## 2019 北京十一中高一(上)期中

## 数 学

## 一、选择题(共10小题; 共50分)

- 1. 已知集合  $A = \{1,2,3\}$  ,则下列可以作为 A 的子集的是 ( )
  - A. 1, 2
- B.  $\{1, 2, 4\}$
- C.  $\{1,4\}$
- D. {1,2
- 2. 设集合  $A = \{1,2,3\}$ ,  $B = \{2,3,4\}$ , 则  $A \cup B = \{1,2,3\}$ 
  - A.  $\{1, 2, 3, 4\}$
- B. {1,2,3}
- c.  $\{2,3,4\}$
- D.  $\{1,3,4\}$

- 3. 函数  $f(x) = \frac{\lambda}{x}$  的单调递减区间为 ( )
  - A.  $(-\infty, +\infty)$

- B.  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
- C.  $(-\infty, 0), (0, +\infty)$
- D.  $(0, +\infty)$
- 4. 命题 P: "∀x ∈ ( $-\infty$ ,0),  $3^x$  ≥  $4^x$ "的否定  $^-$  P 为 ( )
  - A.  $\forall x \in (-\infty, 0), 3^x < 4^x$

- B.  $\forall x \in (-\infty, 0), 3^x \le 4^x$
- C.  $\exists x_o \in (-\infty, 0), 3^{x_o} < 4^{x_o}$
- D.  $\exists x_0 \in (-\infty, 0), 3^{x_0} < 4^{x_0}$
- 5. 函数  $y = x + \frac{2}{x}(x \ge 0)$  取得最小值时的自变量 x 等于 (
  - A.  $\sqrt{2}$
- B.  $2\sqrt{2}$
- G 1
- D. 3
- 6. 函数  $f(x) = x^2 2x + 3$ ,  $x \in [0,3]$  的值域是 ( )
  - A. [3,6]
- B. [2,6]
- C. [2,3]
- D. [0,3]
- 7. 下列函数中,在其定义域内既是奇函数又是减函数的是()

- A. y = 2x + 1 B.  $y = -x^2$  C. y = -2x D.  $y = (\frac{1}{2})^x$
- 8. 函数  $y = \sqrt{2x-1} (4x-3)^0$  的定义域为(
  - A.  $\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4},+\infty\right)$

C.  $(-\infty, \frac{1}{2}]$ 

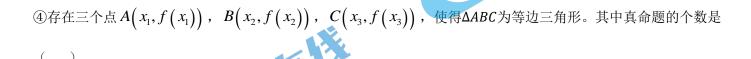
- D.  $\left(-\infty, \frac{3}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4}, +\infty\right)$
- 9.  $\Im p: \left| x \frac{1}{2} \right| < \frac{1}{2}, q: 2^x \ge 1, \ \, \text{Mpl} \ \, p \not \in q \text{ in }$ 
  - A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

- D. 既不充分又不必要条件
- 10. 德国著名数学家狄利克雷在数学领域成就显著,以其名命名的函数f(x)  $\begin{cases} 1, x$ 为有理数 称为狄利克雷函数,0, x为无理数

则关于函数 f(x) 有以下四个命题:

- ②函数f(x)是偶函数;
- ③任意一个非零有理数 T, f(x+T)=f(x) 对任意 $x \in R$ 恒成立;

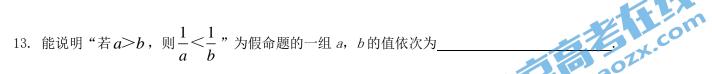


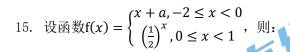
- A. 4

- D. 1

11. \(\psi\)\(\frac{1}{2}\): 
$$2^{\frac{1}{2}} + \frac{(-4)^0}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{1}{2}$$

12. 不等式  $\frac{2x-1}{x+2}$  < 0 的解集为 \_\_\_\_\_\_\_





$$1)f\left(\frac{1}{2}\right) = \underline{\hspace{1cm}};$$

- 16. 已知 $x \in R$ ,定义: A(x)表示不小于 x的最小整数,如  $A(\sqrt{3}) = 2$ , A(-1,2) = -1.

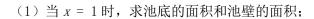
若 A(2x+1)=3,则 x 的取值范围是\_\_\_\_\_;

若 x>0 且  $A(2x \cdot A(x)) = 5$ ,则 x 的取值范围是\_\_\_\_\_\_.

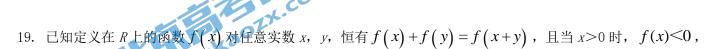
- 三、解答题(共4小题;共46分)
- 17. 已知不等式  $x^2$  2x 3<0 的解集为 A,不等式  $x^2$  + x 6<0 的解集为 B。
  - (1) 求集合 A, 集合 B;



18. 某游泳馆要建造一个容积为 8 立方米,深为 2 米的长方体形状的无盖水池,已知池底和池壁的造价分别是 120 元/平方米和 80 元/平方米,设底面一边的长为 x 米(长方体的容积是长方体的底面积乘以长方体的高)



- (2) 求总造价 y (元) 关于底面一边长 x (米) 的函数解析式;
- (3) 当 x 为何值时,总造价最低,最低造价为多少元?





- (1) 求f(0)的值;
  - (2) 求证: f(x) 为奇函数;
  - (3) 求f(x)在[-3,6]上的最大值与最小值;



- 20. 已知函数  $f(x) = ka^x$  (k 为常数, a > 0 且  $a \ne 1$ ) 的图象过点 A (0, 1) 和点 B (2, 16)
  - (1) 求函数的解析式;
  - (2)  $g(x) = b + \frac{1}{f(x)+1}$  是奇函数, 求常数 b 的值:
  - (3) 对任意的 $x_1, x_2 \in R$ 且 $x_1 \neq x_2$ ,试比较 $f(\frac{x_1 + x_2}{2})$ 与 $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$ 的大小。

## 2019 北京十一中高一(上)期中数学参考答案

第一部分

1. D 2. A 3. C 4. C 5. A 6. B 7. C 8. B 9. A 10. A

第二部分

11. 
$$2\sqrt{2}+1$$

12. 
$$(-2, \frac{1}{2})$$

13. 1,-1 (答案不唯



15. 
$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$
,  $(1,\frac{5}{2}]$ 

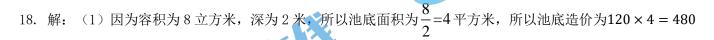
16. 
$$\left(\frac{1}{2}, 1\right]$$
,  $\left(1, \frac{4}{5}\right]$ 

第三部分

17. (1) 
$$A = \{x \mid -1 \le x \le 3\}$$
,  $B = \{x \mid -3 \le x \le 2\}$ 

(2) 
$$C_R A = \{x | x \le -1 \text{ if } x \ge 3\}$$
  $C_R A \cap B = \{x | -3 < x \le -1\}$ 

$$C_R A \cap B = \{x \mid -3 < x \le -1\}$$



底面积为4平方米,所以另一边长为一米。 元。因为深为2米,底面一边长

 $\frac{4}{x} \times 2 = 4x + \frac{16}{x}$ ,  $\therefore y = 80 \times \left(4x + \frac{16}{x}\right) + 480 = 320x + \frac{1280}{x} + 480, (x > 0)$ ;

(2) 由 (1) 知, 
$$y = 320x + \frac{1280}{x} + 480, (x \ge 0)$$
,所以 $y = 320x + \frac{1280}{x} + 480 \ge 2\sqrt{320x \cdot \frac{1280}{x}} + 480 = 2\sqrt{320x \cdot \frac{1280}{x}}$ 

1760, 当且仅当  $320x = \frac{1280}{x}$ ,即 x = 2 > 0时,取得最小值 1760, .. 当x = 2 时,总造价最低,最低造价为 1760

元。

19. (1) 令 
$$x = y = 0$$
,可得  $f(0) + f(0) = f(0+0) = f(0)$ ,从而,  $f(0) = 0$ .

(2) 令 
$$y = -x$$
, 可得  $f(x) + f(-x) = f(x - x) = f(0) = 0$ . 即  $f(-x) = -f(x)$ , 故  $f(x)$  为奇函数。

(3) 对任意
$$x_1, x_2 \in R$$
,且 $x_1 > x_2$ ,则 $x_1 - x_2 > 0$ ,于是 $f(x_1 - x_2) < 0$ .

$$f(x_1) - f(x_2) = f[(x_1 - x_2) + x_2] - f(x_2) = f(x_1 - x_2) + f(x_2), \text{ Mff } f(x_2) = f(x_1 - x_2) < 0.$$

所以 f(x) 在 R 上为减函数,所求函数的最大值为 f(-3) ,最小值为 f(6) 。

因为
$$f(-3) = -f(3) = -[f(2) + f(1)] = -[2f(1) + f(1)] = -3f(1) = 2$$

$$f(6) = -f(-6) = -[f(-3) + f(-3)] = -4$$
,所以  $f(x)$  在 $[-3,6]$  上的最大值为 2,最小值为 - 4。

20. (1) 将 
$$A$$
 (0,1) 和点  $B$  (2,16) 代入  $f(x)$  得  $\begin{cases} k=1 \\ k \cdot a^2 = 16 \end{cases}$  解  $\begin{cases} k=1 \\ a=4 \end{cases}$  故  $f(x) = 4^x$ 

(2) 由 (1) 得 
$$g(x) = b + \frac{1}{4^x + 1}$$
,若  $g(x)$  是奇函数,则  $g(-x) = b + \frac{1}{4^{-x} + 1} = b + \frac{4^x}{4^x + 1} = -b - \frac{1}{4^x + 1}$ ,解

得 $b=-\frac{1}{2}$ 。

(3) 因为
$$f(x)$$
的图象是凹函数,所以 $f(\frac{x_1+x_2}{2}) = \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$ 

证明如下:

$$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) = 4^{\frac{x_1+x_2}{2}}, \quad \frac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{2} = \frac{4^{x_1}+4^{x_2}}{2} > \frac{2\sqrt{4^{x_1+x_2}}}{2} = 4^{\frac{x_1+x_2}{2}}, \quad \text{if} f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}.$$