北京市第八十中学 2022-2023 学年度第一学期期中考试

高二数学试卷　　2022. 11

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分.

1. 空间直角坐标系中，已知 $A(-1,1,3)$，则点 A 关于 xOz 平面的对称点的坐标为（　）

A．$(1,1,-3)$　　B．$(-1,-1,-3)$　　C．$(-1,1,-3)$　　D．$(-1,-1,3)$

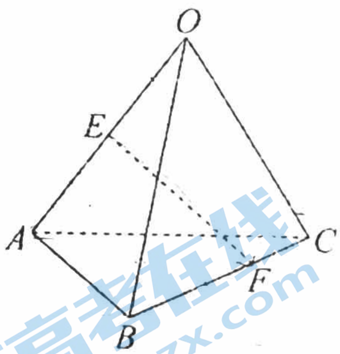
2. 直线 $\sqrt{3}x-y-3=0$ 的倾斜角为（　）

A．120°　　B．60°　　C．30°　　D．150°

3. 双曲线 $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{6}=1$ 的焦点坐标为（　）

A．$(\pm\sqrt{3},0)$　　B．$(0,\pm\sqrt{3})$　　C．$(\pm3,0)$　　D．$(0,\pm3)$

4. 如图，在三棱锥 $O-ABC$ 中，E 为 OA 的中点，点 F 在 BC 上，满足 $\overline{BF}=2\overline{FC}$，记 $\overline{OA}$、$\overline{OB}$、$\overline{OC}$ 分别为 $\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$，则 $\overline{EF}=$（　）



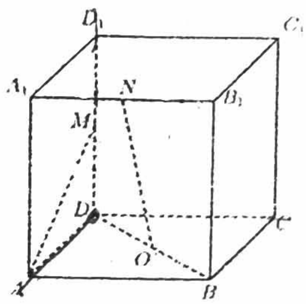
A．$-\dfrac{1}{2}\vec{a}+\dfrac{1}{3}\vec{b}+\dfrac{2}{3}\vec{c}$　　B．$-\dfrac{1}{2}\vec{a}+\dfrac{2}{3}\vec{b}+\dfrac{1}{3}\vec{c}$

C．$-\dfrac{2}{3}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}+\dfrac{1}{2}\vec{c}$　　D．$\dfrac{2}{3}\vec{a}-\dfrac{1}{2}\vec{b}-\dfrac{1}{2}\vec{c}$

5. 圆 $x^2+y^2=4$ 与圆 $(x-2)^2+(y-1)^2=9$ 的位置关系是(　)

A．内切　　B．相交　　C．外切　　D．相离

6. 如图所示，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，O 是底面正方形 $ABCD$ 的中心，M 是线段 D_1D 的中点，N 是线段 A_1B_1 的中点，则直线 NO 与直线 AM 所成的角是（　）



A．$\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{\pi}{4}$　　C．$\dfrac{\pi}{3}$　　D．$\dfrac{\pi}{2}$

7. 设 $a\in\mathbf{R}$，则"$a=-2$"是"直线 l_1：$ax+2y-1=0$ 与直线 l_2：$x+(a+1)y+4=0$ 平行"的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

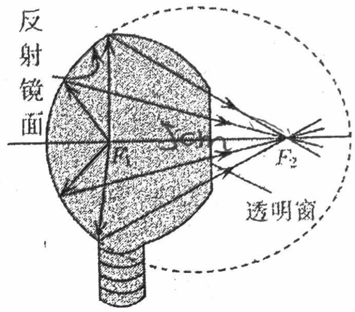
8. 已知直线 $x-2y+4=0$ 经过椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的顶点和焦点，则椭圆的标准方程为（　　）

A. $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{16}=1$　　B. $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{4}=1$　　C. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$　　D. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$

9. 如图，一种电影放映灯的反射镜面是旋转椭圆面（椭圆绕其对称轴旋转一周形成的曲面）的一部分. 灯丝位于椭圆的一个焦点 F_1 上，卡门位于另一个焦点 F_2 上. 由椭圆一个焦点 F_1 发出的光线，经过旋转椭圆面反射后集中到另一个焦点 F_2. 已知此椭圆的离心率为 $\frac{5}{9}$，且 $|F_1F_2|=5\text{cm}$，则灯丝发出的光线经反射镜面反射后到达卡门时所经过的路程为（　　）

A. 9cm　　B. 10cm

C. 14cm　　D. 18cm



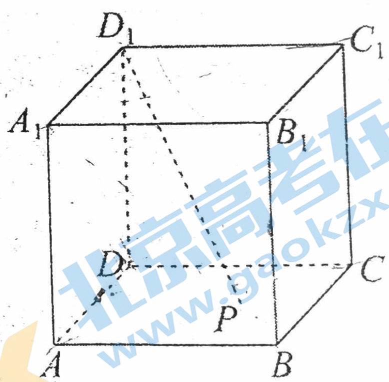
10. 如图，已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为2，P 为正方形底面 $ABCD$ 内的一动点，则下列结论不正确的有（　　）

A. 三棱锥 $B_1-A_1D_1P$ 的体积为定值

B. 若 $D_1P\perp B_1D$，则 P 点在正方形底面 $ABCD$ 内的运动轨迹是线段 AC

C. 若点 P 是 AD 的中点，点 Q 是 BB_1 的中点，过 P，Q 作平面 $\alpha\perp$ 平面 ACC_1A_1，则平面 α 截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的截面周长为 $6\sqrt{2}$

D. 存在点 P，使得 $D_1P\perp AD_1$

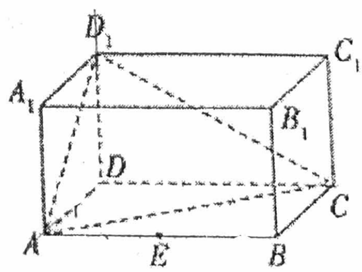


二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.

11. 已知向量 $\vec{a}=(1,1,1)$，$\vec{b}=(-1,0,k)$，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 互相垂直，则 $k=$______.

12. 过点 $A(1,2)$ 且与双曲线 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 的渐近线平行的直线方程为__________

13. 如图所示，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中 $AD=AA_1=1$，$AB=3$，点 E 是棱 AB 的中点，则点 E 到平面 ACD_1 的距离为__________.



14. 圆 $C:(x-1)^2+y^2=25$，过点 $P(2,-1)$ 作圆的所有弦中，最短弦所在直线方程是________

15.已知椭圆 M：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，双曲线 N：$\frac{x^2}{m^2}-\frac{y^2}{n^2}=1(m>0，n>0)$．若双曲线 N 的两条渐近线与椭圆 M 的四个交点及椭圆 M 的两个焦点恰为一个正六边形的六个顶点，则椭圆 M 的离心率为________；双曲线 N 的离心率为________．

16. 已知点 $A\left(1,\sqrt{2}\right)$ 在曲线 E：$2mx^2+my^2=1$ 上，斜率为 $\sqrt{2}$ 的直线 l 与曲线 E 交于 B，C 两点，且 B，C 两点与点 A 不重合，有下列结论：

（1）曲线 E 有两个焦点，其坐标分别为 $\left(-\sqrt{2},0\right)$，$\left(\sqrt{2},0\right)$；

（2）将曲线 E 上所有点的横坐标扩大为原来的 $\sqrt{2}$ 倍（纵坐标不变），得到的曲线是一个圆；

（3）线段 BC 长度的最大值为 3；

（4）$\triangle ABC$ 面积的最大值为 $\sqrt{2}$．

其中所有正确结论的序号是______．

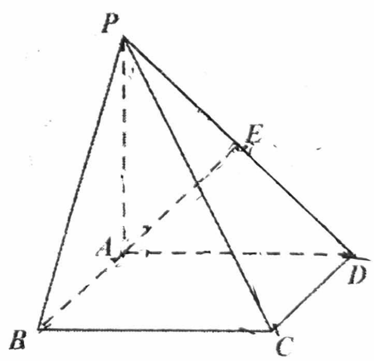
三、解答题：本大题共 5 小题，共 70 分．

17. 已知圆 P 过点 $M(0,2)$，$N(\sqrt{3},1)$，且圆心 P 在直线 $l:x-y=0$ 上．

（1）求圆 P 的方程．

（2）过点 $Q(-1,2)$ 的直线交圆 P 于 A,B 两点，当 $|AB|=2\sqrt{3}$ 时，求直线 AB 方程．

18. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形，$PA\perp$ 底面 $ABCD$，$AB=AP$，E 为棱 PD 的中点．



(1)证明：$AE\perp CD$；

(2)求异面直线 AE 与 PB 所成角；

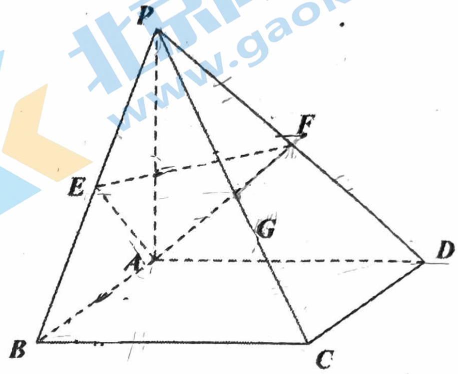
(3)求平面 AEC 和平面 PAB 所成角的余弦值．

19．如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为菱形，$\angle ABC=\frac{\pi}{3}$，$AB=AP=2$，$PA\perp$底面 $ABCD$，E，F 分别是线段 PB，PD 的中点，G 是线段 PC 上的一点．

(1)若 $CD//$ 平面 EFG，求证：G 为 PC 的中点；

(2)若 G 是直线 PC 与平面 AEF 的交点，试确定 $\frac{PG}{CG}$ 的值；

(3)若直线 AG 与平面 AEF 所成角的正弦值为 $\frac{3}{5}$，求三棱锥 $P-EFG$ 体积．



20．已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过点 $(0,1)$，且离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$．设 A，B 为椭圆 C 的左、右顶点，P 为椭圆上异于 A，B 的一点，直线 AP，BP 分别与直线 $l:x=4$ 相交于 M，N 两点，且直线 MB 与椭圆 C 交于另一点 H．

(1)求椭圆 C 的标准方程；

(2)求证：直线 AP 与 BP 的斜率之积为定值；

(3)判断三点 A，H，N 是否共线?并证明你的结论．

21．设 A 是由 $2\times n\left(n\in \mathbf{N}^*\right)$ 个实数组成的 2 行 n 列的数阵 $A=\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \cdots\cdots & a_n \\ b_1 & b_2 & \cdots\cdots & b_n \end{pmatrix}$，满足：每个数的绝对值不大于 1，且所有数的和为零．记 $S(n)$ 为所有这样的数阵构成的集合．记 $r_1(A)$ 为 A 的第一行各数之和，$r_2(A)$ 为 A 的第二行各数之和，$c_i(A)$ 为 A 的第 i 列各数之和 $(1\le i\le n)$．记 $k(A)$ 为 $|r_1(A)|$、$|r_2(A)|$、$|c_1(A)|$、$|c_2(A)|$、…、$|c_n(A)|$ 中的最小值．

(1)若数阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -0.9 \\ 0.2 & -0.3 & -1 \end{pmatrix}$，求 $k(A)$；

(2)对所有的数阵 $A\in S(3)$，求 $k(A)$ 的最大值；

(3)给定 $t\in \mathbf{N}^*$，对所有的数阵 $A\in S(2t+1)$，求 $k(A)$ 的最大值．

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘’ 精益求精、专业严谨 ‘’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。