北京市第六十六中学 2023—2024 学年第一学期期中质量检测

高三数学

2023.11

试卷说明：

1. 本试卷共__三__道大题，共__4__页。
2. 卷面满分__150__分，考试时间__120__分钟。
3. 试题答案一律在答题纸上作答，在试卷上作答无效。

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

1．已知集合 $A=\{0,1,2\}$，$B=\{x\in \mathbf{N} \mid 0<x<3\}$，则 $A\cup B=$

A. $\{0,1\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{0,1,2,3\}$

2．若等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_1=b_1, a_2=b_2=2, a_4=8$，则 $\{b_n\}$ 的公比为

A. 2　　B. -2　　C. 4　　D. -4

3．已知 $\alpha\in(0,\ \pi)$，$\cos\alpha=-\dfrac{3}{5}$，则 $\tan\alpha=$

A. $\dfrac{3}{4}$　　B. $-\dfrac{3}{4}$　　C. $-\dfrac{4}{3}$　　D. $\dfrac{4}{3}$

4．“$a>0>b$”是“$3^a>3^b$”的

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5．要得到函数 $y=\sin(3x-\dfrac{\pi}{3})$ 的图象，只需将函数 $y=\sin 3x$ 的图象

A. 向左平移 $\dfrac{\pi}{9}$ 个单位　　B. 向右平移 $\dfrac{\pi}{9}$ 个单位

C. 向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位　　D. 向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位

6．下列函数中，在其定义域上既是偶函数又在 $(0,+\infty)$ 上单调递减的是

A. $y=x^2$　　B. $y=x+1$　　C. $y=-\lg|x|$　　D. $y=-2^x$

7．设 $a=2^{\frac{1}{3}}$, $b=\log_3 2$, $c=\cos 2$，则

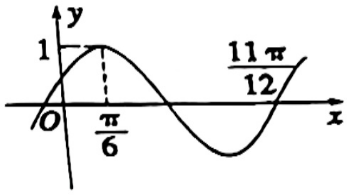
A. $c>b>a$　　B. $a>c>b$　　C. $c>a>b$　　D. $a>b>c$

8. 若命题“$\exists x\in \mathbf{R}$，$x^2+2x+m\leqslant 0$”是真命题，则实数 m 的取值范围是

A. $m<1$　　B. $m\leqslant 1$

C. $m>1$　　D. $m\geqslant 1$

9、函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$（$A>0$，$\omega>0$，$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）的部分图象如图所示，则将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后，得到的图象的解析式为



A. $y=\sin 2x$　　B. $y=\cos 2x$

C. $y=\sin\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)$　　D. $y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$

10. 对实数 m, n，定义运算“$\otimes$”：$m\otimes n=\begin{cases} m, & m\geqslant n \\ n, & m<n \end{cases}$，设函数 $f(x)=(x-x^2)\otimes(x-1)$，$x\in \mathbf{R}$．实数 a, b, c 互不相等，且 $f(a)=f(b)=f(c)$，则 $a+b+c$ 的取值范围是

A. $(1,\frac{5}{4})$　　B. $(2,\frac{9}{4})$　　C. $(\frac{3}{2},\frac{7}{4})$　　D. $(\frac{1}{4},+\infty)$

二、填空题（每小题 5 分，共 25 分）

11. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $c=2$，$a=\sqrt{3}$，$\angle A=\frac{\pi}{6}$，则 $\sin C=$________.

12. 若复数 $Z=1-2i$，则 $|Z|=$________.

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(k,3)$，$\boldsymbol{b}=(1,4)$，$\boldsymbol{c}=(2,1)$，且 $(2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{c}$，则实数 k 的值为______.

14. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,1)$, $\boldsymbol{b}=(x,tx+2)$，若存在实数 x，使得 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的方向相同，则 t 的一个取值为________.

15. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n，$a_1>0$，$a_{n+1}a_n-a_n^2=\lambda(\lambda\in\mathbf{R})$. 给出下列四个结论：

①$\{a_n\}$ 是递增数列；

②$\forall\lambda\in\mathbf{R}$，$\{a_n\}$ 都不是等差数列；

③当 $\lambda=1$ 时，a_1 是 $\{a_n\}$ 中的最小项；

④当 $\lambda\geqslant\frac{1}{4}$ 时，$S_{2023}>2022$.

其中所有正确结论的序号是____________.

三、解答题（共 6 小题，共 85 分）

16.（本小题满分 14 分）

已知函数 $f(x)=\sin x\cos x+\sqrt{3}\cos^2 x-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的最小正周期；

（Ⅱ）求不等式 $f(x)\geqslant 0$ 的解集.

17.（本小题满分 14 分）

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n\ (n=1,2,\cdots)$，且 $a_2=3, S_5=25$.

（Ⅰ）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）等比数列 $\{b_n\}$ 的首项为 1，公比为 $q=3$，使得 $\{b_n\}$ 的每一项都是 $\{a_n\}$ 中的项. 若 $b_k=a_m\ (k,m\in\mathbf{N}^*)$，求 m.（用含 k 的式子表示）

18.（本小题满分 15 分）

已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}ax^3+x^2+bx+c$. 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程为 $y=x+1$.

（Ⅰ）求 b，c 的值；

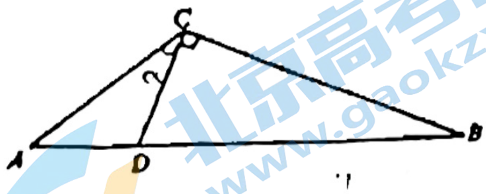
（Ⅱ）若函数 $f(x)$ 存在极大值，求 a 的取值范围.

19. （本小题满分 14 分）

如图，在△ABC 中，点 D 在边 AB 上，且 $\dfrac{AD}{DB}=\dfrac{1}{3}$．记∠ACD＝$\alpha$，∠BCD＝$\beta$．

（Ⅰ）求证：$\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{\sin\beta}{3\sin\alpha}$；

（Ⅱ）若 $\alpha=\dfrac{\pi}{6},\beta=\dfrac{\pi}{2},AB=\sqrt{19}$，求BC 的长．



20. （本小题满分 14 分）

设函数 $f(x)=x-\dfrac{1}{x}-a\ln x(a\in R)$.

（Ⅰ）讨论 $f(x)$的单调性；

（Ⅱ）若 $f(x)$有两个极值点 x_1 和 x_2，记过点 $A(x_1，f(x_1))$，$B(x_2，f(x_2))$的直线的斜率为 k.问：是否存在 a，使得 $k=2-a$？若存在，求出 a 的值；若不存在，请说明理由．

21. （本小题满分 14 分）

若数列 $\{a_n\}$ 的子列 $\{a_{kn-i}\}$ $(i=0,1,2,\dots,k-1)$ 均为等差数列，则称 $\{a_n\}$ 为 k 阶等差数列.

（Ⅰ）若 $a_n=n$，数列 $\{a_{3n-2}\}$ 的前 15 项与 $\{a_{4n}\}$ 的前 15 项中相同的项构成数列 $\{b_n\}$，写出 $\{b_n\}$ 的各项，并求 $\{b_n\}$ 的各项和；

（Ⅱ）若数列 $\{a_n\}$ 既是 3 阶也是 4 阶等差数列，设 $\{a_{3n-2}\}$，$\{a_{3n-1}\}$，$\{a_{3n}\}$ 的公差分别为 d_1,d_2,d_3.

（i）判断 d_1,d_2,d_3 值的大小关系并证明；

（ii）求证：数列 $\{a_n\}$ 是等差数列.

北京高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023 年 10-11 月北京各区各年级期中试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！