

## 2018 北京市十一学校高一（上）期中

### 数 学

考试时间：120 分钟 满分：100 分

命题人：张广丽

一. 选择题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分. 在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 如果 $\{a_n\}$ 为递增数列，则 $\{a_n\}$ 的通项公式可以为（ ）

- A  $a_n = -2n + 3$       B  $a_n = n^2 - 3n + 1$       C  $a_n = \frac{1}{2^n}$       D  $a_n = 1 + \log_2 n$

2. 已知 $-9, a_1, a_2, -1$ 四个实数成等差数列， $-9, b_1, b_2, b_3, -1$ 五个实数成等比数列，则 $b_2(a_2 - a_1)$ 的值等于（ ）

- A  $-8$       B  $8$       C  $-\frac{9}{8}$       D  $\frac{9}{8}$

3. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 27, a_4 = a_3 a_5$ ，则 $a_6 =$ （ ）

- A  $\frac{1}{9}$       B  $\frac{1}{9}$       C  $\frac{1}{27}$       D  $\frac{1}{81}$

4. 在数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = -2, a_{n+1} = 1 - \frac{1}{a_n}$ ，则 $a_{2018} =$ （ ）

- A  $-2$       B  $\frac{1}{9}$       C  $\frac{1}{2}$       D  $\frac{3}{2}$

5. 设数列 $\{x_n\}$ 满足 $\log_a x_{n+1} = 1 + \log_a x_n$ ，且 $x_1 + x_2 + \dots + x_{100} = 100$ ，则 $x_{101} + x_{102} + \dots + x_{200}$ 的值为（ ）

- A  $100a$       B  $101a^2$       C  $101a^{100}$       D  $100a^{100}$

6. 利用数学归纳法证明“ $(n+1)(n+2)\dots(n+n) = 2^n \times 1 \times 3 \times \dots \times (2n-1), n \in N^*$ ”时，从“ $n = k$ ”变到“ $n = k+1$ ”时，左边应增乘的因式是（ ）

- A  $2k+1$       B  $\frac{2k+1}{k+1}$       C  $\frac{(2k+1)(2k+2)}{k+1}$       D  $\frac{2k+3}{k+1}$

7. 现有 200 根相同的钢管，把它们堆放成正三角形垛，要使剩余的钢管尽可能的少，那么剩余钢管的根数为（ ）

- A 9      B 10      C 19      D 29

8. 已知数列 $A: a_1, a_2, \dots, a_n (0 \leq a_1 < a_2, \dots < a_n, n \geq 3)$ 具有性质 $P$ : 对任意 $i, j (1 \leq i \leq j \leq n)$ ， $a_j + a_i$

与  $a_j - a_i$  两数中至少有一个是该数列中的一项，给出下列三个结论：

- (1) 数列  $0, 2, 4, 6$  具有性质  $P$ ；  
 (2) 若数列  $A$  具有性质  $P$ ，则  $a_1 = 0$ ；  
 (3) 若数列  $a_1, a_2, a_3 ((0 \leq a_1 < a_2 < a_3))$  具有性质  $P$ ，则  $a_1 + a_3 = 2a_2$ 。

其中，正确结论的个数是 ( )

- A 3                                  B 2                                  C 1                                  D 0

二. 填空题共 6 小题，每小题 3 分，共 24 分.

9. 已知数列  $1, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots, \sqrt{2n+1}, \dots$ ，是这个数列的第 \_\_\_\_\_ 项.

10. 等比数列  $\{a_n\}$  中， $a_3 = -2$ ，那么  $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5$  的值是 \_\_\_\_\_.

11. 设  $S_n$  是等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和，若  $\frac{a_5}{a_3} = \frac{10}{9}$ ，则  $\frac{S_9}{S_3} =$  \_\_\_\_\_

12. 已知等差数列  $\{a_n\}$  中， $a_2 = 4, a_6 = 16$ ，若在数列  $\{a_n\}$  每相邻两项之间插入三个数，使得新数列也是一个等差数列，则新数列的第 41 项为 \_\_\_\_\_

13. 已知函数  $f(x) = \frac{x}{1+x}$ ,

则  $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2018) + f(\frac{1}{2}) + f(\frac{1}{3}) + \dots + f(\frac{1}{2018}) =$  \_\_\_\_\_

14. 传说古希腊毕达哥拉斯学派的数学家经常在沙滩上面画点或用小石子表示数. 他们研究过如图所示的三角形数：



将三角形数  $1, 3, 6, 10, \dots$  记为数列  $\{a_n\}$ ，将可被 5 整除的三角形数按从小到大的顺序组成一个新数列  $\{b_n\}$ ，

可以推测：(1)  $b_{12}$  是数列  $\{a_n\}$  中的第 \_\_\_\_\_ 项；(2)  $b_{2k-1} =$  \_\_\_\_\_ . (用  $k$  表示)

三. 解答题共 5 小题，共 58 分. 解答应写处文字说明、演算步骤或证明过程.

15. 数列  $\{a_n\}$  是公差大于 0 的等差数列，数列  $\{b_n\}$  是公比为 2 的等比数列， $a_1 = 1$ ， $b_1$  是  $a_1$  与  $a_2$  的等差中项， $b_2$  是  $a_2 - 1$  与  $a_3 - 1$  的等比中项.

(1) (5 分) 求数列  $\{a_n\}$  与  $\{b_n\}$  的通项公式；

(2) (5分) 求数列 $\{a_n + b_n\}$ 的前 $n$ 项和.

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足:  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = 2a_n + 1$ .

(1) (3分) 求证: 数列 $\{a_n + 1\}$ 是等比数列;

(2) (3分) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(3) (4分) 设 $c_n = \frac{a_n + 1}{n(n+1)2^n}$ , 求数列 $\{c_n\}$ 的前 $n$ 项和 $T_n$ .

17. 在数列 $\{a_n\}$ 中,  $a_1 = 1$ , 且满足 $na_{n+1} = (n+1)a_n + n(n+1)2^{-n}$ .

(1) (4分) 令 $b_n = \frac{a_n}{n}$ , 求 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) (5分) 求 $\{a_n\}$ 前 $n$ 项和 $S_n$ ;

(3) (5分) 设 $c_n = (2n - a_n)2^{n-1}$ , 用数学归纳法证明:  $\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \dots + \frac{1}{c_{2^n-1}} < n (n \in N^*, n \geq 2)$ .

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n = 2a_n - 2^{n+1}$ .

(1) (5分) 证明: 数列 $\{\frac{a_n}{2^n}\}$ 是等差数列;

(2) (5分) 若不等式 $2n^2 - n - 3 < (5 - \lambda) a_n$ 对 $\forall n \in N^*$ 恒成立, 求 $\lambda$ 的取值范围.

19. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_2 = 2, a_{2n+1} = a_{2n-1} + 2, a_{2n+2} = 3a_{2n}, n \in N^*$ . 数列 $\{a_n\}$ 的 $n$ 项和 $S_n$ .

(1) (5分) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) (4分) 若  $a_m a_{m+1} = a_{m+2}$ , 求正整数  $m$  的值;

(3) (5分) 是否存在正整数  $m$ , 使得  $\frac{S_{2m}}{S_{2m-1}}$  恰好为数列  $\{a_n\}$  中的一项? 若存在, 求出所有满足条件的  $m$  值? 若不存

在, 说明理由.

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生, 助力千万学子, 圆梦高考。

目前, 北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵, 关注用户超 10 万+。

北京高考在线\_2018 年北京高考门户网站

<http://www.gaokzx.com/>

北京高考资讯微信: bj-gaokao

## 北京高考资讯

### 关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下, 北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。

北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注



北京  
高考

微信公众号: bj-gaokao  
官方网址: [www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)  
咨询热线: 010-5751 5980