秘密★启用前

2023 届“3+3+3”高考备考诊断性联考卷（二）
文科数学

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考场号、座位号填写在答题卡上.
2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.
3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回. 满分 150 分，考试用时 120 分钟.

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x\mid \log_2 x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid 1<x<5\}$，则 $(\complement_U B)\cap A=$

A. $\{x\mid x\leqslant 5\}$　　B. $\{x\mid 0<x\leqslant 1\}$

C. $\{x\mid x\leqslant 4\}$　　D. $\{x\mid 1<x\leqslant 5\}$

2. 若复数 z 满足 $(1-\mathrm{i})z=\mathrm{i}^{2022}$，则 $\bar{z}=$

A. $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　B. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　C. $-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　D. $-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$

3. 为了发展学生的兴趣和个性特长，培养全面发展的人才. 某学校在不加重学生负担的前提下，提供个性、全面的选修课程. 为了解学生对于选修课《学生领导力的开发》的选择意愿情况，对部分高二学生进行了抽样调查，制作出如图 1 所示的两个等高条形图，根据条形图，下列结论正确的是

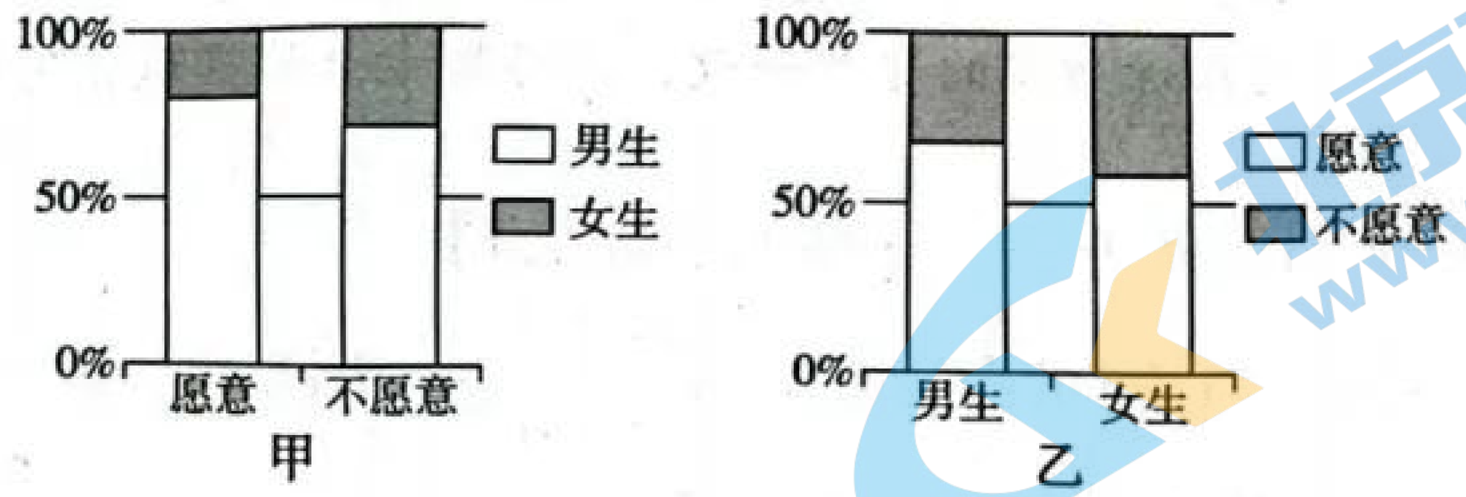

图 1

A. 样本中不愿意选该门课的人数较多

B. 样本中男生人数多于女生人数

C. 样本中女生人数多于男生人数

D. 该等高条形图无法确定样本中男生人数是否多于女生人数

4. 已知实数 x，y 满足 $\begin{cases}x+y-1\leqslant 0,\\ x-y+1\geqslant 0,\\ y\geqslant -1,\end{cases}$ 则 $z=\frac{y-3}{x-3}$ 的最大值为

A. $\frac{3}{2}$　　B. 2

C. 3　　D. 4

5. 若双曲线 C：$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$ 的离心率为 2，C 的一条渐近线被圆 $x^2+y^2-4y=0$ 所截得的弦长为

A. 2　　B. $\sqrt{2}$　　C. 4　　D. $2\sqrt{3}$

6. 在平行四边形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AD=3$，$\cos\angle BAD=\frac{2}{3}$，$\overrightarrow{CM}=3\overrightarrow{MD}$，则 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{MB}=$

A. 2　　B. -2　　C. 4　　D. -4

7. $f(x)=\sqrt{3}\cos 2x-\sin 2x$，下列说法正确的是

①$f\left(x-\frac{\pi}{12}\right)$ 为偶函数；②$f(x)$ 的最小正周期为 2π；

③$f(x)$ 在区间 $\left[0,\ \frac{\pi}{2}\right]$ 上先减后增；④$f(x)$ 的图象关于 $x=\frac{\pi}{6}$ 对称.

A. ①③　　B. ①④　　C. ③④　　D. ②④

8. 镜面反射法是测量建筑物高度的重要方法，在如图 2 所示的模型中. 已知人眼距离地面高度 $h=1.5$m，某建筑物高 $h_1=4.5$m，将镜子（平面镜）置于平地上，人后退至从镜中能够看到建筑物的位置，测量人与镜子的距离 $a_1=1.2$m，将镜子后移 a 米，重复前面中的操作，则测量人与镜子的距离 $a_2=3.2$m，则镜子后移距离 a 为

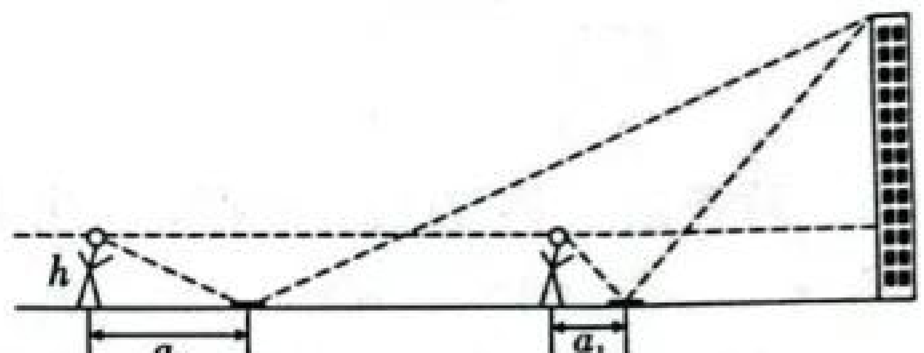

图 2

A. 6m　　B. 5m　　C. 4m　　D. 3m

9. 将 4 个 A 和 2 个 B 随机排成一行，2 个 B 不相邻的概率为

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{4}$

10. 已知函数 $f(x)=xe^x+2a$，$g(x)=\frac{e\ln x}{x}$，对任意 $x_1\in[1,\ 2]$，$\exists x_2\in[1,\ 3]$，都有不等式 $f(x_1)\geqslant g(x_2)$ 成立，则 a 的取值范围是

A. $[-e^2,\ +\infty)$　　B. $\left[\frac{1-e}{2},\ +\infty\right)$

C. $\left[-\frac{e}{2},\ +\infty\right)$　　D. $\left[\frac{1}{2}-e^2,\ +\infty\right)$

11. 如图 3，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle ACB=\frac{2\pi}{3}$，$AC=BC=2$，$BB_1=7$，点 P 在棱 BB_1 上，且 P 靠近 B 点，当 $PA\perp PC_1$ 时，三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为

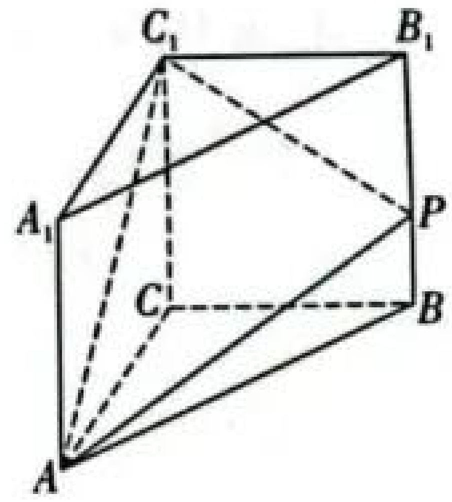

图 3

A. 3π　　B. 4π

C. 10π　　D. 17π

12. 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，$S_3=273$，$na_n-(n-1)a_{n+1}=94(n\in\mathbf{N}^*)$，当数列 $\{a_na_{n+1}a_{n+2}\}(n\in\mathbf{N}^*)$ 的前 n 项和取得最大值时，n 的值为

A. 30　　B. 31

C. 32　　D. 33

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 已知等比数列$\{a_n\}$的前 3 项和为 168，$a_2-a_5=42$，则 $a_3=$________.

14. 在平面直角坐标系 xOy 中，角 θ 是以 O 为顶点，Ox 轴为始边，若角 θ 的终边过点$(3,-4)$，则 $\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$ 的值等于________.

15. 已知抛物线 C：$y^2=4x$ 的焦点为 F，过点 F 作斜率大于 0 的直线 l 与 C 交于 A，B 两点，O 为坐标原点，$\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$，则$\triangle AOB$ 的面积为________.

16. 黎曼函数是一个特殊的函数，由德国数学家波恩哈德·黎曼发现，在数学中有着广泛的应用. 黎曼函数定义在$[0,1]$上，其解析式如下：$R(x)=\begin{cases}\frac{1}{p}, & x=\frac{q}{p}\left(p,\ q\text{ 都是正整数，}\frac{q}{p}\text{是既约真分数}\right),\\ 0, & x=0,\ 1\text{ 或}[0,1]\text{上的无理数}.\end{cases}$ 若函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且对任意的 x 都有 $f(1+x)+f(1-x)=0$，当 $x\in[0,1]$ 时，$f(x)=R(x)$，则 $f(2023)+f\left(-\frac{2023}{5}\right)=$________.

三、解答题（共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 12 分）

某单位为了解职工对垃圾回收知识的重视情况，对本单位的 200 名职工进行考核，然后通过随机抽样抽取其中的 50 名，统计其考核成绩（单位：分），制成如图 4 所示的频率分布直方图.

（1）估计该单位职工考核成绩低于 80 分的人数；

（2）估计该单位职工考核成绩的中位数 t（精确到 0.1）.

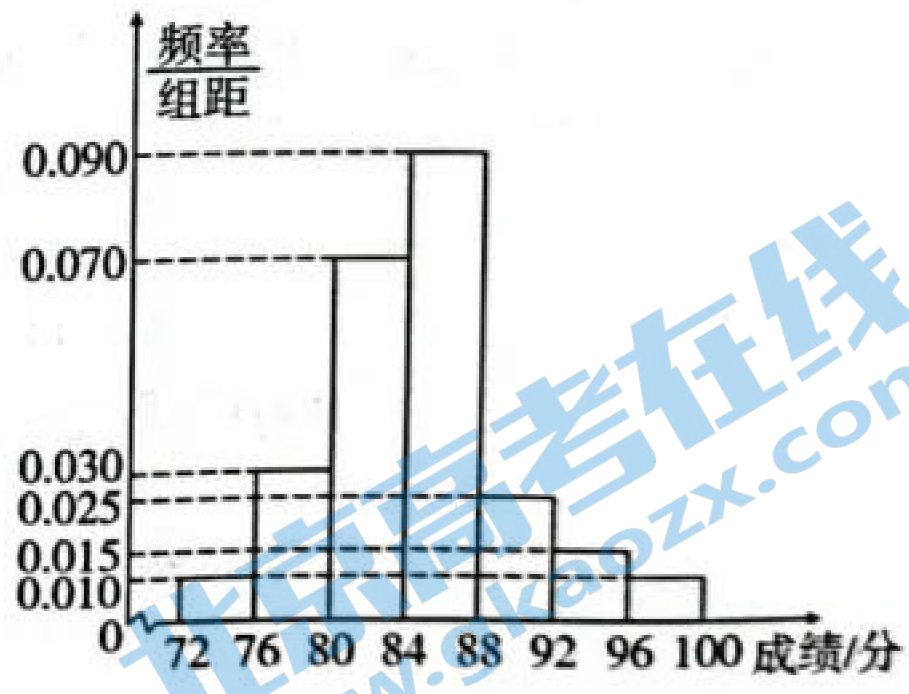

图 4

18.（本小题满分 12 分）

已知锐角$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，且$\frac{\sin A}{\sin B}+\frac{\sin B}{\sin A}=\frac{c^2}{ab}+1$.

（1）求角 C 的大小；

（2）若 $a+b=2$，求 c 的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

如图 5 甲，在四边形 $PBCD$ 中，$PD\,/\!/\,BC$，$PB=BC=CD=AD=PA$. 现将 $\triangle ABP$ 沿 AB 折起得图乙，点 M 是 PD 的中点. 证明：

(1) $PC\perp AB$；

(2) $PC\perp$ 平面 ABM.

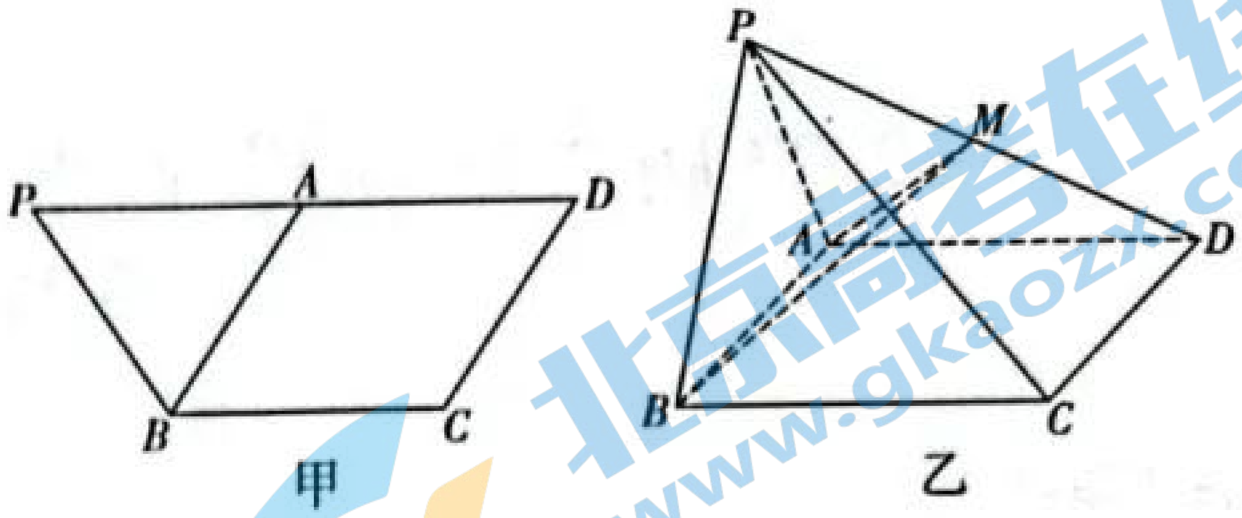

图 5

20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=x\ln x-e^x+1$.

(1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,\ f(1))$ 处的切线方程；

(2) 讨论 $f(x)$ 在 $(0,\ +\infty)$ 上的单调性.

21. (本小题满分 12 分)

抛物线 C_1：$y^2=2px(p>0)$ 的焦点到准线的距离等于椭圆 C_2：$x^2+16y^2=1$ 的短轴长.

(1) 求抛物线 C_1 的方程；

(2) 设 $D(1,\ t)$ 是抛物线 C_1 上位于第一象限的一点，过 D 作圆 E：$(x-2)^2+y^2=r^2$(其中 $0<r<1$)的两条切线，分别交抛物线 C_1 于点 M，N，证明：直线 MN 经过定点.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答，并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致，在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分)【选修 4-4：坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=2-t,\\ y=\sqrt{3}t,\end{cases}$ (t 为参数)，曲线 C：$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$. 以原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求直线 l 的极坐标方程和曲线 C 的参数方程；

(2) 求曲线 C 上一点 N 到直线 l 距离的最小值，并求出此时 N 点的坐标.

23. (本小题满分 10 分)【选修 4-5：不等式选讲】

已知函数 $f(x)=|2x-3|$，$g(x)=3-|x-2|$.

(1) 求不等式 $f(x)\leqslant g(x)$ 的解集 N；

(2) 设 N 的最小数为 n，正数 a，b 满足 $a+b=3n$，求 $\dfrac{b^2+5}{a}+\dfrac{a^2}{b}$ 的最小值.