

数 学

2019.11

一、选择题：（每小题 4 分，共 32 分，请将答案填入下表）

- 若  $a, b, c \in R$ ，且  $a > b$ ，则下列结论一定成立的是（ ）
 

A.  $ac > bc$       B.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$       C.  $a^2 > b^2$       D.  $a - c > b - c$
- 等差数列  $\{a_n\}$  中， $S_{10} = 120$ ，那么  $a_1 + a_{10}$  的值是
 

A. 12      B. 24      C. 36      D. 48
- 椭圆  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$  的左、右焦点为  $F_1, F_2$ ，一直线过  $F_1$  交椭圆于  $A, B$  两点，则  $\triangle ABF_2$  的周长为
 

A. 32      B. 16      C. 8      D. 4
- 数列  $\{a_n\}$  中，如果  $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n$ ，且  $a_1 = 2$ ，那么数列的前 5 项的和  $S_5$  等于
 

A.  $\frac{31}{8}$       B.  $-\frac{31}{8}$       C.  $\frac{31}{32}$       D.  $-\frac{31}{32}$
- 已知  $x > 0$ ，函数  $y = \frac{4}{x} + x$  的最小值是
 

A. 5      B. 4      C. 8      D. 6
- 不等式  $ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的解集为  $R$ ，那么
 

A.  $a < 0, \Delta < 0$       B.  $a < 0, \Delta \leq 0$       C.  $a > 0, \Delta \geq 0$       D.  $a > 0, \Delta > 0$
- 已知  $\{a_n\}$  为等比数列，下面结论中正确的是（ ）
 

A.  $a_1 + a_3 \geq 2a_2$       B. 若  $a_1 = a_3$ ，则  $a_1 = a_2$   
 C.  $a_1^2 + a_3^2 \geq 2a_2^2$       D. 若  $a_3 > a_1$ ，则  $a_4 > a_2$
- 已知椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  上总存在点  $P$ ，使得  $PF_1$  与  $PF_2$  垂直，其中  $F_1, F_2$  是椭圆的焦点，那么椭圆的离心率的范围是
 

A.  $[\sqrt{2} - 1, \frac{1}{2}]$       B.  $[0, \sqrt{2} - 1]$       C.  $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$       D.  $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$

二、填空题：（每题 4 分，共计 24 分）

- 已知等比数列  $\{a_n\}$  中， $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 = 32$ ，则  $a_3 =$  \_\_\_\_\_。
- 若不等式  $ax^2 + bx + 2 > 0$  的解集为  $\{x | -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}\}$ ，则  $a + b =$  \_\_\_\_\_。
- 双曲线  $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$  的渐近线方程为 \_\_\_\_\_。
- 抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ ，准线为  $l$ ，则以  $F$  为圆心且与  $l$  相切的圆的方程为 \_\_\_\_\_。
- 椭圆  $\frac{x^2}{k+8} + \frac{y^2}{9} = 1$  的离心率  $e = \frac{1}{2}$ ，则  $k$  的值等于 \_\_\_\_\_。
- 在数 1 和 100 之间插入  $n$  个实数，使得这  $n + 2$  个数构成递增的等比数列，将这  $n + 2$  个数的乘积记作  $T_n$ ，令  $a_n = \lg T_n (n \in N^*)$ ，则数列  $\{a_n\}$  的通项公式为 \_\_\_\_\_。

三、解答题：（共 44 分）

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $a_n = 14 - 3n$

(1) 证明数列 $\{a_n\}$ 为等差数列;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n$

(3) 求当 $n$ 为何值时,  $S_n$ 有值, 最大值为多少?

16. 解关于 $x$ 的不等式 $ax^2 + (1 - a)x - 1 > 0$

17. 已知点 $A(1,2)$ 是抛物线 $C: y^2 = 2px$ 与直线 $l: y = kx + b$ 的一个交点

(I) 求抛物线 $C$ 的方程;

(II) 若抛物线 $C$ 的焦点到直线 $l$ 的距离为 $\sqrt{2}$ , 求直线 $l$ 的方程.

18. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的左焦点为 $F_1$ , 直线 $l: y = x - 2$ 与椭圆 $C$ 交于 $A$ 、 $B$ 两点

(1) 求 $|AB|$ ;

(2) 求 $\triangle ABF_1$ 的面积.

19. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = a_2 = 1, a_{n+2} = a_n + 2(-1)^n, (n \in N^*)$ .

(I) 写出 $a_3, a_5$ 的值;

(II) 设 $b_n = a_{2n}$ , 求 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(III) 记数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ , 求数列 $\{S_{2n} - 18\}$ 的前 $n$ 项和 $T_n$ 的最小值.

