知函数 $f(x)=\sin 2x$．若非零实数 a,b，使得 $f(x+a)=bf(x)$ 对 $x\in\mathbf{R}$ 都成立，则满足条件的一组值可以是 $a=$________，$b=$________．(只需写出一组)

（15）已知曲线 $W_1:x^2+y^2=m^2$，$W_2:x^4+y^2=m^2$，其中 $m>0$.

①当 $m=1$ 时，曲线 W_1 与 W_2 有 4 个公共点；

②当 $0<m<1$ 时，曲线 W_1 围成的区域面积大于曲线 W_2 围成的区域面积；

③ $\exists m>1$，曲线 W_1 围成的区域面积等于 W_2 围成的区域面积；

④ $\forall m>0$，曲线 W_1 围成的区域内整点（即横、纵坐标均为整数的点）个数不少于曲线 W_2 围成的区域内整点个数.

其中，所有正确结论的序号是________.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（16）（本小题 14 分）

在 $\triangle ABC$ 中，$\cos C=-\dfrac{1}{8}$，再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求：

（Ⅰ）$\sin B$ 的值；

（Ⅱ）$\triangle ABC$ 的面积.

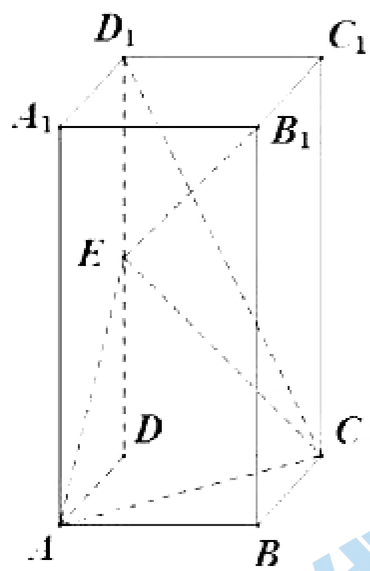
条件①：$a=4$，$c=6$；

条件②：$a=4$，$\triangle ABC$ 为等腰三角形.

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分.

（17）（本小题共 14 分）

如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=AD=1$，$AA_1=2$，点 E 为 DD_1 的中点.



（Ⅰ）求证：BD_1 // 平面 ACE；

（Ⅱ）求证：$EB_1\perp$ 平面 ACE；

（Ⅲ）求二面角 $A-CE-C_1$ 的余弦值.

（18）（本小题 14 分）

某电商平台联合手机厂家共同推出“分期购”服务，付款方式分为四个档次：1 期、2 期、3 期和 4 期. 记随机变量 x_1、x_2 分别表示顾客购买 H 型手机和 V 型手机的分期付款期数，根据以往销售数据统计，x_1 和 x_2 的分布列如下表所示：

x_1	1	2	3	4
P	0.1	0.4	0.4	0.1
x_2	1	2	3	4
P	0.4	0.1	0.1	0.4

（Ⅰ）若某位顾客购买 H 型和 V 手机各一部，求这位顾客两种手机都选择分 4 期付款的概率；

（Ⅱ）电商平台销售一部 V 型手机，若顾客选择分1期付款，则电商平台获得的利润为 300 元；若顾客选择分 2 期付款，则电商平台获得的利润为 350 元；若顾客选择分 3 期付款，则电商平台获得的利润为 400 元；若顾客选择分 4 期付款，则电商平台获得的利润为 450 元. 记电商平台销售两部 V 型手机所获得的利润为 X（单位:元），求 X 的分布列；

（Ⅲ）比较 $D(x_1)$ 与 $D(x_2)$ 的大小.（**只需写出结论**）

(19)(本小题 14 分)

已知函数 $f(x)=(x+1)\ln x-ax+a$.

(Ⅰ)若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$,求 a 的值;

(Ⅱ)若 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,求 a 的最大值;

(Ⅲ)请直接写出 $f(x)$ 的零点个数.

(20)(本小题 14 分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{6}+y^2=1$.

(Ⅰ)求椭圆 C 的离心率;

(Ⅱ)经过原点的直线与椭圆 C 交于 P,Q 两点,直线 PM 与直线 PQ 垂直,且与椭圆 C 的另一个交点为 M.

(i)当点 M 为椭圆 C 的右顶点时,求证:$\triangle PQM$ 为等腰三角形;

(ii)当点 P 不是椭圆 C 的顶点时,求直线 PQ 和直线 QM 的斜率之比.

(21)(本小题 15 分)

对于给定的区间 $[m,t]$ 和非负数列 $A:a_1,a_2,\cdots,a_k$,若存在 $x_0,x_1,\cdots,x_k$,使 $|x_i-x_{i-1}|=a_i$,$i=1,2,\cdots,k$ 成立,其中 $x_i\in[m,t]$,$i=0,1,\cdots,k$,则称数列 A 可"嵌入"区间 $[m,t]$.

(Ⅰ)分别指出下列数列是否可"嵌入"区间 $[0,2]$:

① $A_1:2,3$; ② $A_2:1,0,1$.

(Ⅱ)已知数列 A 满足 $a_n=n(n=1,2,\ldots,k)$,若数列 A 可"嵌入"区间 $[1,m_0]$ $(m_0\in\mathbf{N}^*)$,求数列 A 的项数 k 的最大值;

(Ⅲ)求证:任取数列 $A:a_1,a_2,\ldots,a_{2021}$ 满足 $a_i\in[0,1](i=1,2,\ldots,2021)$,均可以"嵌入"区间 $[0,2]$.