

2023—2024 学年海南省高考全真模拟卷(一)

数 学

1. 本试卷满分 150 分,测试时间 120 分钟,共 4 页.
2. 考查范围:集合、常用逻辑用语、不等式、函数、导数.

一、选择题(本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A = \{x | -1 \leq x < 3\}$, $B = \{x | 4^x > 4\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) =$

- A. $\{x | -1 \leq x < 1\}$ B. $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$
C. $\{x | 1 \leq x < 3\}$ D. $\{x | x < 3\}$

2. 已知集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{x | x = n + 1, n \in A\}$, $P = A \cup B$, 则 P 的子集共有

- A. 4 个 B. 8 个
C. 16 个 D. 32 个

3. 已知 a 为实数,则“ $2^{a^2} > 2^a$ ”是“ $a > 1$ ”的

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

4. 命题“ $\forall a \in \mathbb{R}$, 函数 $y = ax^2 + 1$ 是偶函数”的否定是

- A. $\forall a \in \mathbb{R}$, 函数 $y = ax^2 + 1$ 不是偶函数
B. $\exists a \in \mathbb{R}$, 函数 $y = ax^2 + 1$ 不是偶函数
C. $\forall a \in \mathbb{R}$, 函数 $y = ax^2 + 1$ 是奇函数
D. $\exists a \in \mathbb{R}$, 函数 $y = ax^2 + 1$ 是奇函数

5. 设 $x > 2$, 则函数 $y = 4x - 1 + \frac{4}{x-2}$ 的最小值为

- A. 7 B. 8
C. 14 D. 15

6. 函数 $f(x) = x + \sin x - 2$ 的零点所在的大致区间为

- A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$
C. $(2, 3)$ D. $(3, 4)$

7. 已知 $a = 3^{0.2}$, $b = 0.2^3$, $c = \log_3 0.2$, 则

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$
C. $c > a > b$ D. $b > c > a$

8. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的奇函数,且 $f(1) = 3$, $f(5-x) = -f(1-x)$, 则 $f(2024) + f(2023) =$

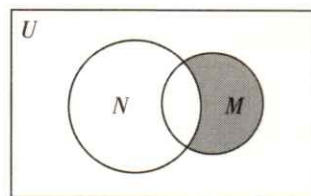
- A. -3 B. 0 C. 3 D. 6

二、选择题(本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分)

9. 若 $a > b$, 则下列不等关系中,一定成立的是

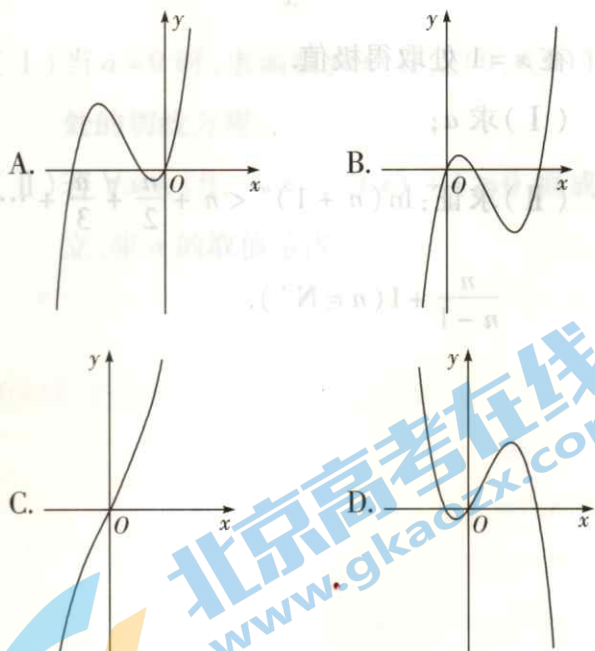
- A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $\frac{1}{a^2} < \frac{1}{b^2}$
C. $4^a > 4^b$ D. $a^3 + a > b^3 + b$

10. 图中阴影部分所表示的集合是



- A. $M \cap \complement_U N$ B. $N \cap \complement_U M$
C. $M \cap \complement_U (N \cap M)$ D. $(\complement_U M) \cap (\complement_U N)$

11. 函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + 2x$ ($a \in \mathbf{R}$) 的大致图象可能为



12. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 其导函数为 $f'(x)$, 且 $2f(x) + f'(x) = x, f(0) = -\frac{1}{4}$, 则

- A. $f(-1) > -2$
- B. $f(1) > -\frac{1}{4}$
- C. $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数
- D. $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数

三、填空题(本题共4小题,每小题5分,共20分)

13. 已知集合 $S = \{a^2, a, 0\}$, 若 $1 \in S$, 则实数 $a =$ _____.

14. 已知 $x < 0$, 若 $\frac{-2x^2 + ax - 32}{x}$ ($a \in \mathbf{R}$) 的最小值是6, 则 $a =$ _____.

15. 定义: 实数域上的狄利克雷(Dirichlet)函数表示为 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ 为有理数,} \\ 0, & x \text{ 为无理数,} \end{cases}$ 则 $g(x) = (\sqrt{2}f(x) - x)(f(x) + 4x)$ 有 _____ 个零点.

16. 已知函数 $f(x) = e^x + \frac{ax^2}{2}$ 在 $(0, +\infty)$ 上既有极大值也有极小值, 则实数 a 的取值范围为 _____.

题号	1	2	3	4	5	6
答案						
题号	7	8	9	10	11	12
答案						
13.	_____		14. _____			
15.	_____		16. _____			

四、解答题(本题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (10分)

已知函数 $f(x) = x^2(4x - m), m > 0$.

(I) 当 $m = 4$ 时, 求 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的值域;

(II) 若 $f(x)$ 的极小值为 -2 , 求 m 的值.

18. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1+ax}{x} + a \ln x (a \in \mathbf{R})$.

(I) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 求 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上的最小值 $g(a)$.

19. (12分)

如图,某企业有甲、乙、丙三个工厂,甲、乙厂分别位于笔直河岸的岸边 A, B 处,丙厂与甲、乙厂在河的同侧,位于 C 处, CD 垂直于河岸,垂足为 D ,且 D 与 C 相距 20 千米, D 与 A 相距 60 千米, B 与 A 相距 20 千米. 现要在此岸边 BD (不包括端点) 之间建一个物流供货站 E , 假设运输时从供货站到甲、乙、丙三厂均沿直线行驶, 从供货站到甲、乙厂的运输费用均为每千米 $2a$ 元, 从供货站到丙厂运输费用是每千米 $5a$ 元, 问: 供货站 E 建在岸边何处才能使总运输费用最省?



20. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{\ln x + a}{x} - 1 (a \in \mathbf{R})$, 且 $f(x)$

在 $x=1$ 处取得极值.

(I) 求 a ;

(II) 求证: $\ln(n+1)^n < n + \frac{n}{2} + \frac{n}{3} + \dots +$

$$\frac{n}{n-1} + 1 (n \in \mathbf{N}^*).$$

21. (12分)

已知函数 $f(x) = \frac{\sin x - ax - 1}{e^x} (a \in \mathbf{R})$.

(I) 当 $a=0$ 时, 求函数 $f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(II) 若 $\forall x \in [0, +\infty), f(x) + 1 \geq 0$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = x^2 - a \ln x (a \in \mathbf{R})$.

(I) 判断函数 $f(x)$ 的单调性;

(II) 设 $g(x) = f^2(x) - f(x) - 2 \ln f(x)$, 证明: 当 $a=2$ 时, 函数 $g(x)$ 有三个零点.



0
0
0
0
装
订
线
内
不
要
答
题
0
0
0
0