

北京市八一学校 2021~2022 学年度第二学期期中试卷

高二 数学

制卷人：荣贺

审卷人：王明辉

本试卷共 4 页，100 分。考试时长 90 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回。

第一部分 (选择题 共 30 分)

一、选择题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分。在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项。

1. 已知复数 $z = -1 + 2i$, 则复数 z 的虚部为 ()

- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

2. 等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 4, a_4 = 1$, 则 $\{a_n\}$ 的公差为 ()

- A. -4 B. -1 C. 1 D. 4

3. 函数 $f(x) = \ln 2 + \cos x$ 的导数为 ()

- A. $\frac{1}{2} - \sin x$ B. $\frac{1}{2} + \sin x$ C. $-\sin x$ D. $\sin x$

4. 在 $(x - \frac{1}{x})^5$ 的展开式中, 下列说法正确的有 ()

- A. 所有项的系数和为 0 B. 所有项的二项式系数和为 64
C. 存在常数项 D. 第 4 项和第 5 项的系数相等

5. 如图所示, 是函数 $f(x)$ 的图像与其在点 P 处的切线, 则 $f(1) + f'(1)$ 等于 ()

- A. -2 B. 0
C. 2 D. 4

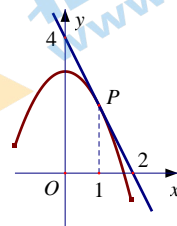
6. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, q = \frac{1}{2}$, 则 ()

- A. 数列 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 是等差数列 B. 数列 $\{\log_2 a_n\}$ 是等差数列

- C. 数列 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 是递减数列 D. 数列 $\{\log_2 a_n\}$ 是递增数列

7. 已知 $f(x) (x \in \mathbb{R})$ 的导函数为 $f'(x)$, 则“ $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极值”是“ $f'(1)=0$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

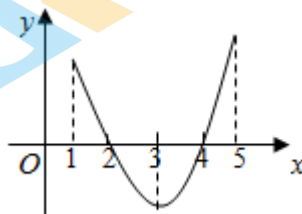


8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = -2n^2 + 9n (n \in \mathbb{N}^*)$. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 S_n 取得最大值时 n 的值为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

9. 函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , 其导数 $y = f'(x)$ 的部分图像如图所示, 则下面结论不正确的是 ()

- A. 在 $(4,5)$ 上函数 $f(x)$ 为增函数
 B. 在 $(2,4)$ 上函数 $f(x)$ 为减函数
 C. 在 $(3,5)$ 上函数 $f(x)$ 有极小值
 D. 在 $(1,5)$ 上函数 $f(x)$ 必有最大值



10. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = (-1)^{n-1} (\frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n+1})$, S_n 为其前 n 项和, 则下列命题正确的是 ()

- A. $S_n < 1$ B. $S_n > 1$ C. S_n 有最小值 D. S_n 无最大值

第二部分 (非选择题 共 70 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

11. 已知函数 $f(x) = \sqrt{x}$, 则 $f'(1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_5 = 2a_4$, 其前 n 项和为 S_n , 若 $S_m = 63$, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 已知函数 $f(x) = \ln x$, 若过点 $P(t, 0)$ 存在 2 条直线与曲线 $y = f(x)$ 相切, 请写出满足条件的一个 t 值: $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 2022 年 4 月 16 日, 搭载着翟志刚、王亚平、叶光富三名航天员的神舟十三号载人飞船返回舱, 结束了长达半年的“太空出差”, 在东风着陆场预定区域成功着陆. 为了宣传航天员的精神品质, 某班班会安排 4 名同学讲述这三位航天员的事迹, 要求每位学生只讲述一位航天员, 每位航天员至少有 1 名学生讲述, 且同学甲讲述王亚平事迹, 则共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 种不同的安排方案.

15. 已知函数 $f(x) = ax^3 - 3x^2 + 1$. 若 $a < 0$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个零点; 若 $f(x)$ 有且只有一个零点 x_0 , 且 $x_0 < 0$, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题共 4 小题，共 45 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = 3x - x^3$.

(I) 求函数 $f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(II) 求函数 $f(x)$ 在 $[-\sqrt{3}, 3]$ 上的最值.

17. (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 = 1, a_5 + a_7 = 10$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = 2^{a_n}$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 求证数列 $\{t \cdot b_n\} (t \neq 0)$ 为等比数列;

(III) 记 S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 求数列 $\{S_n\}$ 的前 n 项和. (用 n 表示)

18. (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = e^x - ax, a \in \mathbb{R}$.

- (I) 当 $a=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间;
- (II) 求函数 $f(x)$ 的极值点;
- (III) 当 $a > 0$ 时, 判断函数 $f(x)$ 的零点个数, 并说明理由.

19. (本小题满分 8 分)

对于数列 $\{a_n\}$, 若存在正整数 M , 同时满足如下两个条件:

- ① 对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, 都有 $|a_n| \leq M$ 成立;
- ② 存在 $n_0 \in \mathbb{N}^*$, 使得 $|a_{n_0}| = M$.

则称数列 $\{a_n\}$ 为 B_M 数列.

(I) 若 $a_n = 1 - n, b_n = \frac{1}{2^{n-1}}$, 判断数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 是否为 B_M 数列, 并说明理由;

(II) 若 B_M 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = p, a_n = \sin a_{n-1} (n \geq 2)$, 求实数 p 的取值集合.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018

关注北京高考在线官方微信: [北京高考资讯\(微信号:bjkzx\)](https://www.gkaozx.com), 获取更多试题资料及排名分析信息。