2021 北京海淀高三二模

数　学

2021.05

本试卷共 6 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题纸一并交回。

第一部分(选择题共 40 分)

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1)在平面直角坐标系 xOy 中，角 θ 以 Ox 为始边，终边经过点 $(-3,4)$，则 $\cos\theta =$

(A) $\frac{4}{5}$　　(B) $\frac{3}{5}$　　(C) $-\frac{3}{5}$　　(D) $-\frac{4}{5}$

(2)设 $a\in R$.若 $(2+i)(a-i)=-1-3i$，则 $a=$

(A)-1　　(B)-2　　(C)1　　(D)2

(3)已知 $a=0.3^{15}, b=\log_{1.5}0.3, c=1.5^{0.3}$，则

(A) $a<b<c$　　(B) $b<a<c$

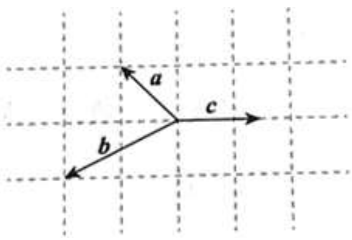
(C) $a<c<b$　　(D) $b<c<a$

(4)已知 F 为抛物线 $y^2=4x$ 的焦点， $P(x_0,y_0)$ 是该抛物线上的一点.若 $|PF|>2$，则

(A) $x_0\in(0,1)$　　(B) $x_0\in(1,+\infty)$

(C) $y_0\in(2,+\infty)$　　(D) $y_0\in(-\infty,2)$

(5)向量 a，b，c 在边长为 1 的正方形网格中的位置如图所示，若 e 为与 c 同方向的单位向量，则 $(a+b)\cdot e=$



(A)1.5　　(B)2　　(C)-4.5　　(D)-3

(6)已知实数 x，y 满足 $x^2+y^2+4x-6y+12=0$，则 x 的最大值是

(A)3　　(B)2　　(C)-1　　(D)-3

(7)已知指数函数 $f(x)=a^x$，将函数 $f(x)$ 的图象上的每个点的横坐标不变，纵坐标扩大为原来的 3 倍，得到函数 $g(x)$ 的图象，再将 $g(x)$ 的图象向右平移 2 个单位长度，所得图象恰好与函数 $f(x)$ 的图象重合，则 a 的值是

(A) $\frac{3}{2}$　　(B) $\frac{2}{3}$　　(C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　(D) $\sqrt{3}$

(8)已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ (如图 1)，点 P 在侧面 CDD_1C_1 内(包括边界).若三棱锥 B_1-ABP 的俯视图为等腰直角三角形(如图 2)，则此三棱锥的左视图不可能是

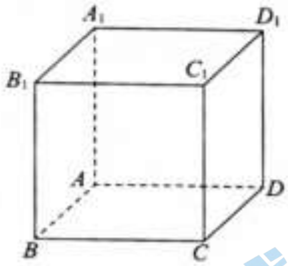
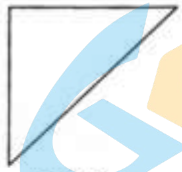


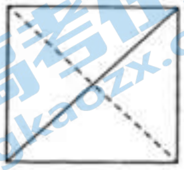
图1



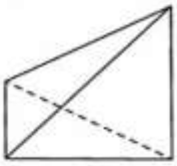
俯视图

图2

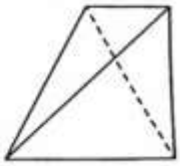
(A)



(B)



(C)



(D)

(9)已知实数 α,β."$\alpha+\beta=2k\pi,k\in Z$" 是"$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha+\sin\beta$"的

(A)充分而不必要条件　　(B)必要而不充分条件

(C)充分必要条件　　(D)既不充分也不必要条件

(10)已知函数 $f(x)=\begin{cases} x^2-\mathrm{ax}+2, x\geq a \\ |x+a|, x<a \end{cases}$，若对于任意正数 k，关于 x 的方程 $f(x)=k$ 都恰有两个不相等的实数根，则满足条件的实数 a 的个数为

(A)0　　(B)1　　(C)2　　(D)无数

第二部分(非选择题共 110 分)

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

(11)已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2, a_{n+1}-2a_n=0(n=1,2,\cdots)$，则 $\{a_n\}$ 的前 6 项和为______。

(12)已知 $(1+2x)^n$ 的展开式的二项式系数之和为 16，则 $n=$______；各项系数之和为_____。(用数字作答)

(13)在△ABC 中， $a=3,b=7,\angle B=\frac{2\pi}{3}$，则△$ABC$ 的面积为______。

(14)已知双曲线 $M:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的左焦点为 F_1，A，B 为双曲线 M 上的两点，O 为坐标原点若四边形 F_1ABO 为菱形，则双曲线 M 的离心率为_____。

(15)普林斯顿大学的康威教授于 1986 年发现了一类有趣的数列并命名为“外观数列”(Look and say sequence)，该数列的后一项由前一项的外观产生.以 $i(i\in N,0\leq i\leq 9)$ 为首项的“外观数列”记作 A_i，其中 A_1 为 $1,11,21,1211,111221,\cdots$，即第一项为 1，外观上看是 1 个 1，因此第二项为 11；第二项外观上看是 2 个 1，因此

第三项为 21；第三项外观上看是 1 个 2，1 个 1，因此第四项为 1211，…，按照相同的规则可得其它 A_i，例如 A_3 为 $3,13,1113,3113,132113,\cdots$ 给出下列四个结论：

①若 A_i 的第 n 项记作 a_n，A_j 的第 n 项记作 b_n，其中 $2\le i<j\le 9$，则 $\forall n\in N^*, a_n-b_n=i-j$；

② A_1 中存在一项，该项中某连续三个位置上均为数字 3；

③ A_1 的每一项中均不含数字 4；

④对于 $k\ge 2, i\ne 1, A_i$ 的第 k 项的首位数字与 A_1 的第 k+2 项的首位数字相同。

其中所有正确结论的序号是______。

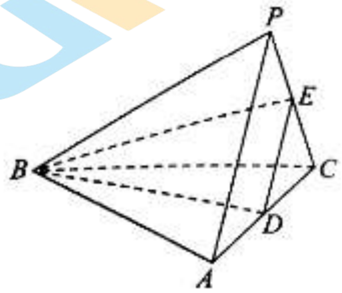
三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

(16)(本小题共 14 分)

如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中， $BC\perp AC, BC\perp PC, AC=BC=6$，$PA=PC=5, D, E$ 分别是 AC，PC 的中点.

(I)求证：平面 $PAC\perp$ 平面ABC；

(II)求二面角 $A-DE-B$ 的余弦值



(17)(本小题共 14 分)

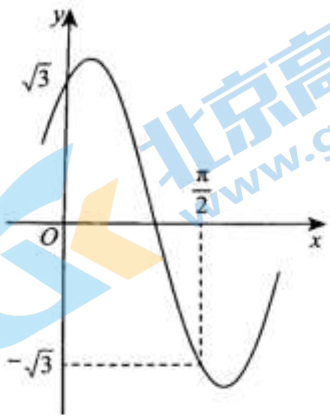
已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示。

(I)直接写出 ω 的值；

(II)再从条件①、条件②中选择一个作为已知，求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{4}\right]$ 上的最小值。

条件①：直线 $x=\dfrac{7\pi}{12}$ 为函数 $y=f(x)$ 的图象的一条对称轴；

条件②：$\left(\dfrac{\pi}{3},0\right)$ 为函数 $y=f(x)$ 的图象的一个对称中心



(18)(本小题共 14 分)

为迎接 2022 年北京冬季奥运会，普及冬奥知识，某地区小学联合开展了“冰雪答题王”冬奥知识竞赛活动.现从参加该活动的学生中随机抽取了 30 名学生，将他们的竞赛成绩(单位：分)用茎叶图记录如下：

男		女
	5	8
8 0	6	6 9
9 8 5	7	0 5 6 6 6 8 8
8 7 6 4 1	8	6 6
8 6 2 2 1	9	5 8 8

(I)从该地区参加该活动的男生中随机抽取 1 人，估计该男生的竞赛成绩在 90 分以上的概率；

(II)从该地区参加该活动的全体男生中随机抽取 2 人，全体女生中随机抽取 2 人，估计这 4 人中男生竞赛成绩在 90 分以上的人数比女生竞赛成绩在 90 分以上的人数多的概率；

(III)为便于普及冬奥知识，现从该地区某所小学参加冬奥知识竞赛活动的学生中随机选取 10 名男生、10 名女生作为冬奥宣传志愿者.记这 10 名男生竞赛成绩的平均数为 μ_1，这 10 名女生竞赛成绩的平均数为 μ_2，能否认为 $\mu_1>\mu_2$，说明理由.

(19)(本小题共 14 分)

椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2,E 是椭圆 C 上一点，且 $|F_1F_2|=2,|EF_1|+|EF_2|=4$.

(I)求椭圆 C 的方程；

(II)M，N 是 y 轴上的两个动点(点 M 与点 E 位于 x 轴的两侧)，$\angle MF_1N=\angle MEN=90^{\circ}$，直线 EM 交 x 轴于点 P，求 $\frac{|EP|}{|PM|}$ 的值.

(20)(本小题共 15 分)

已知函数 $f(x)=x-a\ln x$.

(I)求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

(II)求 $f(x)$ 的单调区间；

(III)若关于 x 的方程 $x-a\ln x=0$ 有两个不相等的实数根，记较小的实数根为 x_0，求证：$(a-1)x_0>a$

(21)(本小题共 14 分)

已知有限集 X，Y，定义集合 $X-Y=\{x|x\in X,且x\notin Y\}$，$|X|$ 表示集合 X 中的元素个数。

(I)若 $X=\{1,2,3,4\},Y=\{3,4,5\}$，求集合 $X-Y$ 和 $Y-X$，以及 $|(X-Y)\cup(Y-X)|$ 的值；

(II)给定正整数 n，集合 $S=\{1,2,\cdots,n\}$ 对于实数集的非空有限子集 A，B，定义集合 $C=\{x|x=a+b,a\in A,b\in B\}$

①求证: $|A-S|+|B-S|+|S-C|\geq 1$；

②求 $|(A-S)\cup(S-A)+|(B-S)\cup(S-B)||+|(C-S)\cup(S-C)|$ 的最小值。

2021 北京海淀高三二模数学

参考答案

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。

题号	（1）	（2）	（3）	（4）	（5）	（6）	（7）	（8）	（9）	（10）
答案	C	A	B	B	D	C	D	D	A	B

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

题号	（11）	（12）	（13）	（14）	（15）
答案	126	4　81	$\frac{15\sqrt{3}}{4}$	$\sqrt{3}+1$	①③④

三、解答题共 6 小题，共 85 分。

（16）（本小题共 14 分）

解：（I）因为 $BC\perp PC$，$AC\perp BC$，$AC\cap PC=C$，$AC\subset$平面 PAC，$PC\subset$平面 PAC，

所以 $BC\perp$平面 PAC.

又因为 $BC\subset$平面 ABC，

所以平面 $ABC\perp$平面 PAC.

（II）连结 PD，因为 $PA=PC$，D 是 AC 的中点，

所以 $AD=DC$，$PD\perp AC$.

过 C 作 $CH//PD$，则 $CH\perp AC$.

因为 $BC\perp$平面 PAC，$CH\subset$平面 PAC，

所以 $BC\perp CH$.

又 $BC\perp AC$，

如图，以 C 为原点，分别以 CB，CA，CH 所在直线为 x 轴，y 轴，z 轴建立空间直角坐标系 $C-xyz$.

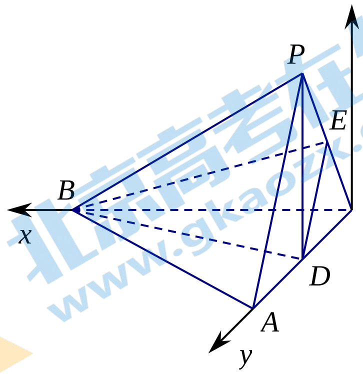
因为 $AC=6,PC=5$，

所以 $PD=4$.

因为 $BC=6$，

所以 $C(0,0,0)$，$B(6,0,0)$，$A(0,6,0)$，$D(0,3,0)$，$P(0,3,4)$.

因为 E 是 PC 的中点，



所以 $E(0,\frac{3}{2},2)$.

所以 $\overrightarrow{DE}=(0,-\frac{3}{2},2)$，$\overrightarrow{DB}=(6,-3,0)$.

设平面 DEB 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}\overrightarrow{DE}\cdot n=0,\\ \overrightarrow{DB}\cdot n=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-\frac{3}{2}y+2z=0,\\ 6x-3y=0.\end{cases}$

令 $x=-2$，则 $y=-4$，$z=-3$.

所以 $n=(-2,-4,-3)$.

由（I）可得：$BC\perp$平面 PAC.

取平面 ADE 的一个法向量为

$m=(1,0,0)$.

所以 $\cos<m,n>=\frac{m\cdot n}{|m||n|}=\frac{-2}{1\times\sqrt{29}}=-\frac{2\sqrt{29}}{29}$.

所以二面角 $A-DE-F$ 的余弦值为 $-\frac{2\sqrt{29}}{29}$.

（17）（本小题共 14 分）

解：（I）$\omega=2$.

（II）选择条件①

因为直线 $x=\frac{7\pi}{12}$ 为函数 $y=f\left(x\right)$ 的图象的一条对称轴，

所以当 $x=\frac{7\pi}{12}$ 时，$2\times\frac{7\pi}{12}+\varphi=\frac{3\pi}{2}+2k\pi$，$k\in Z$，

即 $\varphi=\frac{\pi}{3}+2k\pi$，$k\in Z$.

因为 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，

所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}$.

因为 $f(0)=\sqrt{3}$，

所以 $A\sin=\frac{\pi}{3}=A\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$.

所以 $A=2$.

所以 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$.

因为当 $x\in\left[-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{4}\right]$时，即当 $x=-\frac{\pi}{12}$ 或 $\frac{\pi}{4}$ 时，

$f(x)$取到最小值，最小值为 $f(-\frac{\pi}{12})=f(\frac{\pi}{4})=1$.

选择条件②

因为$(\frac{\pi}{3},0)$为函数 $y=f(x)$ 的图象的一个对称中心，

所以当 $x=\frac{\pi}{3}$ 时，$2\times\frac{\pi}{3}+\varphi=\pi+2k\pi,k\in Z$，

即 $\varphi=\frac{\pi}{3}+2k\pi$，$k\in Z$.

因为 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，

所以 $\varphi=\frac{\pi}{3}$.

因为 $f(0)=\sqrt{3}$，

所以 $A\sin=\frac{\pi}{3}=A\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

所以 $A=2$.

所以 $f(x)=2\sin(2+\frac{\pi}{3})$.

因为当 $x\in[-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{4}]$时，$2x+\frac{\pi}{3}\in[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}]$，

所以当 $2x+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$ 时，即当 $x=-\frac{\pi}{12}$ 或 $\frac{\pi}{4}$ 时，

$f(x)$取到最小值，最小值为 $f(-\frac{\pi}{12})=f(\frac{\pi}{4})=1$.

（18）（本小题共 14 分）

解：（I）由茎叶图可知，随机抽取的 30 名学生中男生有 15 名，其中竞赛成绩在分以上的学生有 5 名.

所以 随机抽取的 15 名男生中竞赛成绩在 90 分以上的频率为 $\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$.

所以 从该地区参加该活动的男生中随机抽取 1 人，该男生的竞赛成绩在 90 分以上的概率估计为 $\frac{1}{3}$.

（II）记 $A_i(i=1,2)$ 表示"第 i 名男生的竞赛成绩在 90 分以上"，$B_j(j=1,2)$ 表示"第 j 名女生的竞赛成绩在 90 分以上"，C 表示"4 人中男生竞赛成绩在 90 分以上的人数比女生竞赛成绩在 90 分以上的人数多".

同（I），从该地区参加该活动的女生中随机抽取 1 人，该女生竞赛成绩在 90 分以上的概率估计为 $\frac{5}{15}=\frac{1}{5}$，则

$$\begin{aligned}P(C)&=P\left(A_1A_2\overline{B_1}\,\overline{B_2}+A_1A_2\overline{B_1}B_2+A_1A_2B_1\overline{B_2}+A_1\overline{A_2}\,\overline{B_1}\,\overline{B_2}\right)\\&=P(A_1)P(A_2)P(\overline{B_1})P(\overline{B_2})+P(A_1)P(A_2)P(B_1)P(\overline{B_2})+P(A_1)P(A_2)P(\overline{B_1})P(B_2)\\&\quad+P(A_1)P(A_2)P(\overline{B_1})P(\overline{B_2})+P(A_1)P(\overline{A_2})P(\overline{B_1})P(\overline{B_2})\\&=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times(1-\frac{1}{5})\times(1-\frac{1}{5})+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}\times(1-\frac{1}{5})+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times(1-\frac{1}{5})\times\frac{1}{5}\\&=\frac{88}{225}.\end{aligned}$$

（III）参考答案：不能确定是否有 $\mu_1>\mu_2$.

上述 10 名男生，10 名女生竞赛成绩的数据是随机的，所以 μ_1,μ_2 是随机的.所以不能确定是否有 $\mu_1>\mu_2$.

（19）（本小题共 14 分）

解：（I）由题意知：$\begin{cases}2c=2,\\2a=4,\\a^2=b^2+c^2.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=2\\b=\sqrt{3}.\end{cases}$

所以 椭圆 C 的方程为

（II）设 $M(0,m)$，$N(0,n)$，$E(x_0,y_0)$.由（I）可知 $F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$.

因为 $\angle MFN=90°$，

所以 $\overrightarrow{ME}\cdot\overrightarrow{NE}=0$，即 $(x_0,y_0-m)\cdot(x_0,y_0-n)=x_0^2+y_0^2+(\frac{1}{m}-m)y_0-1=0$.

又因为 $\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{3}=1$，

所以 $4-\frac{4}{3}y_0^2+y_0^2+(\frac{1}{m}-m)y_0-1=0$.

所以 $-\frac{1}{3}(y_0-\frac{3}{m})(y_0+3m)=0$.

所以 $y_0=\frac{3}{m}$ 或 $y_0=-3m$.

因为点 M 与点 E 位于 x 轴的两侧，即 y_0 与 m 异号，

所以 $y_0=-3m$.

所以 $\frac{|PE|}{|PM|}=\left|\frac{y_0}{m}\right|=\left|\frac{-3m}{m}\right|=3$.

（20）（本小题共 15 分）

解：（I）因为 $f(x)=x-a\ln x$，

所以 $f'(x)=1-\frac{a}{x}$.

所以 $f'(1)=1-a$.

又因为 $f(1)=1$，

所以曲线 $y=f(x)$ 在点$(1,f(1))$处的切线方程为 $y-1=(1-a)(x-1)$，

即 $y=(1-a)x+a$.

（II）$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$.

$f'(x)=1-\frac{a}{x}=\frac{x-a}{x}$.

当 $a\le 0$ 时，$f'(x)>0$，所以 $f(x)$ 的单调递增区间为$(0,+\infty)$.

当 $a>0$ 时，令 $f'(x)=0$，得 $x=a$.

$f(x)$ 与 $f'(x)$ 在区间$(0,+\infty)$上的情况如下：

x	$(0,a)$	a	$(a,+\infty)$
$f(x)$	$-$	0	$+$
$f'(x)$	↘	极小值	↗

所以 $f(x)$ 的单调递减区间为$(0,a)$，单调递增区间为$(a,+\infty)$.

（III）由（II）知：

①当 $a\le 0$ 时，$f(x)$ 在$(0,+\infty)$上单调递增.

所以 $f(x)=0$ 至多有一个实根，不符合题意.

②当 $a>0$ 时， $f(x)$ 在(0,a)上单调递减，在(a,+∞)上单调递增.

所以 $f(x)$ 的最小值为 $f(a)=a-a\ln a$.

若 $f(a)\geq 0$，则 $f(x)\geq 0$，所以 $f(x)=0$ 至多有一个实根，不符合题意.

若 $f(a)<0$，即 $a-a\ln a<0$，得 $a>e$.

又 $f(1)=1>0$，且 $f(x)$ 在(0,a)上单调递减，

所以 $f(x)$ 在(0,a)上有唯一零点.

因为方程 $a-a\ln x=0$ 有两个不相等的实数根，且较小的实数根为 x_0，

所以 $f(x)$ 在(0,a)上的唯一零点就是 x_0.

方法一：

所以 $x_0-a\ln x_0=0$， $x_0\in(1,a)$.

所以 $a=\dfrac{x_0}{\ln x_0}$.

所以“$(a-1)x_0>0$”等价于“$(\dfrac{x_0}{\ln x_0}-1)x_0>\dfrac{x_0}{\ln x_0}$”，即 $x_0-\ln x_0>1$.

由（II）知，当 $a=1$ 时， $f(x)=x-\ln x$ 的最小值为 $f(1)=1$.

又因为 $x_0\neq 1$，所以 $x_0-\ln x_0>1$.

所以 $(a-1)x_0>a$.

方法二：

“$(a-1)x_0>a$”等价于“$x_0>\dfrac{a}{a-1}$”.

又 $\dfrac{a}{a-1}-a=\dfrac{-a^2+2a}{a-1}=\dfrac{-a(a-2)}{a-1}<0$，

所以 $\dfrac{a}{a-1}<a$

因为 $f(x)$ 在(0,a)上单调递减，

所以“$x_0>\dfrac{a}{a-1}$”等价于“$f(x_0)<f(\dfrac{a}{a-1})$”，

即 $f(\dfrac{a}{a-1})=\dfrac{a}{a-1}-a\ln\dfrac{a}{a-1}>0.(*)$

因为 $a>e$，

令 $t=\dfrac{a}{a-1}$，则 $t>1$，$a=\dfrac{t}{t-1}$.

即(*)等价于 $t-\dfrac{t}{t-1}\ln t>0$，即 $t-1-\ln t>0$.

所以“$(a-1)x_0>a$”等价于“$t-1-\ln t>0$”.

令 $g(t)=t-1-\ln t,t>1$.

所以 $g'(t)=1-\dfrac{1}{t}=\dfrac{t-1}{t}$.

当 $t>1$ 时，$g'(t)>0$，所以 $g(t)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增.

所以 $g(t)>g(1)$，而 $g(1)=0$.

所以 $t-1-\ln t>0$ 成立.

所以 $(a-1)x_0>a$.

（21）（本小题共 14 分）

解：（I）$X-Y=\{1,2\}$，$Y-X=\{5\}$，$|(X-Y)\cup(Y\cup X)|=3$.

（II）①显然 $|X|\geq 0$.

若 $A\cup B$ 中含有一个不在 S 中的元素，则 $|A-S|+|B-S|\geq 1$，即

$|A-S|+|B-S|+|S-C|\geq 1$.

若 $A\subseteq S$，且 $B\subseteq S$，则 $|A-S|=|B-S|=0$

此时 A 中最小的元素 $a\geq 1$，B 中最小的元素 $b\geq 1$，

所以 C 中最小的元素 $a+b\geq 2$.

所以 $1\notin C$.

因为 $S=\{1,2,\cdots,n\}$，

所以 $|S-C|\geq 1$，即 $|A-S|+|B-S|+|S-C|\geq 1$.

综上，$|A-S|+|B-S|+|S-C|\geq 1$.

②由①知 $|A-S|+|B-S|+|S-C|\geq 1$.

所以
$$\begin{aligned}&|(A-S)\cup(S-A)|+|(B-S)\cup(S-B)|+|(C-S)\cup(S-C)|\\=&|A-S|+|S-A|+|B-S|+|S-B|+|C-S|+|S-C|\\\geq&|S-A|+|S-B|+|C-S|+1.\end{aligned}$$

若 $A\cap S=\varnothing$，或 $B\cap S=\varnothing$，则 $|S-A|+|S-B|\ge n.$

若 $A\cap S=\varnothing$，且 $B\cap S=\varnothing$，设 $A\cap S=\{a_1,a_2,\cdots,a_s\}$，$B\cap S=\{b_1,b_2,\cdots,b_t\}$

且 $1\le a_1<a_2<\cdots a_s\le n$，$1\le b_1<b_2<\cdots b_t\le n$，

则 $|S-A|=n-s$，$|B-S|=n-t.$

若 $s+t>n$，

因为 $2\le a_1+b_1<a_1+b_2<\cdots<a_1+b_t<a_2+b_t<a_3+b_t<\cdots a_s+b_t$，

所以 $a_1+b_1,a_1+b_2,\cdots,a_1+b_t,a_2+b_t,a_3+b_t,\cdots,a_s+b_t$ 这 $s+t-1$ 个数一定在

集中 C 中，且均不等于 1.

所以 $|S-A|+|S-B|+|C-S|\ge 2n-s-t+(s+t-n)=n.$

所以 $$\begin{aligned}&|(A-S)\cup(S-A)|+|(B-S)\cup(S-B)|+|(C-S)\cup(S-C)|\\ &\ge|S-A|+|S-B|+|C-S|+1\ge n+1.\end{aligned}$$

当 $A=B=S$，$C=\{2,3,\cdots,2n\}$ 时，

$|(A-S)\cup(S-A)|+|(B-S)\cup(S-B)|+|(C-S)\cup(S-C)|=n+1.$

所以 $|(A-S)\cup(S-A)|+|(B-S)\cup(S-B)|+|(C-S)\cup(S-C)|$ 的最小值是 $n+1.$