

东城区 2019—2020 学年度第二学期期末统一检测

高一数学

2020.7

本试卷共 4 页,满分 100 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上,在试卷上作答无效。考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分 (选择题 共 32 分)

一、选择题共 8 题,每题 4 分,共 32 分。在每题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项。

(1)复数 $z = -2 + i$ 的虚部为

- (A) 2 (B) -2 (C) 1 (D) i

(2)已知向量 $\mathbf{a} = (x, 2)$, $\mathbf{b} = (3, -1)$. 若 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $x =$

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) -3 (D) -6

(3)在北京消费季活动中,某商场为促销举行购物抽奖活动,规定购物消费每满 200 元就可以参加一次抽奖活动,中奖的概率为 $\frac{1}{10}$, 那么以下理解正确的是

- (A) 某顾客抽奖 10 次,一定能中奖 1 次
(B) 某顾客抽奖 10 次,可能 1 次也没中奖
(C) 某顾客消费 210 元,一定不能中奖
(D) 某顾客消费 1000 元,至少能中奖 1 次

(4)要得到函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{2})$ 的图象,只要将函数 $y = \sin 2x$ 的图象

- (A) 向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度 (B) 向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度
(C) 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度 (D) 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度

(5)在复平面内,复数 $i^2(1-i)$ 对应的点位于

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

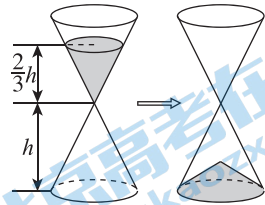
(6)设 l 是一条直线, α, β 是两个不同的平面,下列命题正确的是

- (A) 若 $l \parallel \alpha, l \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$ (B) 若 $\alpha \perp \beta, l \parallel \alpha$, 则 $l \perp \beta$
(C) 若 $l \parallel \alpha, l \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$ (D) 若 $\alpha \perp \beta, l \perp \alpha$, 则 $l \parallel \beta$

(7) 已知 A, B, C, D 是平面内四个不同的点, 则“ $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{CD}$ ”是“四边形 $ABCD$ 为平行四边形”的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(8)沙漏是古代的一种计时装置,它由两个形状完全相同的容器和一个狭窄的连接管道组成,开始时细沙全部在上部容器中,利用细沙全部流到下部容器所需要的时间进行计时.如图,某沙漏由上、下两个圆锥组成,这两个圆锥的底面直径和高分别相等,细沙全部在上部时,其高度为圆锥高度(h)的 $\frac{2}{3}$ (细管长度忽略不计).



假设细沙全部漏入下部后,恰好堆成一个盖住沙漏底部的圆锥形沙堆.这个沙堆的高与圆锥的高 h 的比值为

- (A) $\frac{8}{27}$ (B) $\frac{4}{9}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$

第二部分 (非选择题 共 68 分)

二、填空题共 6 题,每题 3 分,共 18 分。

(9)若函数 $f(x) = \sin x \cos x$,则 $f(\frac{\pi}{12})$ 的值为_____.

(10)已知复数 $z = \frac{2i}{1+i}$,则 $\bar{z} =$ _____; $|z| =$ _____.

(11)已知在 $\triangle ABC$ 中, $a = \sqrt{6}$, $b = 3\sqrt{2}$, $A = 30^\circ$,则 $B =$ _____.

(12)已知甲、乙、丙、丁四人各自独立解决某一问题的概率分别是 $0.5, 0.4, 0.3, a$,如果甲、乙、丙至少有一人解决该问题的概率不小于丁独立解决这一问题的概率,则 a 的最大值是_____.

(13)已知 l, m 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面,给出下列四个论断:① $l \parallel m$, ② $\alpha \parallel \beta$, ③ $m \perp \alpha$, ④ $l \perp \beta$. 以其中的两个论断作为命题的条件, $l \perp \alpha$ 作为命题的结论,写出一个真命题:_____.

(14)在日常生活中,我们会看到如图所示的情境,两个人共提一个行李包.假设行李包所受重力为 G ,作用在行李包上的两个拉力分别为 F_1, F_2 ,且 $|F_1| = |F_2|$, F_1 与 F_2 的夹角为 θ ,给出以下结论:

- ① θ 越大越费力, θ 越小越省力;
- ② θ 的范围为 $[0, \pi]$;
- ③ 当 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 时, $|F_1| = |G|$;
- ④ 当 $\theta = \frac{2\pi}{3}$ 时, $|F_1| = |G|$.



其中正确结论的序号是_____.

注:本题给出的结论中,有多个符合题目要求.全部选对得 3 分,不选或有错选得 0 分,其他得 2 分。

三、解答题共 5 题,每题 10 分,共 50 分。解答应写出文字说明,演算步骤或证明过程。

(15)(本小题 10 分)

已知函数 $f(x) = g(x)h(x)$, 其中 $g(x) = 2\sqrt{2}\sin x$, $h(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(I) 写出函数 $f(x)$ 的一个周期(不用说明理由);

(II) 当 $x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最大值和最小值.

从① $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$, ② $\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$ 这两个条件中任选一个, 补充在上面问题中并作答.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分。

(16)(本小题 10 分)

某医院首批援鄂人员中有 2 名医生, 3 名护士和 1 名管理人员. 采用抽签的方式, 从这六名援鄂人员中随机选取两人在总结表彰大会上发言.

(I) 写出发言人员所有可能的结果构成的样本空间;

(II) 求选中 1 名医生和 1 名护士发言的概率;

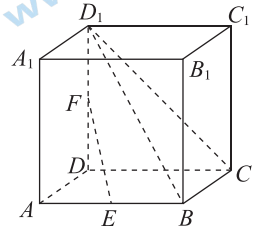
(III) 求至少选中 1 名护士发言的概率.

(17)(本小题 10 分)

在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别为 AB 和 DD_1 的中点.

(I) 求证: $EF \parallel$ 平面 BCD_1 ;

(II) 在棱 C_1D_1 上是否存在一点 M , 使得平面 $MEF \perp$ 平面 BCD_1 ? 若存在, 求出 $\frac{C_1M}{D_1M}$ 的值; 若不存在, 请说明理由.



(18)(本小题 10 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $a=3$, D 是 AC 的中点, $BD = \frac{\sqrt{19}}{2}$, $2b\cos C = 2a + c$.

(I) 求 B ;

(II) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

(19)(本小题 10 分)

对于任意实数 a, b, c, d , 表达式 $ad - bc$ 称为二阶行列式(determinant), 记作 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$.

(I) 求下列行列式的值:

$$\textcircled{1} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad \textcircled{2} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}; \quad \textcircled{3} \begin{vmatrix} -2 & 5 \\ 10 & -25 \end{vmatrix};$$

(II) 求证: 向量 $\mathbf{p} = (a, b)$ 与向量 $\mathbf{q} = (c, d)$ 共线的充要条件是 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 0$;

(III) 讨论关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ ($a_1a_2b_1b_2 \neq 0$) 有唯一解的条件,

并求出解. (结果用二阶行列式的记号表示)

关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。
北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯 (ID: bj-gaokao)
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](https://www.gaokzx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。