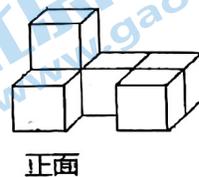


## 初三第二学期数学学科三月学业水平调研

### 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1. 如图的几何体是由一些小正方体组合而成的，则这个几何体的左视图是（ ）

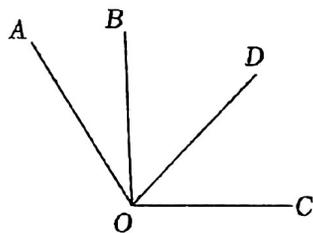


- A. B. C. D.

2. 党的二十大报告中指出，我国全社会研发经费支出从一万亿元增加到二万八千亿元，居世界第二位，研发人员总量居世界首位。将 2 800 000 000 000 用科学记数法表示为（ ）

- A.  $0.28 \times 10^{13}$       B.  $2.8 \times 10^{11}$       C.  $2.8 \times 10^{12}$       D.  $28 \times 10^{11}$

3. 如图， $\angle AOC = 120^\circ$ ， $\angle AOB = 30^\circ$ ， $OD$  平分  $\angle BOC$ ，则  $\angle AOD =$ （ ）



- A.  $75^\circ$       B.  $80^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $90^\circ$

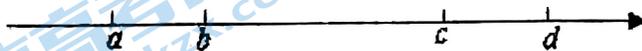
4. 一个  $n$  边形的每个外角都是  $45^\circ$ ，则这个  $n$  边形的内角和是（ ）

- A.  $1080^\circ$       B.  $540^\circ$       C.  $2700^\circ$       D.  $2160^\circ$

5. 布袋中装有 2 个红球、3 个白球、5 个黑球，它们除颜色外均相同，则从袋中任意摸出一个球是白球的概率是（ ）

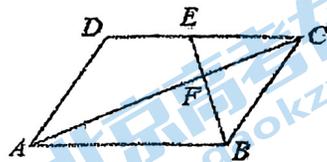
- A.  $\frac{3}{10}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{1}{5}$       D.  $\frac{1}{6}$

6. 实数  $a$ ， $b$ ， $c$ ， $d$  在数轴上的对应点的位置如图所示。若  $b+d=0$ ，则下列结论正确的是（ ）



- A.  $b+c > 0$       B.  $\frac{a}{c} > 1$       C.  $ad > bc$       D.  $|a| > |b|$

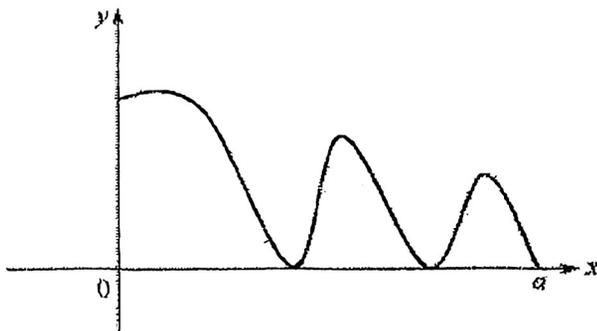
7. 如图, 平行四边形  $ABCD$  中,  $E$  为  $DC$  的中点,  $AC$  与  $BE$  交于点  $F$ . 则  $\triangle EFC$  与  $\triangle BFA$  的面积比为 ( )



- A.  $1:\sqrt{2}$       B.  $1:2$       C.  $1:4$       D.  $1:8$

8. 某函数的图象如图所示, 当  $0 \leq x \leq a$  时, 在该函数图象上可找到  $n$  个不同的点

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ , 使得  $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \dots = \frac{y_n}{x_n}$ , 则  $n$  的取值不可能为 ( )



- A. 3      B. 4      C. 5      D. 6

二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 2 分)

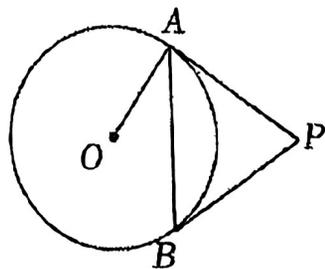
9. 代数式  $\sqrt{x-5}$  在实数范围内有意义, 则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 分解因式:  $a^3 - 2a^2b + ab^2 =$ \_\_\_\_\_.

11. 若  $n$  为整数, 且  $n < \sqrt{21} < n+1$ , 则  $n$  的值为\_\_\_\_\_.

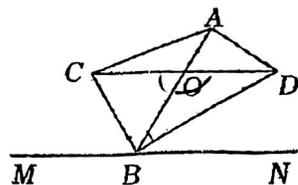
12. 分式方程  $\frac{x}{x-1} = \frac{3}{2x-2} - 2$  的解  $x =$ \_\_\_\_\_.

13. 如图,  $PA, PB$  是  $\odot O$  的两条切线, 切点分别为  $A, B$ , 连接  $OA, AB$ , 若  $\angle OAB = 35^\circ$ , 则  $\angle ABP =$ \_\_\_\_\_.



14. 在平面直角坐标系中, 一次函数  $y=6x$  与反比例函数  $y=\frac{k}{x} (k>0)$  的图象交于  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  两点, 则  $y_1 + y_2$  的值是\_\_\_\_\_.

15. 如图, 线段  $AB$  的端点  $B$  在直线  $MN$  上, 过线段  $AB$  上的一点  $O$  作  $MN$  的平行线, 分别交  $\angle ABM$  和  $\angle ABN$  的平分线于点  $C, D$ , 连接  $AC, AD$ . 添加一个适当的条件: 当\_\_\_\_\_时, 四边形  $ACBD$  为矩形.



16. 某生产基地有五台机器设备, 现有五项工作待完成, 每台机器完成每项工作获得的效益值如下表所示. 若每台机器只完成一项工作, 则完成五项工作的效益值总和的最大值为\_\_\_\_\_.

机器 \ 工作效益	一	二	三	四	五
甲	15	17	14	11	15
乙	22	23	21	20	20
丙	9	13	14	12	10
丁	7	9	11	9	11
戊	13	15	14	15	11

三、解答题 (共 68 分, 第 17-20 题, 每题 5 分, 第 21 题 6 分, 第 22-23 题, 每题 5 分, 第 24-26 题, 每题 6 分, 第 27-28 题, 每题 7 分)

17. 计算:  $\sqrt{18} - 4\cos 45^\circ + (1 - \sqrt{3})^0 - |-\sqrt{2}|$ .

18. 解不等式组  $\begin{cases} 2(x-1) \leq x+1 \\ \frac{x+2}{2} \geq \frac{x+3}{3} \end{cases}$ .

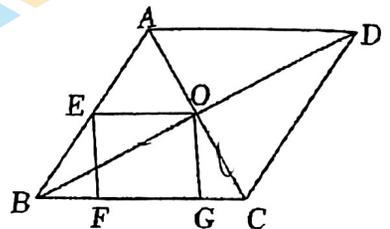
19. 已知  $x^2 - 3x - 2 = 0$ , 求代数式  $(x+1)(x-1) - (x+3)^2 + 2x^2$  的值.

20. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - mx + m - 1 = 0$ .

- (1) 求证：方程总有两个实数根；
- (2) 若方程有一个根小于  $-4$ ，求  $m$  的取值范围.

21. 如图，四边形  $ABCD$  是平行四边形， $AC$ ， $BD$  相交于点  $O$ ，点  $E$  是  $AB$  的中点，连接  $OE$ ，过点  $E$  作  $EF \perp BC$  于点  $F$ ，过点  $O$  作  $OG \perp BC$  于点  $G$ .

- (1) 求证：四边形  $EFGO$  是矩形；
- (2) 若四边形  $ABCD$  是菱形， $AB = 10$ ， $BD = 16$ ，求  $OG$  的长.



22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象由函数  $y = -x$  的图象平移得到，且经过点  $(0, 1)$ .

- (1) 求这个一次函数的表达式；
- (2) 当  $x < -1$  时，对于  $x$  的每一个值，函数  $y = mx (m \neq 0)$  的值小于一次函数  $y = kx + b$  的值，直接写出  $m$  的取值范围.

23. 某校七、八年级各有学生 600 人，为了解这两个年级普及安全教育的情况，进行了抽样调查，过程如下：

选择样本，收集数据

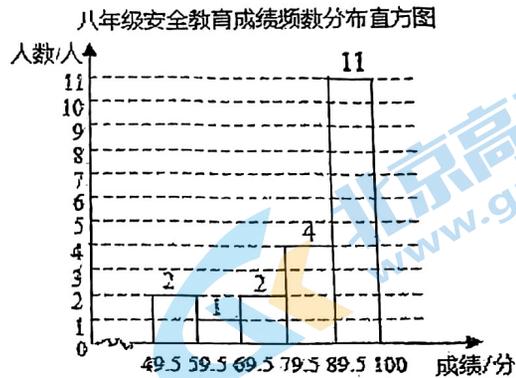
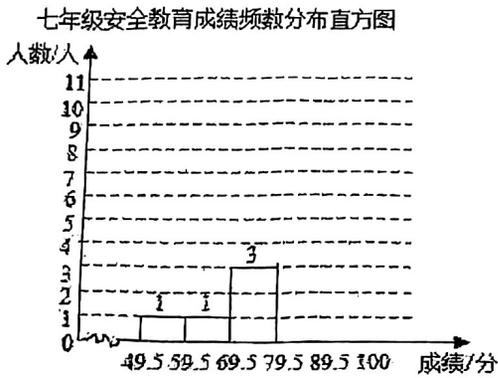
从七、八年级各随机抽取 20 名学生，进行安全教育测试，测试成绩（百分制）如下：

（单位：分）

七年级	85	79	89	83	89	98	68	89	79	59
	99	87	85	89	97	86	89	90	89	77
八年级	71	94	87	92	55	94	98	78	86	94
	62	99	94	51	88	97	94	98	85	91

分组整理，描述数据

- (1) 按如下频数分布直方图整理、描述这两组样本数据，请补全七年级 20 名学生安全教育频数分布直方图.



(说明: 成绩 90 分及以上为优秀, 80~89 分为良好, 80 分以下为不合格)  
分析数据, 计算填空

(2) 两组样本数据的平均数、中位数、众数、优秀率如表所示, 请补充完整,

年级	平均数/分	中位数/分	众数/分	优秀率
七年级	85.3		89	20%
八年级	85.4	91.5	94	55%

分析数据, 解决问题

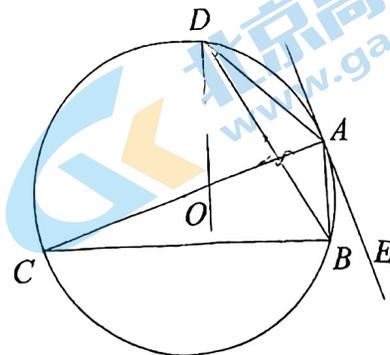
(3) 请估计该校七、八年级成绩优秀学生共有\_\_\_\_\_人.

(4) 整体成绩较好的年级为\_\_\_\_\_, 理由为\_\_\_\_\_.

24. 如图,  $AC$  为  $\odot O$  的直径,  $BD$  为  $\odot O$  的一条弦, 过点  $A$  作直线  $AE$ , 使  $\angle EAB = \angle D$ .

(1) 求证:  $AE$  为  $\odot O$  的切线;

(2) 若  $\angle ABD = 30^\circ$ ,  $AB = 2$ ,  $BC = 6$ , 求  $BD$  的长.



25. “城市轨道交通是现代大城市交通的发展方向，发展轨道交通是解决大城市病的有效途径。”如图，北京地铁(Beijing Subway)是中华人民共和国北京市的城市轨道交通系统，规划于1953年，始建于1965年，运营于1969年，是中国第一个地铁系统。小华了解到列车从慈寿寺站开往花园桥站时，在距离停车线256米处开始减速。他想知道列车从减速开始，经过多少秒停下来，以及最后一秒滑行的距离。为了解决这个问题，小华通过建立函数模型来描述列车离停车线的距离 $s$ （米）与滑行时间 $t$ （秒）的函数关系，再应用该函数解决相应的问题。



(1) 建立模型

①收集数据

$t$ (秒)	0	4	8	12	16	20	24	...
$s$ (米)	256	196	144	100	64	36	16	...

②建立平面直角坐标系

为了观察 $s$ （米）与 $t$ （秒）的关系，建立如

图所示的平面直角坐标系。

③描点连线

请在平面直角坐标系中将表中未描出的点补充完整，并用平滑的曲线依次连接。

④选择函数模型

观察这条曲线的形状，它可能是\_\_\_\_\_函数的图象。

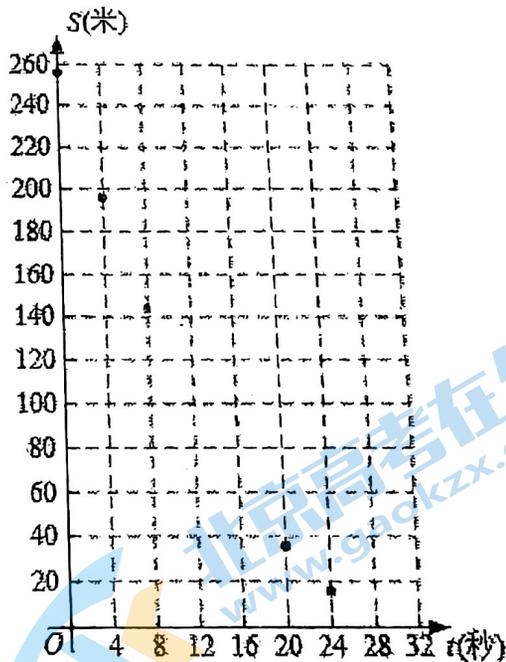
⑤求函数解析式

解：设 $s = at^2 + bt + c (a \neq 0)$ ，因为 $t = 0$ 时，

$s = 256$ ，所以 $c = 256$ ，则 $s = at^2 + bt + 256$ 。

请根据表格中的数据，求 $a$ ， $b$ 的值。

验证：把 $a$ ， $b$ 的值代入 $s = at^2 + bt + 256$ 中，并将其余几对值代入求出的解析式，发现它们都满足该函数解析式。



(2) 应用模型

列车从减速开始经过\_\_\_\_\_秒，列车停止；最后一秒钟，列车滑行的距离为\_\_\_\_\_米。

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $(x_0, m)$ ,  $(a-1, n)$ , 是抛物线  $y = ax^2 - 2a^2x$  上的点,  $x_0 \neq a-1$ .

(1) 当  $x_0 = 2$ ,  $m = n$  时, 求  $a$  和  $n$  的值;

(2) 若  $-4 \leq x_0 \leq -3$  时,  $mn < 0$ , 求  $a$  的取值范围.

27. 在等边  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  为  $BC$  的中点, 点  $E$  为  $AD$  上一点 (不与  $A$ 、 $D$  重合), 连接  $EB$ 、 $EC$ .

(1) 将线段  $EB$  绕点  $E$  顺时针旋转至  $EF$ , 使点  $F$  落在  $BA$  的延长线上, 在图 1 中补全图形:

① 求  $\angle CEF$  的度数;

② 探究线段  $AC$ ,  $AE$ ,  $AF$  之间的数量关系, 并加以证明;

(2) 将线段  $EC$  绕点  $E$  旋转, 在旋转过程中与边  $AB$  交于点  $H$ , 连接  $CH$ , 若  $AB=5$ , 当  $AE=BH$  时, 请直接写出  $CH+CE$  的最小值.

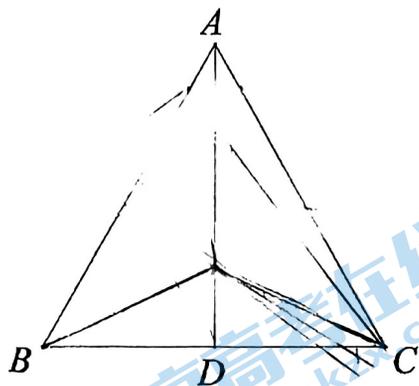
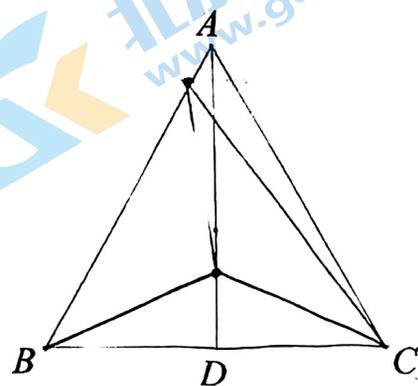


图 1



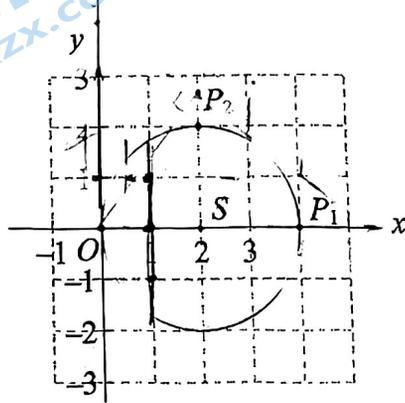
备用图

28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 将图形  $W$  上除原点  $O$  外的每一点  $P$  变换为射线  $OP$  上的点  $P'$ , 使  $OP \cdot OP' = 4$ , 称点  $P'$  是点  $P$  的“对应点”,  $P'$  构成的图形是图形  $W$  的“反形”.

已知点  $S$  是满足  $OS = r$  的动点, 以点  $S$  为圆心作过点  $O$  的  $\odot S$ . 点  $T$  在半径为 4 的  $\odot O$  上运动, 过点  $T$  作  $\odot O$  的切线  $l$ .

(1) 如图, 当  $r = 2$  时, 对于点  $S(2, 0)$ , 在图中画出  $\odot S$  上的点  $P_1(4, 0)$ ,  $P_2$

(2, 2) 的“对应点”  $P'_1, P'_2$ ;



(2) 当点  $T$  运动至点  $(0, 4)$  时, 设  $Q'$  为切线  $l$  上一点的“对应点”, 试求  $OQ'$  的最大值;

(3) 如果存在点  $S$  与点  $T$ , 使  $\odot S$  的“反形”中存在一点  $M'$ , 切线  $l$  的“反形”中存在一点  $N'$ , 满足  $M'N' \leq 1$ , 直接写出  $r$  的取值范围.

## 数学参考答案

一. 选择题 (共 8 小题, 每小题 2 分, 共计 16 分)

1. B. 2. C. 3. A. 4. A. 5. A. 6. D. 7. C. 8. D.

二. 填空题 (共 8 小题, 每小题 2 分, 共计 16 分)

9.  $x \geq 5$ . 10.  $a(a-b)^2$ . 11. 4. 12.  $\frac{7}{6}$ . 13. 55. 14. 0. 15. O 是 AB 的中点. 16. 79

三. 解答题 (共 68 分, 第 17-20 题, 每题 5 分, 第 21 题 6 分, 第 22-23 题, 每题 5 分, 第 24-26 题, 每题 6 分, 第 27-28 题, 每题 7 分)

17. 解:  $\sqrt{18} - 4\cos 45^\circ + (1 - \sqrt{3})^0 - |-\sqrt{2}|$   
 $= 3\sqrt{2} - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - \sqrt{2} \dots\dots\dots 4$  分  
 $= 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 1 - \sqrt{2}$   
 $= (3 - 2 - 1)\sqrt{2} + 1$   
 $= 0 + 1$   
 $= 1. \dots\dots\dots 5$  分

18. 解:  $\begin{cases} 2(x-1) \leq x+1 \textcircled{1} \\ \frac{x+2}{2} \geq \frac{x+3}{3} \textcircled{2} \end{cases}$ ,  
解不等式①, 得  $x \leq 3$ ,  $\dots\dots\dots 2$  分  
解不等式②, 得  $x \geq 0$ ,  $\dots\dots\dots 2$  分  
故原不等式组的解集为  $0 \leq x \leq 3$ .  $\dots\dots\dots 5$  分

19. 解: 原式  $= x^2 - 1 - (x^2 + 6x + 9) + 2x^2 \dots\dots\dots 2$  分  
 $= x^2 - 1 - x^2 - 6x - 9 + 2x^2$   
 $= 2x^2 - 6x - 10$ ,  
 $\therefore x^2 - 3x - 2 = 0$ ,  
 $\therefore x^2 - 3x = 2$ ,  $\dots\dots\dots 3$  分  
原式  $= 2(x^2 - 3x) - 10 \dots\dots\dots 4$  分  
 $= 2 \times 2 - 10$   
 $= 4 - 10$   
 $= -6. \dots\dots\dots 5$  分

20. (1) 证明:  $\because a=1, b=-m, c=m-1$ ,

$$\begin{aligned} \therefore \Delta &= b^2 - 4ac \\ &= (-m)^2 - 4(m-1) \dots\dots\dots 1 \text{分} \\ &= m^2 - 4m + 4 \\ &= (m-2)^2 \geq 0, \dots\dots\dots 2 \text{分} \end{aligned}$$

$\therefore$  方程总有两个实数根.

(2) 解:  $\because \Delta = (m-2)^2 \geq 0,$

$$\therefore x = \frac{m \pm |m-2|}{2}.$$

$$\therefore x_1 = m-1, x_2 = 1. \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$\therefore$  此方程有一个根小于  $-4.$

$$\therefore m-1 < -4.$$

$$\therefore m < -3. \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

故  $m$  的取值范围是  $m < -3.$

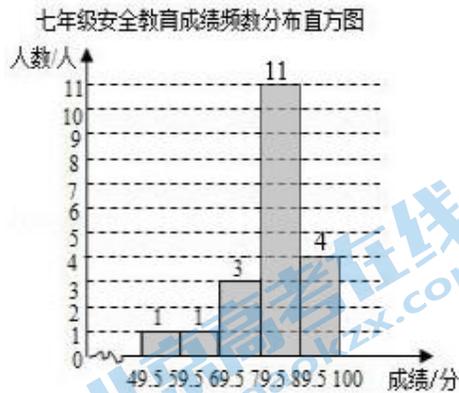
21. (1) 证明: 略 ...3 分

(2)  $\therefore OG = 4.8. \dots\dots\dots 6 \text{分}$

22. 解: (1)  $y = -x + 1; \dots\dots\dots 2 \text{分}$

(2)  $-1 \leq m < 0, m > 0 (m \geq -1 \text{且} m \neq 0). \dots\dots\dots 5 \text{分}$

23. 解: (1) 统计七年级各个分数段的人数, 补全频数分布直方图,



$\dots\dots\dots 1 \text{分}$

(2) 将七年级的 20 名学生的成绩从小到大排列后处在第 10、11 位的两个数的平均数为

$$\frac{87 + 89}{2} = 88,$$

因此中位数是 88;  $\dots\dots\dots 2 \text{分}$

故答案为：88，填写表格如下：

年级	平均数	中位数	众数	优秀率
七年级	85.3	88	89	20%
八年级	85.4	91.5	94	55%

(3)  $600 \times 20\% + 600 \times 55\% = 120 + 330 = 450$  (名)，

答：该校七、八年级成绩优秀学生共有 450 名； .....3 分

(4) 整体成绩较好的是八年级， .....4 分

理由是：中位数、众数、优秀率都比七年级的高； .....5 分

故答案为：八年级；八年级的中位数、众数、优秀率都比七年级的高。

24. 答案：(1)  $\because \angle EAB = \angle D, \angle ACB = \angle D$

$\therefore \angle EAB = \angle ACB$

$\because AC$  为  $\odot O$  的直径

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$

$\therefore \angle CAE = \angle CAB + \angle EAB = \angle CAB + \angle C = 90^\circ$

$\therefore AE$  为  $\odot O$  的切线 .....3 分

(2)  $\therefore BD = 3 + \sqrt{3}$  .....6 分

25. 解：(1) ③如图.....1 分

④可能是二次函数图象，

故答案为：二次； .....2 分

⑤设  $s = at^2 + bt + c (a \neq 0)$ ,

因为  $t = 0$  时,  $s = 256$ , 所以  $c = 256$ , 则  $s = at^2 + bt + 256$ .

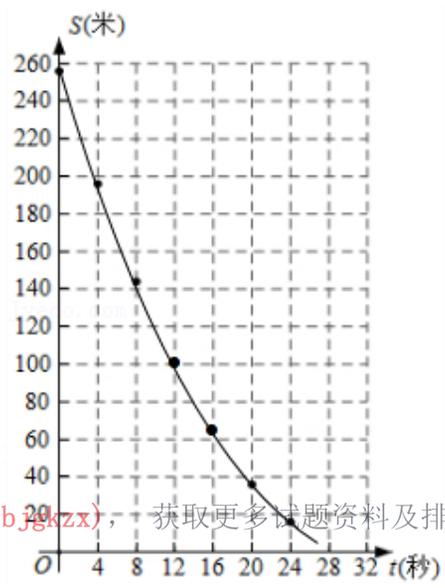
把 (4,196) 和 (8,144) 代入可得,

$$\begin{cases} 196 = 16a + 4b + 256 \\ 144 = 64a + 8b + 256 \end{cases}$$

解得:  $a = \frac{1}{4}, b = -16,$

$\therefore s = \frac{1}{4}t^2 - 16t + 256, \dots\dots\dots 4$  分

(2) 应用模型:



当  $s=0$  时,  $0 = \frac{1}{4}t^2 - 16t + 256$ ,

解得  $t=32$ , .....5 分

当  $t=31$  时,  $s = \frac{1}{4}$ ;

当  $t=32$  时,  $s=0$ ,

$\frac{1}{4} - 0 = \frac{1}{4}(m)$ . .....6 分

故答案为:  $32, \frac{1}{4}$ .

26. 解: (1)  $a=1$ .....2 分

$\therefore n=0$ .....3 分

(2)  $-\frac{3}{2} < a < -1$  或  $a > 1$ .

27. 解: (1) 如图1所示 .....1 分

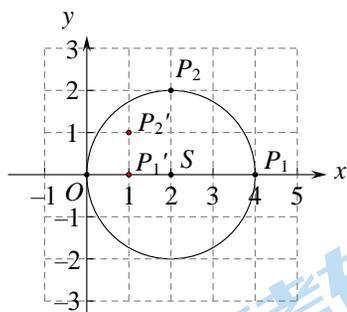
①  $\therefore \angle CEF = 2\angle ABC = 120^\circ$ ; .....2 分

②  $AC = AF + \sqrt{3}AE$

(3)  $5\sqrt{2}$  .....7 分

28. 【答案】

(1)



.....2 分

(2) 最大值为 1. ....4 分

(3)  $r \geq 1$ . ....7 分

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯