

## 成都市 2019 级高中毕业班第二次诊断性检测

### 数 学(文科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第 I 卷(选择题)1 至 2 页,第 II 卷(非选择题)2 至 4 页,共 4 页,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

#### 注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用 0.5 毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

#### 第 I 卷 (选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知  $i$  为虚数单位,则  $i^3(1+i) =$

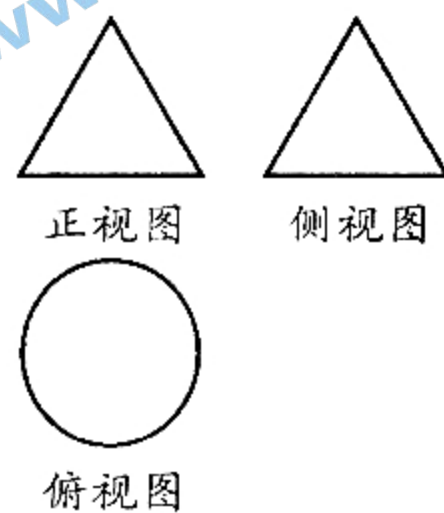
- (A)  $1+i$                       (B)  $1-i$                       (C)  $-1+i$                       (D)  $-1-i$

2. 设集合  $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 3\}$ . 若集合  $B$  满足  $A \cup B = \{1, 2, 3\}$ , 则满足条件的集合  $B$  的个数为

- (A) 1                              (B) 2                              (C) 3                              (D) 4

3. 如图是一个几何体的三视图,其中正视图与侧视图都是边长为 2 的等边三角形,俯视图是直径为 2 的圆. 则该几何体的表面积为

- (A)  $3\pi$                               (B)  $2\pi$   
(C)  $\sqrt{3}\pi$                               (D)  $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$



4. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & 0 < x < 4, \\ f(x-2), & x \geq 4. \end{cases}$  则  $f(6) =$

- (A) 1                              (B) 2                              (C)  $\log_2 6$                               (D) 3

5. 在区间  $(-2, 4)$  内随机取一个数  $x$ , 使得不等式  $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 < 0$  成立的概率为

- (A)  $\frac{1}{4}$                               (B)  $\frac{1}{3}$                               (C)  $\frac{2}{3}$                               (D)  $\frac{3}{4}$

6. 设经过点  $F(1, 0)$  的直线与抛物线  $y^2 = 4x$  相交于  $A, B$  两点. 若线段  $AB$  中点的横坐标为 2, 则  $|AB| =$

- (A) 4                              (B) 5                              (C) 6                              (D) 7



7. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ . 若  $a_1 = \frac{1}{4}$ ,  $S_{n+1} = S_n + a_n + \frac{1}{2}$ , 则  $S_{20} =$   
 (A) 10 (B) 20 (C) 100 (D) 400
8. 若曲线  $y = \ln x + x^2 + 1$  在点  $(1, 2)$  处的切线与直线  $ax + y - 1 = 0$  平行, 则实数  $a$  的值为  
 (A) -4 (B) -3 (C) 4 (D) 3
9. 在等比数列  $\{a_n\}$  中, 已知  $a_1 > 0$ , 则“ $a_2 > a_3$ ”是“ $a_3 > a_6$ ”的  
 (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件  
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
10. 在三棱锥  $P-ABC$  中, 已知  $PA \perp$  底面  $ABC$ ,  $PA = AC = 2$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ . 若三棱锥  $P-ABC$  的顶点均在球  $O$  的表面上, 则球  $O$  的半径为  
 (A) 1 (B)  $\sqrt{2}$  (C)  $\sqrt{3}$  (D) 2
11. 在不考虑空气阻力的条件下, 火箭的最大速度  $v$  (单位: km/s) 与燃料的质量  $M$  (单位: kg), 火箭(除燃料外)的质量  $m$  (单位: kg) 的函数关系是  $v = 2000 \ln(1 + \frac{M}{m})$ . 当燃料质量与火箭质量的比值为  $t_0$  时, 火箭的最大速度可达到  $v_0$  km/s. 若要使火箭的最大速度达到  $2v_0$  km/s, 则燃料质量与火箭质量的比值应为  
 (A)  $2t_0^2$  (B)  $t_0^2 + t_0$  (C)  $2t_0$  (D)  $t_0^2 + 2t_0$
12. 已知  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ . 若  $4a^2 \cos^2 B + 4b^2 \sin^2 A = 3b^2 - 3c^2$ , 则  $\cos A$  的最小值为  
 (A)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  (B)  $\frac{\sqrt{7}}{3}$  (C)  $\frac{\sqrt{7}}{4}$  (D)  $\frac{3}{4}$

## 第 II 卷 (非选择题, 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 某区域有大型城市 18 个, 中型城市 12 个, 小型城市 6 个. 为了解该区域城市空气质量情况, 现采用分层抽样的方法抽取 6 个城市进行调查, 则应抽取的大型城市的个数为\_\_\_\_\_.
14. 已知  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $BC = 2$ ,  $D$  为  $AC$  边上的动点, 则  $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BC} =$ \_\_\_\_\_.
15. 定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数  $f(x)$  满足  $f(x) = f(2-x)$ , 且当  $x \in [0, 1]$  时,  $f(x) = x^2$ . 则函数  $g(x) = f(x) - \frac{x-2}{7}$  的所有零点之和为\_\_\_\_\_.
16. 已知  $F_2$  为双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右焦点, 经过  $F_2$  作直线  $l$  与双曲线的一条渐近线垂直, 垂足为  $A$ , 直线  $l$  与双曲线的另一条渐近线在第二象限的交点为  $B$ . 若  $|AF_2| = \frac{1}{3}|BF_2|$ , 则双曲线的离心率为\_\_\_\_\_.



三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

某中学为研究课外阅读时长对语文成绩的影响,随机调查了 50 名学生某阶段每人每天课外阅读的平均时长(单位:分钟)及他们的语文成绩,得到如下的统计表:

平均时长(单位:分钟)	(0,20]	(20,40]	(40,60]	(60,80]
人数	9	21	15	5
语文成绩优秀人数	3	9	10	3

(I) 估算该阶段这 50 名学生每天课外阅读平均时长的平均数(同一组中的数据用该组区间的中点值为代表);

(II) 若从课外阅读平均时长在区间(60,80]的学生中随机选取 3 名进行研究,求所选 3 名学生中至少有 2 名语文成绩优秀的学生的概率.

18. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \sqrt{3} \sin \omega x \cos \omega x + \sin^2 \omega x$ , 其中  $0 < \omega < 6$ , 且  $f(\frac{\pi}{12}) = \frac{1}{2}$ .

(I) 求函数  $f(x)$  的单调递增区间;

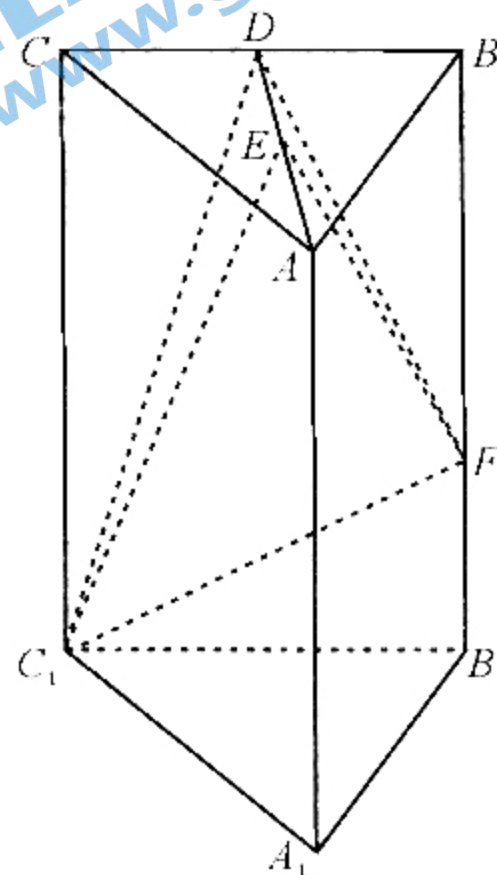
(II) 若  $\theta \in (\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{6})$ , 且  $f(\theta) = \frac{5}{6}$ , 求  $\sin 2\theta$  的值.

19. (本小题满分 12 分)

如图,在三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,已知  $AA_1 \perp$  底面  $A_1B_1C_1$ ,  $AA_1 = 3$ ,  $AB = AC$ ,  $BC = 2$ ,  $D$  为  $BC$  的中点,点  $F$  在棱  $BB_1$  上,且  $BF = 2$ ,  $E$  为线段  $AD$  上的动点.

(I) 证明:  $C_1F \perp EF$ ;

(II) 若三棱锥  $C_1 - DEF$  的体积为  $\frac{5}{3}$ , 求  $\sin \angle EFD$  的值.



20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  经过点  $(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$ , 其右顶点为  $A(2, 0)$ .

(I) 求椭圆  $C$  的方程;

(II) 若点  $P, Q$  在椭圆  $C$  上, 且满足直线  $AP$  与  $AQ$  的斜率之积为  $\frac{1}{20}$ . 证明直线  $PQ$  经过定点, 并求  $\triangle APQ$  面积的最大值.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = e^x - \frac{1}{2}ax^2 - 2a$ , 其中  $a \in \mathbf{R}$ .

(I) 若函数  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增, 求  $a$  的取值范围;

(II) 若函数  $f(x)$  存在两个极值点  $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ , 当  $x_1 + x_2 \in [3\ln 2, \frac{e+1}{e-1}]$  时, 求  $\frac{x_2}{x_1}$  的取值范围.

请考生在第 22, 23 题中任选择一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 作答时, 用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的方程为  $(x-1)^2 + (y-\sqrt{3})^2 = 1$ . 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 直线  $l$  的极坐标方程为  $\theta = \alpha (\rho \in \mathbf{R})$ , 其中  $\alpha$  为常数且  $\alpha \in [0, \pi)$ .

(I) 求直线  $l$  的普通方程与曲线  $C$  的极坐标方程;

(II) 若直线  $l$  与曲线  $C$  相交于  $A, B$  两点, 求  $\frac{1}{|OA|} + \frac{1}{|OB|}$  的取值范围.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数  $f(x) = \sqrt{4x^2 + 4ax + a^2} - |2x - 3a|, a \in \mathbf{R}$ .

(I) 当  $a = 1$  时, 求函数  $f(x)$  的最大值;

(II) 若对  $\forall m, n \in (0, +\infty)$ , 关于  $x$  的不等式  $f(x) < \frac{1}{m} + \frac{1}{n+2}$  恒成立, 当  $m+n=6$  时, 求  $a$  的取值范围.



## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号：bjgkzx

官方网站：[www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)

咨询热线：010-5751 5980

微信客服：gaokzx2018

关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯\(微信号:bjgkzx\)](https://www.gkaozx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。