



南充市教育科学研究所学生成绩查询APP下载网址  
查分网址: <http://www.sxw.cn/download>

秘密★启封并使用完毕前【考试时间：2022年10月18日下午15:00-17:00】

# 南充市高2023届高考适应性考试（零诊）

## 理科数学

### 注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x \in \mathbb{Z} | y = \sqrt{2 - |x|}\}$ ,  $B = \{-3, 1, 2, 3\}$ , 则  $A \cap B$  的子集个数是 ( )  
A. 2个      B. 3个      C. 4个      D. 8个
2. 在复平面内，复数  $z$  对应的点的坐标是  $(1, -2)$ , 则  $z + \frac{2}{i}$  的共轭复数为 ( )  
A.  $1 + 4i$       B.  $1 - 4i$       C.  $4 + i$       D.  $4 - i$
3. 已知存在直线  $l, m$  与平面  $\alpha, \beta$ , 其中  $l \subset \alpha, m \subset \beta$ , 则下列命题中正确的是 ( )  
A. 若  $\alpha \parallel \beta$ , 则必有  $l \parallel m$       B. 若  $\alpha \perp \beta$ , 则必有  $l \perp m$   
C. 若  $l \perp \beta$ , 则必有  $\alpha \perp \beta$       D. 若  $\alpha \perp \beta$ , 则必有  $m \perp \alpha$
4. 将函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \frac{\pi}{6}) (\omega > 0)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{6\omega}$  个单位，得到函数  $y = g(x)$  的图象，若  $y = g(x)$  在  $[0, \frac{\pi}{3}]$  上为增函数，则  $\omega$  的取值范围是 ( )  
A.  $(\frac{3}{2}, 2)$       B.  $(0, \frac{3}{2}]$       C.  $(0, \frac{3}{2})$       D.  $(\frac{3}{2}, 2]$
5. 当前新冠病毒仍然肆虐，已经成为全球性威胁。为了检测某种新冠病毒疫苗的效果，现随机抽取100只小白鼠进行试验，得到如下  $2 \times 2$  列联表：则下列说法一定正确的是 ( )

	感染	未感染	总计
注射	10	40	50
未注射	20	30	50
总计	30	70	100

附： $k^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$  (其中

$n = a + b + c + d$ )。临界值表：

$P(k^2 \leq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
$k_0$	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

- A. 有99.5%的把握认为“小白鼠有无被感染与是否注射疫苗有关”  
 B. 有99.5%的把握认为“小白鼠有无被感染与是否注射疫苗无关”  
 C. 在犯错误的概率不超过0.005的前提下，认为“小白鼠有无被感染与是否注射疫苗无关”  
 D. 在犯错误的概率不超过0.05的前提下，认为“小白鼠有无被感染与是否注射疫苗有关”
6. 已知 $\triangle ABC$ 中， $BC=3$ ， $AC=4$ ， $AB=5$ ，点 $P$ 是 $AC$ 边上的任意一点，则 $\overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 的最小值是( )

- A.  $-\frac{25}{4}$       B.  $-4$       C.  $-\frac{9}{4}$       D.  $0$

7. 设点 $P$ 为双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的渐近线和抛物线 $C: y^2 = 2x$ 的一个公共点，若

$P$ 到 $C$ 的焦点距离为 $\frac{3}{2}$ ，则双曲线 $E$ 的离心率为( )

- A.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$       B.  $\sqrt{3}$       C.  $\frac{\sqrt{15}}{3}$       D.  $\frac{\sqrt{21}}{3}$

8. 在数列 $\{a_n\}$ 中， $a_n = n + \frac{16}{n}$ ，则 $|a_1 - a_2| + |a_2 - a_3| + \dots + |a_{15} - a_{16}|$ 的值为( )

- A. 18      B. 24      C. 28      D. 34

9. 已知圆 $M: x^2 + y^2 + 2y - 2 = 0$ ，点 $P(a, b)$ 是圆 $M$ 上的动点，则( )

- A.  $a+b$ 的最大值为 $\sqrt{6}+1$       B.  $a(b+1)$ 的最大值为3

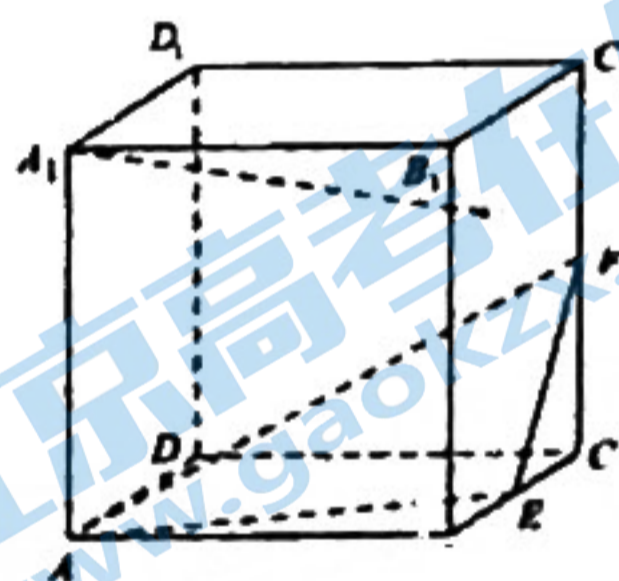
- C.  $a^2 + b^2$ 的最小值为 $\sqrt{3}-1$       D.  $\frac{b+1}{a-2}$ 的最大值为 $\sqrt{3}$

10. 如图所示，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为2， $E, F$ 分别是棱

$BC, CC_1$ 的中点，动点 $P$ 在正方形 $BCC_1B_1$ （包括边界）内运动，

若 $PA_1 \parallel$ 面 $AEF$ ，则线段 $PA_1$ 长度的最小值是( )

- A.  $\sqrt{5}$       B. 3      C.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$       D.  $2\sqrt{3}$



11. 设函数 $y = f(x)$ 是定义在 $R$ 上的奇函数，满足 $f(x-2) + f(x) = 0$ . 当 $x \in [-1, 1]$ 时， $f(x) = x^3$ ，

则下列结论中正确的是( )

- A. 函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称      B. 函数 $y = f(x)$ 在区间 $[7, 9]$ 单调递减  
 C. 当 $x \in [-1, 2023]$ 时， $f(x)$ 有1012个零点      D. 函数 $y = f(x)$ 的图象关于点 $(1, 0)$ 对称

12. 已知函数 $f(x) = \frac{x}{e^x}$ ，过点 $(a, b)$ 作曲线 $f(x)$ 的切线，下列说法正确的是( )

A. 当 $0 < a < 2$ 时，可作两条切线，则 $b$ 的值为 $\frac{4-a}{e^2}$

B. 当 $a=2$ ， $b > 0$ 时，可作两条切线

C. 当 $a=0$ ， $b = \frac{4}{e^2}$ 时，有且仅有一条切线

D. 当 $a=0$ 时，可作三条切线，则 $0 < b < \frac{4}{e^2}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 设函数  $f(x) = \begin{cases} 1/x, & x \geq 0 \\ 1)^x, & x < 0 \end{cases}$ ，则  $f[f(-2)] =$  \_\_\_\_\_。

14. 已知  $(1-2x)^n$  的二项展开式中第3项与第9项的二项式系数相等，则展开式中  $x$  项的系数为 \_\_\_\_\_。

15. 随着高三学习时间的增加，很多高三同学心理压力加大。通过心理问卷调查发现，某校高三年级有5位学生心理问题凸显，需要心理老师干预。已知该校高三年级有3位心理老师，每位心理老师至少安排1位学生，至多安排3位学生，则共有 \_\_\_\_\_ 种心理辅导安排方法。

16. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，方程  $x^2 + |y| = 3$  对应的曲线为  $E$ 。有以下结论

①曲线  $E$  上的点到直线  $x+y=4$  距离的最小值为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ；

②曲线  $E$  关于原点中心对称；

③曲线  $E$  上的点到原点距离的最小值为  $\frac{\sqrt{11}}{2}$ ；

④曲线  $E$  是封闭图形，其围成的面积等于  $8\sqrt{3}$ 。

其中，所有正确结论的序号是 \_\_\_\_\_。

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共60分

17. 已知等比数列  $\{a_n\}$  公比为  $q$ ，前  $n$  项和为  $S_n$ ，并且满足  $S_4 - S_1 = 28$ ， $a_3 + 2$  是  $a_2$  和  $a_4$  的等差中项。

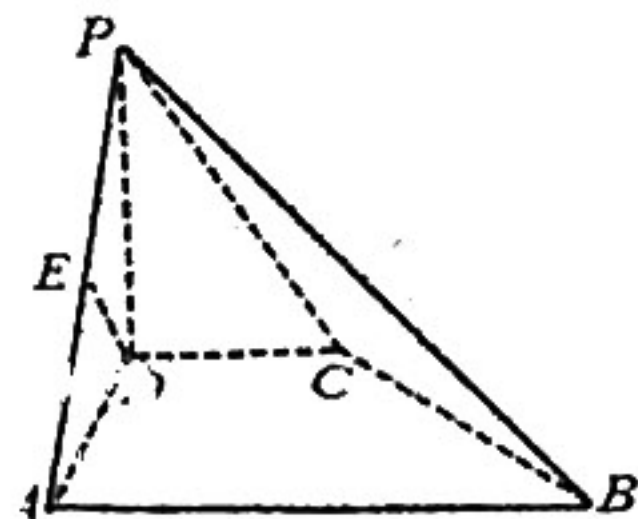
(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；

(2) 若  $\{a_n\}$  是递增数列，且  $b_n = a_n \log_2 a_n$ ， $T_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$ ，求  $T_n$ 。

18. 如图，在四棱锥  $P-ABCD$  中， $PD \perp$  平面  $ABCD$ ， $AB \parallel DC$ ， $AB \perp AD$ ， $CD = AD = \frac{1}{2} AB = 2$ ， $\angle PAD = 45^\circ$ ， $E$  是  $PA$  的中点， $G$  在线段  $AB$  上，且满足  $CG \perp BD$ 。

(1) 求证： $DE \parallel$  平面  $PBC$ ；

(2) 求二面角  $G-PC-B$  的正弦值。



19. 甲、乙两所学校进行排球比赛，采用五局三胜制(先赢3局的学校获胜，比赛结束)，比赛规则如下：先进行男生排球比赛，共比赛两局，后进行女生排球比赛，直到分出胜负。按

照以往比赛经验，在男生排球比赛中，每局甲校获胜的概率为 $\frac{3}{4}$ ，乙校获胜的概率为 $\frac{1}{4}$ ，

在女生排球比赛中，每局甲校获胜的概率为 $\frac{1}{4}$ ，乙校获胜的概率为 $\frac{3}{4}$ ，每局比赛结果

相互独立.

(1) 求甲校以 3:1 获胜的概率;

(2) 当比赛结束时，设比赛局数为  $X$ ，求  $X$  的分布列及数学期望.

20. 已知椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，且  $a - b = 1$ .

(1) 求椭圆  $E$  的方程;

(2) 过点  $P(4, 0)$  且斜率不为 0 的直线  $l$  与  $E$  自右向左依次交于点  $A, B$ ，点  $Q$  在线段  $AB$

上，且  $\frac{|PA|}{|PB|} = \frac{|QA|}{|QB|}$ ，求证： $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$  为定值.

21. 已知函数  $f(x) = 2a(x-1)e^x - x^2$  (其中  $a \in \mathbf{R}, e = 2.71828 \dots$  是自然对数的底数).

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 设  $g(x) = f(x+1)$ ，对任意  $x \in (0, +\infty)$ ，不等式  $g(x) - \ln x + x^2 + x > 0$  恒成立，

求  $a$  的取值范围.

(二) 选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22. 在直角坐标系  $xOy$  中，曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 1 + \cos t \\ y = -1 + \sin t \end{cases}$  ( $t$  为参数)，以坐标原点为极点，

以  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线  $l$  的极坐标方程为  $\sqrt{3}\rho \sin \theta - \rho \cos \theta + \sqrt{3} = 0$ .

(1) 求曲线  $C$  的普通方程和直线  $l$  的直角坐标方程;

(2) 若直线  $l$  与曲线  $C$  交于  $A, B$  两点，点  $P$  的直角坐标为  $(0, -1)$ ，求  $||PA| - |PB||$  的值.

23. 不等式  $|x-2| + |x-4| < 4$  的解集为  $(n, m)$ .

(1) 求  $n$  的值;

(2) 设  $a, b, c \in \mathbf{R}^+$ ，且  $a^2 + b^2 + c^2 = n$ ，求  $a + 2b + 3c$  的最大值.

# 南充市高 2023 届高三适应性考试 ( 零诊 )

## 理科数学参考答案及评分细则

一. 选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	A	C	B	D	B	B	A	D	C	C	D

二. 填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 3      14. -20      15. 150      16. ②③④

三. 解答题

17. (1) 解: 由题可得  $a_2 + a_3 + a_4 = 28$ ,  $2(a_1 + 2) = a_2 + a_4$ ,

则  $3a_3 + 2 = 28 - a_3$ ,

解得  $a_3 = 8$  所以  $a_2 + a_4 = 20$  ..... 2 分

于是有  $\begin{cases} a_1q + a_1q^3 = 20, \\ a_1q^2 = 8, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} a_1 = 2, \\ q = 2 \end{cases}$  或  $\begin{cases} a_1 = 32, \\ q = \frac{1}{2}. \end{cases}$  ..... 4 分

当  $a_1 = 2, q = 2$  时,  $a_n = 2^n$ ; ..... 5 分

当  $a_1 = 32, q = \frac{1}{2}$  时,  $a_n = (\frac{1}{2})^{n-6}$  ..... 6 分

(2) 因为  $\{a_n\}$  是递增的数列, 所以  $a_n = 2^n$ .

可得  $b_n = a_n \log_2 a_n = n \times 2^n$ , ..... 8 分

所以  $T_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n = 1 \times 2^1 + 2 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + \dots + n \times 2^n$  ①

则  $2T_n = 1 \times 2^2 + 2 \times 2^3 + \dots + (n-1) \times 2^n + n \times 2^{n+1}$  ② ..... 10 分

② - ①, 得  $-T_n = 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n - n \times 2^{n+1}$

即数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n = 2 + (n-1) \times 2^{n+1}$  ..... 12 分

18. (1) 取  $PB$  的中点  $F$ , 连接  $EF, CF$ , 因为  $E$  是  $PA$  的中点, 所以  $EF \parallel AB$ , 且  $EF = \frac{1}{2} AB$ ,

因为  $CD = \frac{1}{2}AB$ ，且  $AB \parallel DC$ ，所以  $EF \parallel CD$  且  $EF = CD$ ，

所以四边形  $CDEF$  是平行四边形，可得  $DE \parallel CF$ ，

因为  $CF \subset$  面  $PBC$ ， $DE \not\subset$  面  $PBC$ ，所以  $DE \parallel$  平面  $PBC$

(2) 因为  $AB \parallel DC$ ， $AB \perp AD$ ，所以  $AD \perp CD$ ，

因为  $PD \perp$  平面  $ABCD$ ， $DA \subset$  面  $ABCD$ ， $DC \subset$  面  $ABCD$ ，所以  $DA$ ， $DC$ ， $DP$  两两垂直，

以  $D$  为原点，分别以  $DA$ ， $DC$ ， $DP$  所在的直线为  $x, y, z$  轴建立空间直角坐标系，

因为  $\angle PAD = 45^\circ$ ，在等腰直角三角形  $APD$  中， $DP = DA = 2$ ，

则  $D(0,0,0)$ ， $P(0,0,2)$ ， $C(0,2,0)$ ， $B(2,4,0)$ ，设  $G(2,t,0)$ ，

$\overrightarrow{CG} = (2, t-2, 0)$ ， $\overrightarrow{BD} = (-2, -4, 0)$ ，由  $\overrightarrow{CG} \cdot \overrightarrow{BD} = -4 - 4(t-2) = 0$ ，可得：  $t = 1$ ，

所以  $G(2,1,0)$ ， $\overrightarrow{CG} = (2, -1, 0)$ ， $\overrightarrow{PC} = (0, 2, -2)$ ， $\overrightarrow{PB} = (2, 4, -2)$ ，

设平面  $GPC$  的一个法向量为  $\overrightarrow{m} = (x_1, y_1, z_1)$ ，

$$\text{由 } \begin{cases} \overrightarrow{CG} \cdot \overrightarrow{m} = x_1 - \frac{1}{2}y_1 = 0 \\ \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{m} = y_1 - z_1 = 0 \end{cases}, \text{ 令 } x_1 = 1, \text{ 则 } y_1 = 2, z_1 = 2, \text{ 所以 } \overrightarrow{m} = (1, 2, 2),$$

设平面  $PBC$  的一个法向量为  $\overrightarrow{n} = (x_2, y_2, z_2)$ ，

$$\text{由 } \begin{cases} \overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{n} = x_2 + 2y_2 - z_2 = 0 \\ \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{n} = y_2 - z_2 = 0 \end{cases}, \text{ 令 } y_2 = 1, \text{ 则 } z_2 = 1, x_2 = -1, \text{ 所以 } \overrightarrow{n} = (-1, 1, 1),$$

$$\text{所以 } |\cos \langle \overrightarrow{m}, \overrightarrow{n} \rangle| = \frac{|\overrightarrow{m} \cdot \overrightarrow{n}|}{|\overrightarrow{m}| \cdot |\overrightarrow{n}|} = \frac{-1 + 2 + 2}{3 \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

所以二面角  $G-PC-B$  的正弦值为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  .....12分

19. (1) 甲校以 3:1 获胜，说明甲校前 3 局中赢 2 局，并且第 4 局赢，故概率为

$$C_3^2 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{33}{256}, \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 由题意， $X$  的所有可能取值为 3, 4, 5. ....6分

$$P(X=3) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{16} \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$P(X=4) = \frac{33}{256} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + C_2^1 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{45}{128} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

关注北京高考在线官方微信：北京高考资讯(微信号:bjgkzx)，获取更多试题资料及排名分析信息。

$$P(X=5) = 1 - P(X=3) - P(X=4) = \frac{59}{128} \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

故  $X$  的分布列为

$X$	3	4	5
$P$	$\frac{3}{16}$	$\frac{45}{128}$	$\frac{59}{128}$

.....10分

$$\text{期望值 } E(X) = 3 \times \frac{3}{16} + 4 \times \frac{45}{128} + 5 \times \frac{59}{128} = \frac{547}{128} \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

20. 解: (1) 由 
$$\begin{cases} e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ a^2 = b^2 + c^2 \\ a - b = 1 \end{cases}$$
 得  $a = 2, b = 1$ .

故椭圆  $E$  的方程为:  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ .....4分

(2) 设直线  $l: y = k(x-4), (k \neq 0)$

已知  $P(4,0)$ , 设  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), Q(x_0, y_0)$ .....5分

$$\begin{cases} \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \\ y = k(x-4) \end{cases}$$

$$(4k^2 + 1)x^2 - 32k^2x + 4(16k^2 - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow k \in (-\frac{\sqrt{3}}{6}, 0) \cup (0, \frac{\sqrt{3}}{6}) \\ x_1 + x_2 = \frac{32k^2}{4k^2 + 1} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{4(16k^2 - 1)}{4k^2 + 1} \end{cases} \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

由  $\begin{vmatrix} PA \\ PB \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} QA \\ QB \end{vmatrix}$  得  $\frac{4-x_1}{4-x_2} = \frac{x_1-x_0}{x_0-x_2}$  获取更多试题资料及排名分析信息。

$$\text{则 } x_Q = \frac{4(x_1 + x_2) - 2x_1x_2}{8 - (x_1 + x_2)} = \frac{4 \times \frac{32k^2}{4k^2 + 1} - 2 \times \frac{4 \times (16k^2 - 1)}{4k^2 + 1}}{8 - \frac{32k^2}{4k^2 + 1}} =$$

因为  $\overline{OP} = (4, 0)$ ,  $\overline{OQ} = (1, x_Q)$

所以  $\overline{OP} \cdot \overline{OQ} = 4 \dots\dots\dots 12$  分

21 解: (1)  $f(x) = 2a(x-1)e^x - x^2$  ( $a > 0, x \in R$ ) 得  $f'(x) = 2x(ae^x - 1)$

① 当  $a \leq 0$  时  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  单调递增,  $(0, +\infty)$  单调递减.....1 分

② 当  $0 < a < 1$  时,  $-\ln a > 0$ .

$f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  单调递增,  $(0, -\ln a)$  单调递减,  $(-\ln a, +\infty)$  单调递增: .....2 分

③ 当  $a = 1$  时,  $-\ln a = 0$ .

$f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  单调递增: .....3 分

④ 当  $a > 1$  时,  $-\ln a < 0$ .

$f(x)$  在  $(-\infty, -\ln a)$  单调递增,  $(-\ln a, 0)$  单调递减,  $(0, +\infty)$  单调递增: .....4 分

(2)  $g(x) = f(x+1) = 2ax \cdot e^{x+1} - (x+1)^2$ ,

任意  $x \in (0, +\infty)$ , 不等式  $g(x) - \ln x + x^2 + x > 0$  恒成立.

得  $2ae > \frac{x + \ln x + 1}{xe^x}$ , 令  $h(x) = \frac{x + \ln x + 1}{xe^x}$ , ( $x > 0$ )..... 6 分

$h'(x) = \frac{(x+1)(-x-\ln x)}{x^2 e^x}$ , 令  $p(x) = -x - \ln x$ .

易知  $p(x) = -x - \ln x$  在  $(0, +\infty)$  单调递减,  $p(\frac{1}{e}) = -\frac{1}{e} + 1 > 0$ ,  $p(1) = -1 < 0$ .

则存在唯一  $x_0 \in (\frac{1}{e}, 1)$ , 使得  $p(x_0) = -(x_0 + \ln x_0) = 0$  ..... 8 分

$h(x) = \frac{x + \ln x + 1}{xe^x}$  在  $(0, x_0)$  单调递增,  $(x_0, +\infty)$  单调递减.

由  $h'(x_0) = 0$  得  $x_0 + \ln x_0 = 0$  ..... 10 分

所以  $2ae > h(x_0) = \frac{x_0 + \ln x_0 + 1}{x_0 e^{x_0}} = \frac{x_0 + \ln x_0 + 1}{e^{x_0 + \ln x_0}} = 1$ .

关注北京高考在线官方微信: 北京高考资讯(微信号:bjgkzx), 获取更多试题资料及排名分析信息。



所以  $a \in (\frac{1}{2e}, +\infty)$  ..... 12 分

22 (1) 解: 因为曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x=t+\frac{1}{t} \\ y=t-\frac{1}{t} \end{cases}$  ( $t$  为参数)

所以曲线  $C$  的普通方程为:  $x^2 - y^2 = 4$  ..... 2 分

因为  $\begin{cases} x = \rho \cos \theta \\ y = \rho \sin \theta \end{cases}$ , 直线  $l$  的极坐标方程为  $\sqrt{3}\rho \sin \theta - \rho \cos \theta + \sqrt{3} = 0$

所以直线  $l$  的直角坐标方程为  $\sqrt{3}y - x + \sqrt{3} = 0$ , 即  $x - \sqrt{3}y - \sqrt{3} = 0$  ..... 5 分

(2) 点  $P(0, -1)$  在直线  $l$  上, 直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2}m \\ y = -1 + \frac{m}{2} \end{cases}$  ( $m$  为参数) ..... 6 分

设点  $A, B$  对应参数分别为  $m_1, m_2$ , 则  $|PA| = |m_1|, |PB| = |m_2|$ .

由  $x^2 - y^2 = 4$  和直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2}m \\ y = -1 + \frac{m}{2} \end{cases}$  ( $m$  为参数) 得

$$m^2 + 2m - 10 = 0$$

$\begin{cases} \Delta > 0 \\ m_1 + m_2 = -2 \\ m_1 \cdot m_2 = -10 \end{cases}$  ..... 8 分

$|PA| - |PB| = ||m_1| - |m_2|| = |m_1 + m_2| = 2$  ..... 10 分

23. 解: (1)  $|x-2| + |x-4| < 4$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ 2x-6 < 4 \end{cases}$  或  $\begin{cases} 2 < x < 4 \\ 2 < 4 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x \leq 2 \\ 6-2x < 4 \end{cases}$  ..... 3 分

$\Leftrightarrow x \in (1, 5)$  ..... 4 分

已知不等式  $|x-2| + |x-4| < 4$  的解集为  $(n, m)$

则  $n=1, m=5$  ..... 5 分

(2) 已知  $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ , 且  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ . 由柯西不等式得

( $a+2b+x$ )<sup>2</sup>  $\leq$  ( $a^2+b^2+c^2$ ) ( $1^2+2^2+3^2$ ) = 14

故  $a + 2b + 3c \leq \sqrt{14}$ .

当且仅当  $a = \frac{b}{2} = \frac{c}{3}$  时, 即  $a = \frac{\sqrt{14}}{14}$ ,  $b = \frac{\sqrt{14}}{7}$ ,  $c = \frac{3\sqrt{14}}{14}$  时等号成立.....9分

所以  $(a + 2b + 3c)_{\max} = \sqrt{14}$  ..... 10分

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯