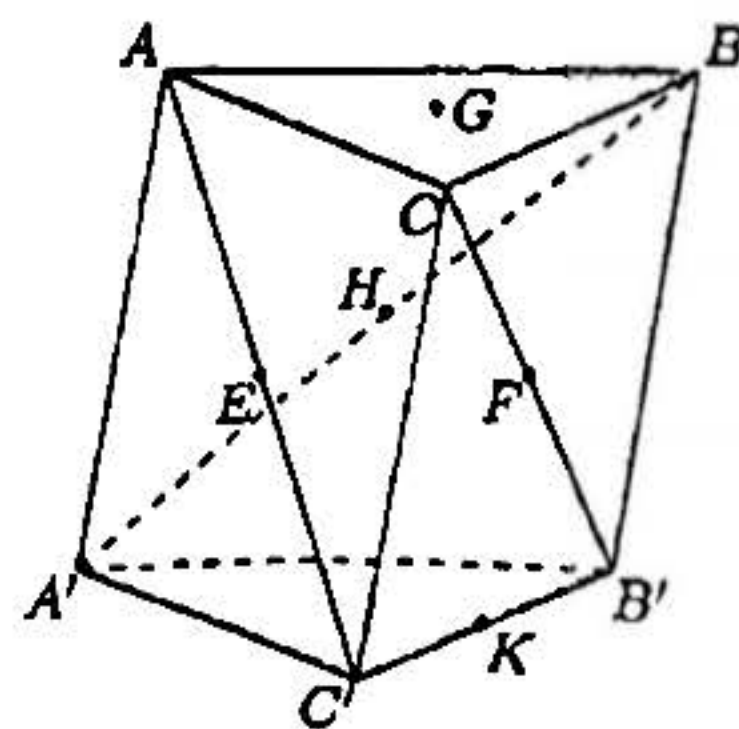


一. 单选题

- 集合 $M = \left\{ x \mid x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$, $N = \left\{ x \mid x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$, 则 ()
 A. $M = N$ B. $M \subset N$ C. $M \supset N$ D. $M \cap N = \emptyset$
- $\frac{1-i}{(1+i)^2} + \frac{1+i}{(1-i)^2} =$ ()
 A. i B. $-i$ C. 1 D. -1
- 若 $\left(x + \frac{1}{2x}\right)^n$ 的展开式中前三项的系数成等差数列, 则展开式中 x^4 项的系数为 ()
 A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
- 在直角 $\triangle ABC$ 中 CD 是斜边 AB 上的高, 则下列等式不成立的是 ()
 A. $|\overrightarrow{AC}|^2 = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$ B. $|\overrightarrow{CB}|^2 = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$
 C. $|\overrightarrow{AB}|^2 = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD}$ D. $|\overrightarrow{CD}|^2 = \frac{(\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}) \cdot (\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC})}{|\overrightarrow{AB}|^2}$
- 母线长为 1 的圆锥体积最大时, 其侧面展开图圆心角 φ 等于 ()
 A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$ C. $\sqrt{2}\pi$ D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$
- 给定四条曲线: ① $x^2 + y^2 = \frac{5}{2}$, ② $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, ③ $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$, ④ $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, 其中与直线 $x + y - \sqrt{5} = 0$ 仅有一个交点的曲线是 ()
 A. ①②③ B. ②③④ C. ①②④ D. ①③④
- 设 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 所对的边, 则 $a^2 = b(b+c)$ 是 $A = 2B$ 的 ()
 A. 充要条件 B. 充分而不必要条件
 C. 必要而不充分条件 D. 既不充分也不必要条件
- 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 满足 $\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{5}}{2}$, 且与椭圆 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$ 有公共焦点, 则双曲线 C 的方程为 ()
 A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ B. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{10} = 1$ C. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ D. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$
- 设 $\sqrt{3}b$ 是 $1-a$ 和 $1+a$ 的等比中项, 则 $a+3b$ 的最大值为 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 如图, 在三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 中, 点 E, F, H, K 分别为 $AC', CB', A'B, B'C'$ 的中点, G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 从 K, H, G, B' 中取一点作为 P 使得该棱柱恰有 2 条棱与平面 PEF 平行, 则 P 为 ()
 A. K B. H
 C. G D. B'



二. 填空题

- 函数 $y = \frac{x^2}{x^2 + 1} (x \in \mathbb{R})$ 的值域是_____.
- 直线 $y = 2x - \frac{1}{2}$ 与曲线 $\begin{cases} x = \sin \varphi \\ y = \cos 2\varphi \end{cases}$ (φ 为参数) 的交点坐标为_____.

13. 以双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 右顶点为顶点, 左焦点为焦点的抛物线的方程是_____.

14. 已知 $f(x) = \begin{cases} 2^x - 1, & x < 0 \\ x^2 - ax, & x \geq 0 \end{cases}$, 当 $a = 2$ 时, $f(x)$ 的单调减区间为_____; 若 $f(x)$ 存在最小值, 则实数 a 的取值范围是_____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, A_1, B_1 分别是边 BA, CB 的中点, A_2, B_2 分别是线段 A_1A, B_1B 的中点, ..., A_n, B_n 分别是线段 $A_{n-1}A, B_{n-1}B$ ($n \in \mathbb{N}^*, n > 1$) 的中点, 设数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 满足: 向量 $\overrightarrow{B_nA_n} = a_n \overrightarrow{CA} + b_n \overrightarrow{CB}$ ($n \in \mathbb{N}^*$), 有下列四个命题:

① 数列 $\{a_n\}$ 是单调递增数列, 数列 $\{b_n\}$ 是单调递减数列;

② 数列 $\{a_n + b_n\}$ 是等比数列;

③ 数列 $\left\{ \frac{b_n}{a_n} \right\}$ 有最小值, 无最大值;

④ 若 $\triangle ABC$ 中, $C = 90^\circ, CA = CB$, 则 $|\overrightarrow{B_nA_n}|$ 最小时, $a_n + b_n = \frac{1}{2}$

其中真命题是_____.

三. 解答题

16. 从下列三个条件①②③中任意选择两个条件填入空格:

① $\angle ACB = \frac{\pi}{3}$; ② $AB = \sqrt{7} AD$; ③ $\sin \angle BAD = 2 \sin \angle ABC$.

已知 D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上一点, $AC = CD$, 且满足条件_____和_____.

(1) 证明另一个条件成立;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的外接圆半径为 1, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

注: 如果选择多个条件分别解答, 则按第一个解答计分.

17. 已知 $f(x) = (x+1)e^{kx}$.

(1) 若 $k=1$, 求 $f(x)$ 在 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 设 $g(x) = f'(x)$, 求 $g(x)$ 的单调递增区间;

(3) 证明: 当 $k > 0$ 时, $\forall m, n \in (0, +\infty)$, $f(m+n)+1 > f(m)+f(n)$.



18. 集合 $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} (a_i \in \mathbb{N}^*, i = 1, 2, \dots, n)$, 集合 $T = \{b_{ij} | b_{ij} = a_i + a_j, 1 \leq i < j \leq n\}$, 若集合 T

中元素个数为 $\frac{n(n-1)}{2}$, 且所有元素从小到大排列后是等差数列, 则称集合 S 为“好集合”.

(1) 判断集合 $S_1 = \{1, 2, 3\}$ 、 $S_2 = \{1, 2, 3, 4\}$ 是否为“好集合”;

(2) 若集合 $S_3 = \{1, 3, 5, m\} (m > 5)$ 是“好集合”, 求 m 的值;

(3) “好集合” S 的元素个数是否存在最大值? 若存在, 求出最大值; 若不存在, 请说明理由.

参考答案

1.B 2.D 3.B 4.C 5.D 6.D 7.A 8.A 9.B 10.C

11. $[0, 1)$ 12. $(-\frac{3}{2}, -\frac{7}{2}), (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 13. $y^2 = -36(x-4)$ 14. $(0, 1)$ $[2, +\infty)$ 15. ①②④

16. (1) 略 (2) $\frac{9\sqrt{3}}{28}$

17. (1) $2x - y + 1 = 0$; (2) 略 (3) 略.

18. 略

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯