数学

班级＿＿＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿

学生须知	1．共 8 页，共 28 道小题，满分 100 分． 2．在练习卷和答题卡上准确填写班级、姓名和学号． 3．答案一律填写在答题纸上，在练习卷上作答无效．

一、选择题（本题共 **16** 分，每小题 **2** 分）

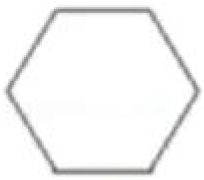
第 **1-8** 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个．

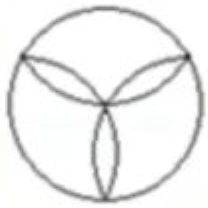
1. 芝麻被称为“八谷之冠”，是世界上最古老的油料作物之一，它作为食物和药物，得到广泛的使用．经测算，一粒芝麻的质量约为 0.000 002 01 kg，将 0.000 002 01 用科学记数法表示为（　　）．

A．2.01×10^{-8}　　B．0.201×10^{-7}　　C．2.01×10^{-6}　　D．20.1×10^{-5}

2. 下列图形中，是中心对称图形但不是轴对称图形的是（　　）．


A．


B．

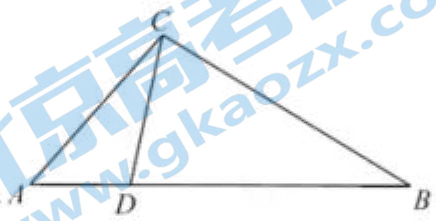

C．


D．

3. 如果一个多边形的内角和等于它的外角和的 3 倍，则这个多边形是（　　）．

A．三角形　　B．四边形　　C．六边形　　D．八边形

4. 如图，下列选项中不能判定$\triangle ACD\backsim\triangle ABC$ 的是（　　）．



A．$\angle ACD=\angle B$　　B．$\angle ADC=\angle ACB$

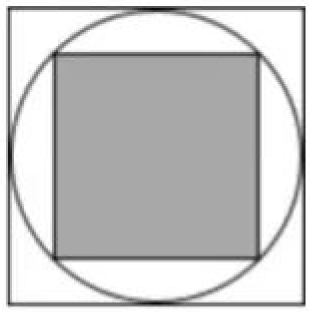
C．$AC^2=AD\cdot AB$　　D．$BC^2=BD\cdot AB$

5. 将抛物线 $y=2x^2$ 向左平移 1 个单位，再向上平移 3 个单位，得到的抛物线的表达式为（　　）．

A．$y=2(x-1)^2-3$　　B．$y=2(x-1)^2+3$　　C．$y=2(x+1)^2-3$

D．$y=2(x+1)^2+3$

6. 如图，圆是大正方形的内切圆，同时又是小正方形的外接圆，小明随意向水平放置的大正方形内部区域抛一个小球，则小球停在小正方形内部（阴影）区域的概率为（　　）．



A．$\frac{3}{4}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{2}$

7. 设 m 是非零实数，给出下列四个命题：

①若 $-1<m<0$，则 $\frac{1}{m}<m<m^2$；　②若 $m>1$，则 $\frac{1}{m}<m^2<m$；

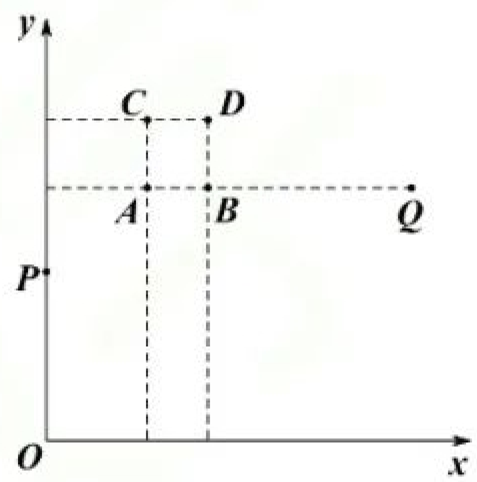
③若 $m<\frac{1}{m}<m^2$，则 $m<0$；　④若 $m^2<m<\frac{1}{m}$，则 $0<m<1$．

其中命题成立的序号是（　　）．

A. ①③　　B. ①④　　C. ②③　　D. ③④

8. 在特定条件下，篮球赛中进攻球员投球后，篮球的运行轨迹是开口向下的抛物线的一部分．“盖帽”是一种常见的防守手段，防守队员在篮球上升阶段将球拦截即为“盖帽”，而防守队员在篮球下降阶段将球拦截则属“违规”．对于某次投篮而言，如果忽略其他因素的影响，篮球处于上升阶段的水平距离越长，则被“盖帽”的可能性越大．

收集几次篮球比赛的数据之后，某球员投篮可以简化为下述数学模型：如图所示，该球员的投篮出手点为 P，篮框中心点为 Q，他可以选择让篮球在运行途中经过 A,B,C,D 四个点中的某一点并命中 Q，忽略其他因素的影响，那么被“盖帽”的可能性最大的线路是（　　）．



A. $P\to A\to Q$　　B. $P\to B\to Q$

C. $P\to C\to Q$　　D. $P\to D\to Q$

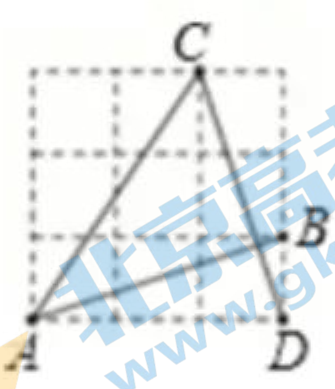
二、填空题（共 **16** 分，每小题 **2** 分）

9. 分解因式：$ab^2-ac^2=$__________．

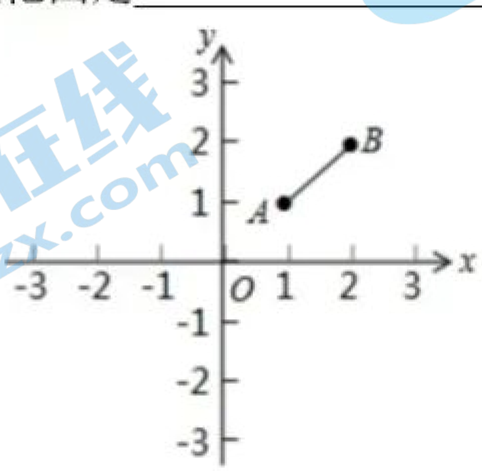
10. 能说明命题“若 $a>b$，则 $ac>bc$”是假命题的一个 c 值是________．

11. 如图所示的网格是正方形网格，点 A,B,C,D 均落在格点上，则 $\angle BAC+\angle ACD=$________°．

12. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，$A(1,1)$，$B(2,2)$，双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 与线段 AB 有公共点，则 k 的取值范围是____________．



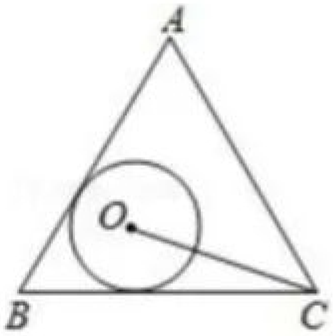
（第 11 题图）

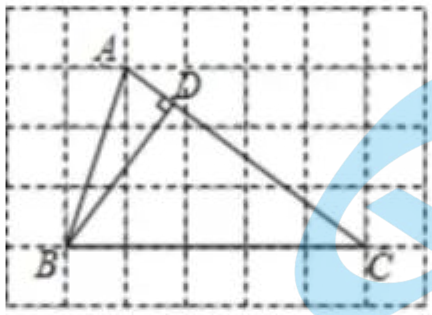


（第 12 题图）

13. 关于 x 的一元二次方程 $(m+1)x^2+(2m+1)x+m-1=0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围是__________．

14. 如图，半径为$\sqrt{3}$的$\odot O$与边长为8的等边三角形ABC的两边AB、BC都相切，连接OC，则$\tan\angle OCB=$________.





（第14题图）　　　　（第15题图）

15. 如图，ΔABC的顶点，A，B，C都在边长为1的正方形网格的格点上，$BD\perp AC$于点D，则AC的长为________，BD的长为________.

16. 在平面直角坐标xOy中，已知点$P(-5,2),M(-5,3)$，$\odot P$的半径为1，直线$l:y=ax$，给出下列四个结论：

①当$a=1$时，直线l与$\odot P$相离

②若直线l是$\odot P$的一条对称轴，则$a=-\dfrac{2}{5}$

③若直线l是$\odot P$只有一个公共点A，则$OA=2\sqrt{7}$

④若直线l上存在点B，$\odot P$上存在点N，使得$\angle MBN=90^\circ$，则a的最小值为$-\dfrac{3}{4}$

其中所有正确的结论序号是______________.

三．解答题（共**68**分，第**17-20**题，每题**5**分，第**21-22**题，每题**6**分，第**23**题**5**分，第**24**题**6**分，第**25**题**5**分，第**26**题**6**分，第**27-28**题，每题**7**分）解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

17. 计算$2\cos30^\circ+\sqrt{12}-(\pi+2)^0+|-3|$.

18. 解不等式组：$\begin{cases}5x-1>2(x+1);\\ \dfrac{3x+2}{4}>x.\end{cases}$

19. 下面是小东设计的“作圆的一个内接矩形，并使其对角线的夹角为60°”的尺规作图过程.

已知：$\odot O$

求作：矩形 $ABCD$，使得矩形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$，且其对角线 AC，BD 的夹角为 $60°$.

作法：如图，①作 $\odot O$ 的直径 AC；

②以点 A 为圆心，AO 长为半径画弧，交直线 AC 上方的圆弧于点 B；

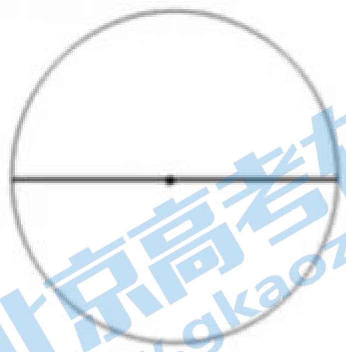
③连接 BO 并延长交 $\odot O$ 于点 D；

所以四边形 $ABCD$ 就是所求作的矩形.

根据小东设计的尺规作图过程，

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.



证明：$\because$ 点 A，C 都在 $\odot O$ 上，

$\therefore OA = OC$，同理 $OB = OD$.

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

$\because AC$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ABC = 90°$（________________）.（填推理的依据）

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形.

$\because AB =$ ____ $= BO$，

$\therefore \Delta ABC$ 是等边三角形.

$\therefore \angle AOB = 60°$.

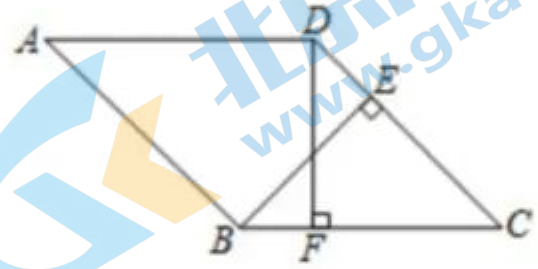
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是所求作的矩形.

20. 若 $m^2 - m - 3 = 0$，求代数式 $(m - \frac{1}{m}) \div \frac{m+1}{m^2}$ 的值.

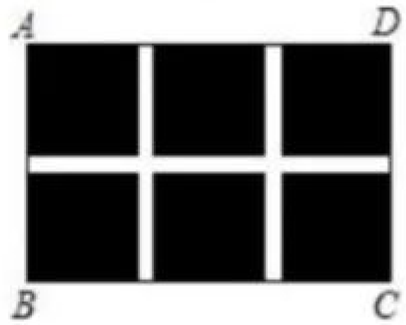
21. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，$BE\perp CD$ 于点 E，$DF\perp BC$ 于点 F.

（1）求证：$BF=DE$；

（2）分别延长 BE 和 AD 交于点 G，若 $\angle A=45°$，$AB=1$，求 DG 的值.



22. 今年通州区在老旧小区改造方面取得了巨大成就，人居环境得到了很大改善．如图，某小区规划在长 16m，宽 9m 的矩形场地 $ABCD$ 上，修建同样宽的小路，使其中的小路分别与 AB 和 AD 平行，其余部分种草．通过测量可知草坪的总面积为 112m²，求小路的宽.



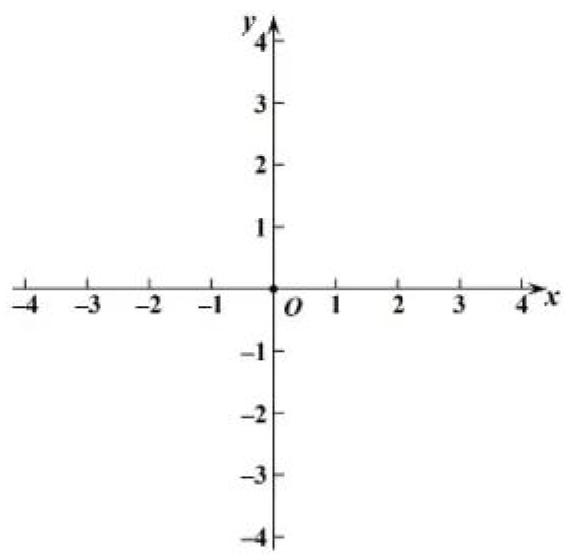
23. 在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=\dfrac{k}{x}(x>0)$ 的图象与直线 $y=mx$ 交于点 $A(2,2)$.

（1）求 k，m 的值；

（2）点 P 的横坐标为 $n(n>0)$，且在直线 $y=mx$ 上，过点 P 作平行于 x 轴的直线，交 y 轴于点 M，交函数 $y=\dfrac{k}{x}(x>0)$ 的图象于点 N.

①$n=1$ 时，用等式表示线段 PM 与 PN 的数量关系，并说明理由；

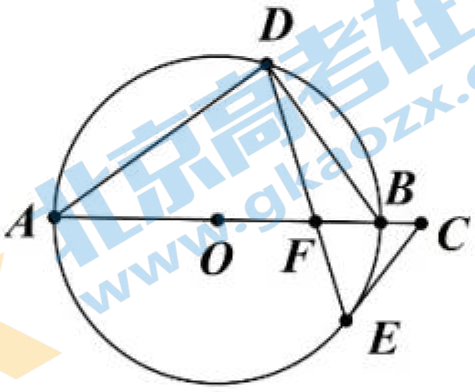
②若 $PN\geqslant 3PM$，结合函数的图象，直接写出 n 的取值范围.



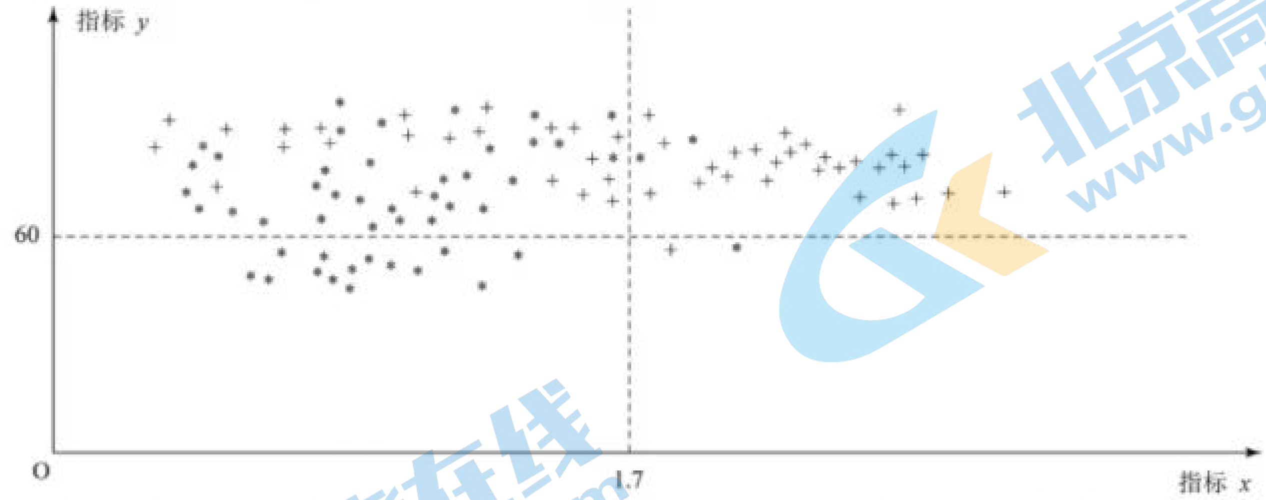
24. 如图，AB 是$\odot O$ 的直径，点 D，E 在$\odot O$ 上，$\angle A=2\angle BDE$，点 C 在 AB 的延长线上，$\angle C=\angle ABD$.

(1) 求证：CE 是$\odot O$ 的切线；

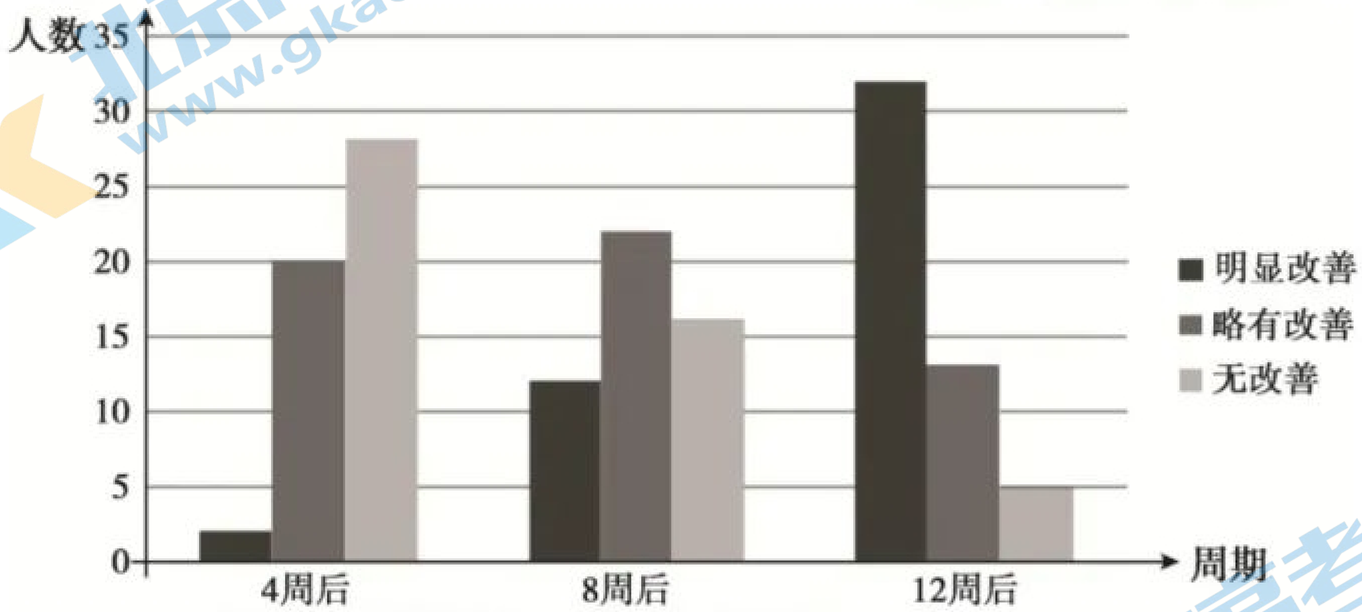
(2) 若$\odot O$ 的半径长为 5，$BF=2$，求 EF 的长.



25. 为了研究一种新药的疗效，选 100 名患者随机分成两组，每组各 50 名，一组服药，另一组不服药，12 周后，记录了两组患者的生理指标 x 和 y 的数据，并制成图 1，其中“*”表示服药者，“+”表示未服药者；



同时记录了服药患者在 4 周,8 周,12 周后的指标 z 的改善情况，并绘制成条形统计图 2.



根据以上信息，回答下列问题：

（1）从服药的 50 名患者中随机选出一人，求此人指标 x 的值大于 1.7 的概率；

（2）设这 100 名患者中服药者指标 y 数据的方差为 S_1^2，未服药者指标 y 数据的方差为 S_2^2，则 S_1^2 ____ S_2^2；（填“>”、“ =”或“<”）

（3）对于指标 z 的改善情况，下列推断合理的是____.

①服药 4 周后，超过一半的患者指标 z 没有改善，说明此药对指标 z 没有太大作用；

②在服药的 12 周内，随着服药时间的增长，对指标 z 的改善效果越来越明显.

26. 已知，在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数的解析式为 $y=x^2-6ax+6a$.

（1）对于任意的常数 a，二次函数是否经过定点，若经过，请求出此定点？若不经过，请说明理由；

（2）当 $x\geq a$ 时，二次函数的图象记为图象 G.

①当图象 G 与坐标轴有两个不同交点时，求 a 的取值范围；

②当图象 G 上恰有 3 个点到 x 轴的距离为 1 时，请直接写出 a 的取值范围.

27. 在△ABC中，$\angle B=90°$，D为BC延长线上一点，点E为线段AC，CD的垂直平分线的交点，连接EA，EC，ED．

（1）如图1，当$\angle BAC=50°$时，则$\angle AED=$____________°；

（2）当$\angle BAC=60°$时，

①如图2，连接AD，判断△AED的形状，并证明；

②如图3，直线CF与ED交于点F，满足$\angle CFD=\angle CAE$．P为直线CF上一动点．当$PE-PD$的值最大时，用等式表示PE，PD与AB之间的数量关系为__________，并证明．

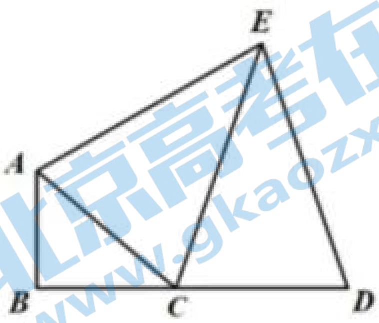


图1

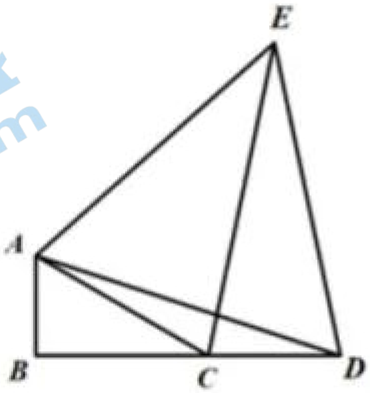


图2

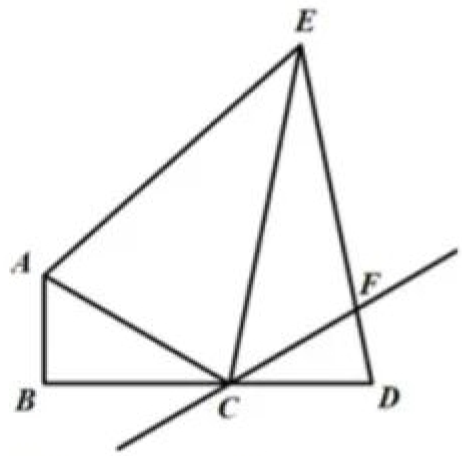
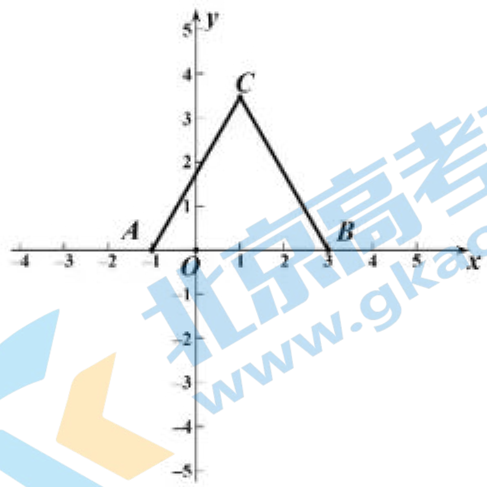


图3

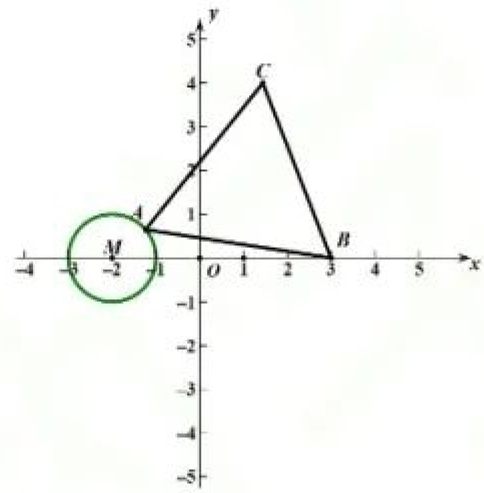
28. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 A（a，b）和点 B（c，d）. 给出如下定义：以 AB 为边，作等边三角形 ABC，按照逆时针方向排列 A,B,C 三个顶点，则称等边三角形 ABC 为点 A,B 的逆序等边三角形.

例如，当 $a=-1,b=0,c=3,d=0$ 时，点 A,B 的逆序等边三角形 ABC 如图①所示.

（1）已知点 $A(-1,0),B(3,0)$，则点 C 的坐标为______；请在图①中画出点 C,B 的逆序等边三角形 CBD，点 D 的坐标为______.



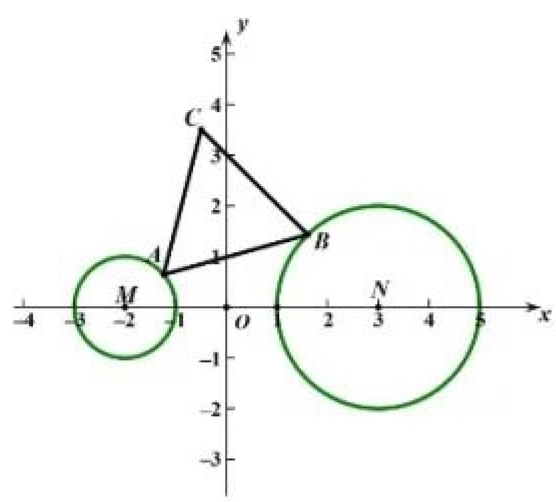
图①



图②

（2）图②中，点 $B(3,0)$，点 A 在以点 $M(-2,0)$ 为圆心 1 为半径的圆上，求点 A,B 的逆序等边三角形 ABC 的顶点 C 的横坐标取值范围.

（3）图③中，点 A 在以点 $M(-2,0)$ 为圆心 1 为半径的圆上，点 B 在以 $N(3,0)$ 为圆心 2 为半径的圆上，且点 B 的纵坐标 $d>0$，点 A,B 的逆序等边三角形 ABC 如图③所示. 若点 C 恰好落在直线 $y=x+t$ 上，直接写出 t 的取值范围.



参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	A	D	D	D	D	B	B

二、填空题

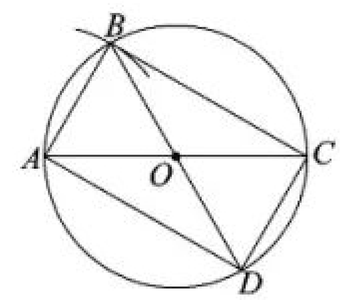
题号	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	$a(b+c)(b-c)$	$c=-1$（答案不唯一）	90	$1\le k\le 4$	$m>-\frac{5}{4}$且$m\neq -1$	$\frac{\sqrt{3}}{5}$	5,3	①②③

三、解答题

17．原式$=3\sqrt{3}+2$　　18．$1<x<2$

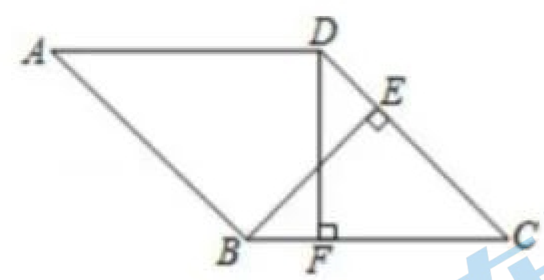
19.（1）补全的图形如图所示：

（2）直径所对的圆周角是直角；AO.



20．原式$=m^2-m=3$

21.证明：（1）∵四边形$ABCD$是菱形



$\therefore BC=DC$

$\because BE\perp CD$于点E，$DF\perp BC$于点F.

$\therefore \angle BEC=\angle DFC=90^\circ$

$\because \angle C=\angle C,\angle BEC=\angle DFC,BC=DC$

$\therefore \triangle BEC\cong\triangle DFC$（AAS）

$\because CE=CF$

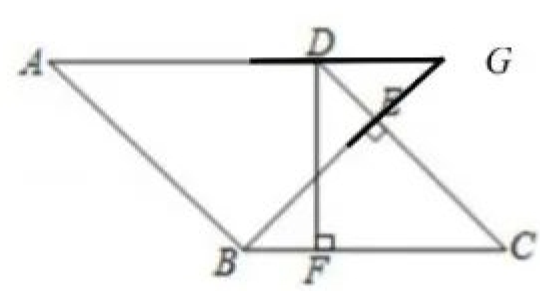
$\therefore CD-CE=CB-CF$

$\therefore BF=DE$.

（2）由题意得$\triangle ABG$为等腰直角三角形，

$\therefore AG=\sqrt{2}AB=\sqrt{2}$

$\therefore DG=AG-AD=\sqrt{2}-1$



22．解：设小路宽为 x 米.

由题意可知

$(16-2x)(9-x)=112$，解得 $x_1=1,x_2=16$

$\because 16-2x>0$

$\therefore x=16$ 舍去

$\therefore x=1$

答：小路宽为 1 米.

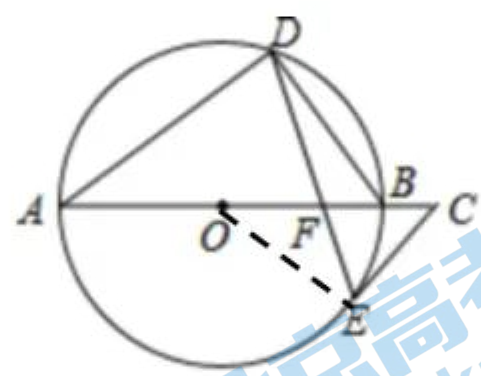
23. （1）$k=4,m=1$

（2）当 $n=1$ 时，P 为（1,1），M 为（0,1），N 为（4,1）

$\therefore PM=1,PN=3,$即$PN=3PM.$

（3）$0<n\le 1$

24.（1）如图，连接 OE,设 $\angle BDE=\alpha$，由题意知 $\angle A=2\alpha$，



$\because \overset{\frown}{BE}=\overset{\frown}{BE}$

$\therefore \angle BOE=2\alpha=\angle A$

$\because AB$是$\odot O$的直径

$\therefore \angle ADB=90^{\circ}$

$\therefore \angle A+\angle ABD=90^{\circ}$

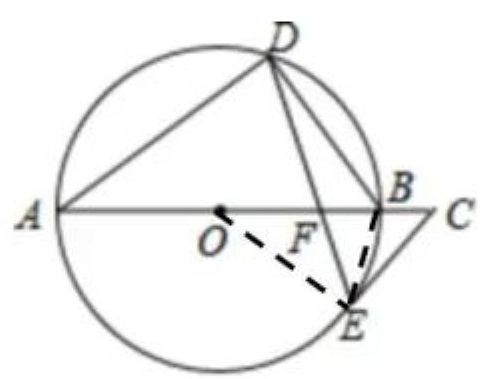
$\because \angle C=\angle ABD$

$\therefore \angle COE+\angle C=90^{\circ}$

$\therefore \angle OEC=90^{\circ}$

$\because OE$是半径

$\therefore CE$是$\odot O$的切线



（2）连接 BE,

$\because \angle BOE=\angle A$

又$\because \overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{BD}$

$\therefore \angle DEB = \angle A$

$\therefore \angle DEB = \angle BOE$

又$\because \angle OBE = \angle OBE$

$\therefore \triangle OEB \backsim \triangle EFB$

$\therefore \dfrac{BE}{BF} = \dfrac{OB}{BE} = \dfrac{OE}{EF}$， $OB = 5, BF = 2,$

$\therefore OF = 3,$

$\therefore BE = \sqrt{10}$， $EF = \sqrt{10}$.

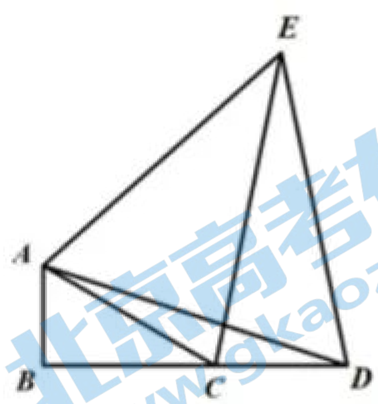
25. （1）$\dfrac{3}{50}$ （2）$>$ （3）②

26. （1）$y = -6a(x-1) + x^2$,因此经过定点（1,1）

（2）$\dfrac{2}{3} < a \le \dfrac{6}{5}$或$a < 0$

（3）$1 < a \le \dfrac{3+\sqrt{14}}{5}$ 或 $a = \dfrac{1+\sqrt{2}}{3}$

27 （1）80



（2）$\triangle AED$为等边三角形

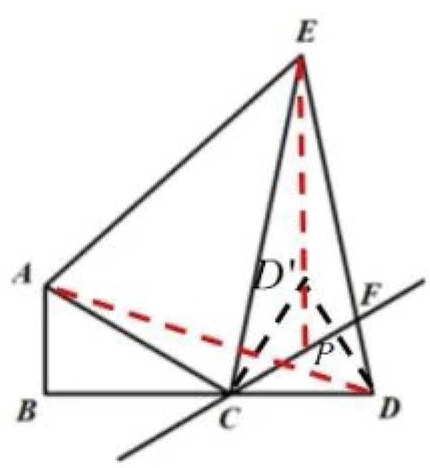
设$\angle EAC = \angle ECA = \alpha, \angle ECD = \angle EDC = \beta$，

则$\angle AEC = 180° - 2\alpha, \angle CAD = 180 - 2\beta,$

由题意知$\angle ACD = \alpha + \beta = \angle BAC + \angle B = 150°$，

故$\angle AED = 360° - 2(\alpha + \beta) = 60°$ $\because AE=EC=ED$，

$\therefore \triangle AED$为等边三角形



（3）$PE - PD = 2AB$

$\because \angle CFD = \alpha, \angle EDC = \beta, \alpha + \beta = 150°$

$\therefore \angle FCD = 180° - (\alpha + \beta) = 30°$

作D'与D关于直线CF对称，易知$\triangle CDD'$是等边三角形

$PE-PD=PE-PD'\le ED'$，

当 $PE-PD$ 的值最大时，P 在 ED' 的延长线与 CF 的交点处. 即 $PE-PD=ED'$

在$\triangle CDA$ 和$\triangle D'DE$ 中，

$\because CD=D'D, DA=DE, \angle ADC=\angle EDD'=\beta-60$

$\therefore \triangle CDA\cong\triangle D'DE$（SAS）

$\therefore AC=ED'$

又$\because$ 在$Rt\triangle ABC$中，$\angle ACB=30°$,

$\therefore AC=2AB$

即 $PE-PD=PE-PD'=ED'=2AB$

28.（1）$\left(1,2\sqrt{3}\right)$，$\left(5,2\sqrt{3}\right)$

（2）$-\frac{1}{2}\le x_C\le\frac{3}{2}$

（3）$\frac{3}{2}\sqrt{3}-\sqrt{2}+\frac{1}{2}<t\le\frac{5}{2}\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\frac{1}{2}$

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘’ 精益求精、专业严谨 ‘’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。