高三数学考试（文科）

考生注意：

1. 本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共150分。考试时间120分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容：高考全部内容。

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{x\in \mathbf{N}|x\leq 2\}$，则 $A\cup B=$

A. $\{2,3\}$　　B. $\{0,1,2,3\}$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{1,2,3\}$

2. $\frac{2-4i}{i}=$

A. $-4-2i$　　B. $-4+2i$　　C. $-2-4i$　　D. $4-2i$

3. 设 $a=e^{0.01}$，$b=\log_{\pi}e$，$c=\ln\frac{1}{\pi}$，则

A. $a>c>b$　　B. $a>b>c$

C. $b>a>c$　　D. $c>a>b$

4. 若 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，$\sin\alpha=\frac{1}{3}$，则 $\tan 2\alpha=$

A. $\frac{4\sqrt{2}}{7}$　　B. $-\frac{4\sqrt{2}}{7}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　D. $\frac{2\sqrt{2}}{7}$

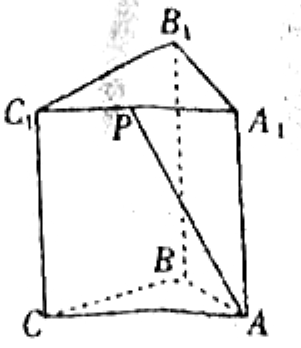
5. 已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 上一点 $M(6,y)$ 到焦点 F 的距离为8，则 $p=$

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

6. 函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-3x^2+8x-\frac{13}{3}$ 的极大值点为

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. $\frac{7}{3}$

7. 如图，在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC=CC_1$，P 是 A_1C_1 的中点，则异面直线 BC 与 AP 所成角的余弦值为



A. 0　　B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{10}$

9. 已知命题 [illegible] 命题 [illegible]，则

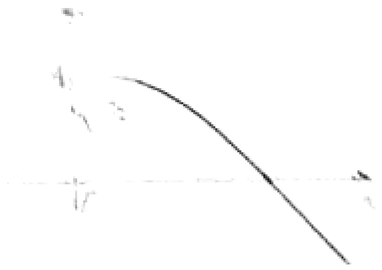
A. [illegible] 为假命题　　B. [illegible] 为真命题

C. [illegible] 为真命题　　D. [illegible] 为假命题

10. 在△ABC中，角 [illegible] 所对的边分别为 [illegible]，则△ABC的面积为

A. [illegible]　　B. [illegible]　　C. [illegible]　　D. [illegible]

11. 函数 [illegible] 的部分图象如图所示，则



A. [illegible]　　C. [illegible]

B. [illegible]　　D. [illegible]

12. 已知双曲线 C: [illegible] 的左、右焦点分别为 [illegible]，直线 [illegible] 与双曲线 C 的一个交点 [illegible] 与双曲线 C 的 [illegible]，则双曲线 C 的离心率为

A. 2　　B. [illegible]　　C. [illegible]　　D. [illegible]

第Ⅱ卷

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．把答案填在答题卡中的横线上．

13. 向量 a [illegible]，若 [illegible]，则 ▲．

14. 张 [illegible]

之前在家 [illegible] ▲．

15. 已知实数 [illegible] 满足 [illegible]，则 [illegible] 的最大值为 ▲．

16. 已知 [illegible] 球面上的 [illegible] 是面积为 [illegible] 的等腰直角 [illegible]，则球 [illegible] 的表面积为 ▲．

三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共60分．

17．（12分）

某校入在校学生参加"史、地、生会考"，成绩分为A，B，C，D四个档次，现随机抽取了n名同学（男生占60%）的成绩，统计并制作了如图所示的条形图．已知C档学生的人数占总人数的32%．

（1）求n与a的值；

（2）若将学生成绩在A，B档称为成绩优异，将学生成绩在C，D档称为成绩非优异，已知在A，B档中，女生与男生的比例为1∶3，以抽取的n名学生作为研究对象，完成下面的2×2列联表，并判断是否有95%的把握认为成绩是否优异与性别有关．

	男生	女生	合计
成绩优异	6	8	14
成绩非优异	9	2	11
合计	15	10	25

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$．

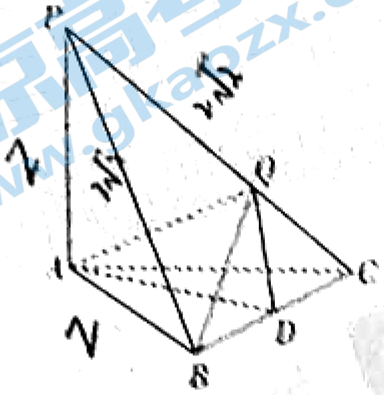
$P(K^2\geq k_0)$	0.10	0.05	0.01
k_0	2.706	3.841	6.635

18．（12分）

如图，在四面体$PABC$中，$\triangle ABC$为等边三角形，$PA=AB=2$，$PB=PC=2\sqrt{2}$．

（1）证明：$BC\perp PA$．

（2）若D为棱BC的中点，Q为棱PC上一点，且$PQ=2QC$，求三棱锥$Q-ABD$的体积．



19．（12分）

已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_2+a_5=16$，$a_8=17$．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）$\{b_n\}$为正项数列，若________，求数列$\{a_n\cdot b_n\}$的前n项和T_n．

请在①$\{b_n\}$的前n项和为S_n，且$S_1=2$，$b_{n+1}=S_n+2$，②$\{b_n\}$为等比数列，且$b_1=2$，b_3+b_5是b_4与b_6的等差中项，③$\{b_n\}$为等比数列，且$b_5=b_1b_3=64$这三个条件中任选一个，补充在上面的横线上，并完成解答．

注：如果选择多个条件解答，按第一个解答计分．

分）

知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，直线 l 经过椭圆 C 的右焦点 [illegible]，点 O 到直线 l 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

)求椭圆 C 的方程；

)斜率不为 0 的直线 n 过点 F，与椭圆 C 交于 M，N 两点，若椭圆 C 上 [illegible] 点 P 满足 $\overrightarrow{MN}=\frac{2\sqrt{6}}{3}\overrightarrow{OP}$，求直线 n 的斜率.

21.（12 分）

知函数 $f(x)=(x^2-2ax)\ln x+ax$.

)若曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线与直线 $2x-y+1=0$ 平行，求实数 a 的值；

)当 $x\in(0,\sqrt{e})$ 时，$f(x)\geqslant 0$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

(二)选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\sqrt{2}\cos\alpha,\\y=-1+\sqrt{2}\sin\alpha\end{cases}$ （α 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin(\frac{\pi}{4}-\theta)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1)求曲线 C_1 的普通方程与曲线 C_2 的直角坐标方程；

(2)设点 $M(1,0)$，若曲线 C_1，C_2 相交于 A，B 两点，求 $\frac{1}{|MA|}+\frac{1}{|MB|}$ 的值.

选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

知函数 $f(x)=|x-4|$.

)求不等式 $f(x)+f(5-x)\leqslant 5$ 的解集；

)设函数 $g(x)=f(x)-f(x+2)$ 的最大值为 M. 若 $a+b=M$，且 $a>0$，$b>0$，求 $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{4b+4}$ 的最小值.

高三数学考试参考答案(文科)

1. B　因为 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{0,1,2\}$，所以 $A\cup B=\{0,1,2,3\}$.

2. A　$\frac{2-4i}{i}=-4-2i$.

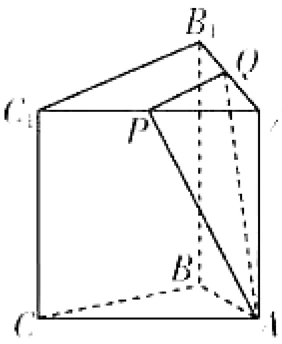
3. B　因为 $a=e^{0.01}>1$，$b=\log_{\pi}e\in(0,1)$，$c=\ln\frac{1}{\pi}<0$，所以 $a>b>c$.

4. A　因为 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，$\sin\alpha=\frac{1}{3}$，所以 $\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，所以 $\tan\alpha=\frac{\sqrt{2}}{4}$，故 $\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\frac{4\sqrt{2}}{7}$.

5. D　因为 $M(6,y)$ 到焦点 F 的距离为 8，所以 $\frac{p}{2}+6=8$，得 $p=4$.

6. B　因为 $f'(x)=x^2-6x+8=(x-2)(x-4)$，所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,2)$，$(4,+\infty)$ 上单调递增，在 $[2,4]$ 上单调递减，故 $f(x)$ 的极大值点为 2.

7. D　如图，取 A_1B_1 的中点 Q，连接 PQ，AQ.



因为 $BC /\!/ PQ$，所以 $\angle APQ$ 即异面直线 BC 与 AP 所成的角.

设 $AC=CC_1=2$，则 $AP=AQ=\sqrt{5}$，$PQ=1$，故 $\cos\angle APQ=\frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{10}$.

8. C　当 $a<0$ 时，$f(x)$ 的大致图象如选项 A 所示；当 $a>0$ 时，$f(x)$ 的大致图象如选项 B 所示；当 $a=0$ 时，$f(x)$ 的大致图象如选项 D 所示.

9. C　令 $f(x)=\ln x-x+1$，则 $f'(x)=\frac{1-x}{x}$，所以 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，所以 $f(x)_{\max}=f(1)=0$，所以 $x-1\geqslant\ln x$ 成立，即命题 p 为真命题. 因为命题 q 显然为假命题，所以 $\neg q$ 为真命题，故 $p\land(\neg q)$ 是真命题.

10. A　因为 $B=\frac{\pi}{3}$，$b=\sqrt{14}$，$c=\sqrt{2}$，所以由余弦定理可得 $14=a^2+2-\sqrt{2}a$，

所以 $a^2-\sqrt{2}a-12=(a-3\sqrt{2})(a+2\sqrt{2})=0$，得 $a=3\sqrt{2}$，故 $S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

11. A　因为 $f(x)=\sqrt{3}\sin(\omega x+\varphi)+\cos(\omega x+\varphi)=2\sin(\omega x+\varphi+\frac{\pi}{6})$，所以 $f(0)=2\sin(\varphi+\frac{\pi}{6})=\sqrt{3}$. 因为 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi+\frac{\pi}{6}\in(-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3})$，所以 $\varphi+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$，即 $\varphi=\frac{\pi}{6}$.

12. B　因为 $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OF_2}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OQ}$，所以 $\overrightarrow{F_2P}=2\overrightarrow{PQ}$，所以 $\overrightarrow{F_2P}=\frac{2}{3}\overrightarrow{F_2Q}$.

所以 $\frac{b^2}{a}=\frac{2}{3}\times\frac{bc}{a}$，得 $2c=3b$，故 $e=\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

13. -6　因为 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，所以 $4\times3+2x=0$，得 $x=-6$.

14. 0.3　快递员在 8:00～18:00 送货，在这 10 个小时的任何时候都有可能送货到家，而这期间，8:00～9:00 和 16:00～18:00 这两段时间张三在家，共 3 个小时，所以该快递包裹恰好在张三在家时送达的概率 $P=\frac{3}{10}=0.3$.

15. $\frac{4}{5}$　作出可行域(图略)，可知点 $(3,4)$ 与点 $(-2,0)$ 连线的斜率最大，故 $z_{\max}=\frac{4-0}{3-(-2)}=\frac{4}{5}$.

16. 16π　因为等腰直角 $\triangle ABC$ 的面积为 3，所以 $\triangle ABC$ 的斜边长为 $2\sqrt{3}$.

设 $\triangle ABC$ 的外心为 D，球 O 的半径为 R，则 $OD=1$，$R=\sqrt{OD^2+(\sqrt{3})^2}=2$.

故球 O 的表面积为 $4\pi\times2^2=16\pi$.

17. 解：(1)由题意，可得 $\frac{8}{n}=32\%$，所以 $n=25$，…………………………………………………………………… 2 分

$a=25-(10+8+3)=4$. …………………………………………………………………………………………………… 4 分

(2)2×2 列联表如表所示：

	男生	女生	合计
成绩优异	6	8	14
成绩非优异	9	2	11
合计	15	10	25

…… 7 分

$K^2=\frac{25\times(6\times2-8\times9)^2}{15\times10\times11\times14}=\frac{300}{77}\approx3.896>3.841$，……………………………………………………… 10 分

所以有 95% 的把握认为成绩是否优异与性别有关. …………………………………………………………………… 12 分

18. (1)证明：因为 $PA=AB=AC=2$，$PB=PC=2\sqrt{2}$，所以 $PA^2+AB^2=PB^2$，$PA^2+AC^2=PC^2$，

所以 $PA\perp AB$，$PA\perp AC$. …………………………………………………………………………………………… 3 分

因为 $AB\cap AC=A$，所以 $PA\perp$ 平面 ABC. ……………………………………………………………………… 4 分

因为 $BC\subset$ 平面 ABC，所以 $BC\perp PA$. ……………………………………………………………………………… 5 分

(2)解：因为 $\triangle ABC$ 为等边三角形，$AB=2$，

所以 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin60^\circ=\sqrt{3}$. ………………………………………………………………… 6 分

由(1)知 $PA\perp$ 平面 ABC，且 $PA=AB=2$，

所以三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 $\frac{1}{3}\times\sqrt{3}\times2=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. …………………………………………………………… 8 分

因为 $PQ=2QC$，所以三棱锥 $Q-ABC$ 的体积为 $\frac{1}{3}\times\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{9}$. ………………………………………………… 10 分

因为 D 为棱 BC 的中点，所以三棱锥 $Q-ABD$ 的体积为 $\frac{1}{2}\times\frac{2\sqrt{3}}{9}=\frac{\sqrt{3}}{9}$. ……………………………………… 12 分

19. 解：(1)因为 $a_1+a_5=16$，所以 $a_3=8$. 因为 $a_6=17$，所以 $d=\frac{a_6-a_3}{3}=\frac{17-8}{3}=3$，……………………… 2 分

故 $a_n=a_3+(n-3)d=3n-1$. ………………………………………………………………………………………… 5 分

(2)若选①

因为 $b_1=S_1=2$，$b_{n+1}=S_n+2$，

所以当 $n=1$ 时，$b_2=S_1+2=4=2b_1$；

当 $n\geqslant2$ 时，$b_n=S_{n-1}+2$. ……………………………………………………………………………………… 6 分

因为 $b_{n+1}-b_n=S_n-S_{n-1}=b_n$，所以 $b_{n+1}=2b_n$，

所以数列 $\{b_n\}$ 是首项为 2、公比为 2 的等比数列，故 $b_n=2^n$. ……………………………………………………… 8 分

若选②

设等比数列 $\{b_n\}$ 的公比为 q，则 $q>0$.

因为 b_2+b_3 是 b_3 与 b_4 的等差中项，所以 $2(b_2+b_3)=b_3+b_4$. ……………………………………………… 6 分

因为 $b_1=2$，所以 $2(2q+2q^2)=2q^2+2q^3$，

得 $q=2$，故 $b_n=2^n$. ……………………………………………………………………………………………… 8 分

若选③

因为$b_2b_4=b_3^2=64$，且$b_n>0$，所以$b_3=8$. …………………………………………………… 6分

设等比数列$\{b_n\}$的公比为q，则$q^3=\frac{b_6}{b_3}=8$，$q=2$，

故$b_n=b_6q^{n-6}=64\times2^{n-6}=2^n$. …………………………………………………………………… 8分

因为$a_n\cdot b_n=(3n-1)\cdot2^n$，

所以$T_n=2\times2^1+5\times2^2+8\times2^3+\cdots+(3n-1)\times2^n$，

$2T_n=2\times2^2+5\times2^3+8\times2^4+\cdots+(3n-1)\times2^{n+1}$，…………………………………… 10分

所以$-T_n=4+3(2^2+2^3+\cdots+2^n)-(3n-1)\times2^{n+1}$

$=4+3\times\frac{4(1-2^{n-1})}{1-2}-(3n-1)\times2^{n+1}=(4-3n)\cdot2^{n+1}-8$，

故$T_n=(3n-4)\cdot2^{n+1}+8$. ………………………………………………………………………… 12分

20. 解：(1)因为椭圆C的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，原点O到直线$bx+cy-bc=0$的距离为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，

所以$\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2},\\ \frac{bc}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2},\end{cases}$解得$b=c=1$，$a=\sqrt{2}$，所以椭圆$C$的方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$. ………………… 4分

(2)因为直线n的斜率不为0，所以可设直线n的方程为$x=my+1$. …………………………… 5分

设点$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，联立方程组$\begin{cases}x^2+2y^2-2=0,\\ x=my+1,\end{cases}$得$(m^2+2)y^2+2my-1=0$， ………… 6分

则$y_1+y_2=-\frac{2m}{m^2+2}$，$y_1y_2=-\frac{1}{m^2+2}$. …………………………………………………… 7分

因为$\overrightarrow{MN}=\frac{2\sqrt{6}}{3}\overrightarrow{OP}$，所以$P(\frac{\sqrt{6}}{4}(x_2-x_1),\frac{\sqrt{6}}{4}(y_2-y_1))$. …………………………… 8分

将点P的坐标代入椭圆方程得$x_1x_2+2y_1y_2=-\frac{2}{3}$，即$(my_1+1)(my_2+1)+2y_1y_2=-\frac{2}{3}$，

解得$m^2=1$. ……………………………………………………………………………………………… 10分

故直线n的斜率为±1. ………………………………………………………………………………… 12分

21. 解：(1)因为$f'(x)=(2x-2a)\ln x+x-a=(x-a)(2\ln x+1)$， ……………………………… 2分

所以$f'(1)=1-a=2$，所以$a=-1$. ……………………………………………………………………… 4分

(2)当$x\in(0,\sqrt{e})$时，$f(x)=(x^2-2ax)\ln x+ax\geqslant0$等价于$(x-2a)\ln x+a\geqslant0$，

即$(2\ln x-1)a\leqslant x\ln x$. ………………………………………………………………………………… 5分

因为$x\in(0,\sqrt{e})$，所以$2\ln x-1<0$，所以$a\geqslant\frac{x\ln x}{2\ln x-1}$. ………………………………………… 7分

令$g(x)=\frac{x\ln x}{2\ln x-1}$，$x\in(0,\sqrt{e})$，

则$g'(x)=\frac{(\ln x+1)(2\ln x-1)-2\ln x}{(2\ln x-1)^2}=\frac{(\ln x-1)(2\ln x+1)}{(2\ln x-1)^2}$. ……………………………… 8分

令$g'(x)=0$，得$x=e^{-\frac{1}{2}}$或e(舍去)，

所以$g(x)$在$(0,e^{-\frac{1}{2}})$上单调递增，在$(e^{-\frac{1}{2}},\sqrt{e})$上单调递减. …………………………… 10分

所以$g(x)_{\max}=g(e^{-\frac{1}{2}})=\frac{e^{-\frac{1}{2}}}{4}=\frac{1}{4\sqrt{e}}$，所以$a\geqslant\frac{1}{4\sqrt{e}}$(或$a\geqslant\frac{\sqrt{e}}{4e}$). ……………………… 12分

22. 解：(1)因为曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=1+\sqrt{2}\cos\alpha,\\ y=-1+\sqrt{2}\sin\alpha\end{cases}$($\alpha$为参数)，

所以曲线 C_1 是以 $(1,-1)$ 为圆心，$\sqrt{2}$ 为半径的圆.

所以曲线 C_1 的普通方程为 $(x-1)^2+(y+1)^2=2$. …………………………………… 2 分

因为曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin(\frac{\pi}{4}-\theta)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，即 $\rho\cos\theta-\rho\sin\theta=1$，

所以曲线 C_2 的直角坐标方程为 $x-y-1=0$. …………………………………… 5 分

(2)因为点 $M(1,0)$ 在直线 C_2 上，所以直线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$ (t 为参数).

代入 $(x-1)^2+(y+1)^2=2$，得 $t^2+\sqrt{2}t-1=0$. …………………………………… 7 分

设 A，B 所对应的参数分别为 t_1，t_2，则 $t_1+t_2=-\sqrt{2}$，$t_1t_2=-1<0$， …………………………………… 8 分

所以 $\frac{1}{|MA|}+\frac{1}{|MB|}=\frac{|MA|+|MB|}{|MA||MB|}=\frac{|t_1|+|t_2|}{|t_1||t_2|}=\frac{|t_1-t_2|}{|t_1t_2|}=\frac{\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}}{|t_1t_2|}=\frac{\sqrt{2+4}}{1}=\sqrt{6}$，

即 $\frac{1}{|MA|}+\frac{1}{|MB|}=\sqrt{6}$. …………………………………… 10 分

23. 解：(1)因为 $f(x)+f(5-x)\leqslant 5$，所以 $|x-4|+|x-1|\leqslant 5$.

当 $x<1$ 时，由 $4-x+1-x\leqslant 5$，得 $x\geqslant 0$，所以 $0\leqslant x<1$； …………………………………… 1 分

当 $1\leqslant x\leqslant 4$ 时，由 $4-x+x-1\leqslant 5$，得 $3\leqslant 5$，所以 $1\leqslant x\leqslant 4$； …………………………………… 2 分

当 $x>4$ 时，由 $x-4+x-1\leqslant 5$，得 $x\leqslant 5$，所以 $4<x\leqslant 5$. …………………………………… 3 分

综上所述，所求不等式的解集为 $[0,5]$. …………………………………… 5 分

(2)因为 $g(x)=f(x)-f(x+2)=|x-4|-|x-2|\leqslant|(x-4)-(x-2)|=2$，

所以 $g(x)_{\max}=2$，即 $a+b=2$. …………………………………… 7 分

因为 $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{4b+4}=\frac{1}{4}(\frac{1}{a+1}+\frac{1}{4b+4})(a+1+b+1)$

$=\frac{1}{4}(1+\frac{1}{4}+\frac{b+1}{a+1}+\frac{a+1}{4b+4})\geqslant\frac{1}{4}(1+\frac{1}{4}+2\sqrt{\frac{b+1}{a+1}\cdot\frac{a+1}{4b+4}})=\frac{1}{4}(\frac{5}{4}+1)=\frac{9}{16}$，

当且仅当 $\frac{b+1}{a+1}=\frac{a+1}{4b+4}$，即 $a=\frac{5}{3}$，$b=\frac{1}{3}$ 时等号成立.

所以 $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{4b+4}$ 的最小值为 $\frac{9}{16}$. …………………………………… 10 分