

# 2022年汕头市普通高考第一次模拟考试试题

## 数 学

本试卷共5页，22小题，满分150分，考试用时120分钟。

### 考生注意：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号和座位号等信息填涂在答题卡相应位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将试题卷和答题卡一并交回。

### 第 I 卷 选择题

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 集合  $A = \{x | x < 1\}$ ,  $B = \{x | \log_1 x < 0\}$ , 则

- A.  $A \cap B = \{x | x < 0\}$     B.  $A \cup B = \{x | x < 1\}$     C.  $A \cap B = \emptyset$     D.  $A \cup B = \{x | x < 0\}$

2. 已知  $(1+i)^2 z = 3+2i$ , 则  $|z| =$

- A.  $\frac{13}{4}$     B. 3    C.  $\frac{\sqrt{13}}{2}$     D.  $\frac{\sqrt{13}}{3}$

3. 有4名大学生志愿者参加2022年北京冬奥会志愿服务. 冬奥会志愿者指挥部随机派这4名志愿者参加冰壶、短道速滑、花样滑冰3个项目比赛的志愿服务, 则每个项目至少安排一名志愿者进行志愿服务的概率

- A.  $\frac{9}{16}$     B.  $\frac{3}{4}$     C.  $\frac{2}{27}$     D.  $\frac{4}{9}$

4. 已知各项均为正数的等比数列  $\{a_n\}$  的前4项和为15,  $4a_1, 2a_3, a_5$  成等差数列, 则  $a_1 =$

- A.  $5\sqrt{2} - 5$     B.  $5\sqrt{2} + 5$     C.  $5\sqrt{2}$     D. 5

5. 已知  $a = \frac{\ln 2}{2}$ ,  $b = \frac{1}{e}$ ,  $c = \frac{\ln 5}{5}$ , 则以下不等式正确的是

- A.  $c > b > a$     B.  $a > b > c$     C.  $b > a > c$     D.  $b > c > a$

6. 点  $G$  在圆  $(x+2)^2 + y^2 = 2$  上运动, 直线  $x - y - 3 = 0$  分别与  $x$  轴,  $y$  轴交于  $M, N$  两点, 则  $\triangle MNG$  面积的最大值是

- A. 10    B.  $\frac{23}{2}$     C.  $\frac{9}{2}$     D.  $\frac{21}{2}$

7. 已知  $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{2}{3}\tan\theta$ , 则  $\frac{\sin\theta \cos 2\theta}{\sin\theta + \cos\theta} =$

A.  $-\frac{1}{2}$

B.  $-\frac{3}{5}$

C. 3

D.  $\frac{5}{3}$

8. 定义在  $R$  上的偶函数  $f(x)$  满足  $f(2-x) = f(2+x)$ , 且当  $x \in [0, 2]$  时,  $f(x) = \begin{cases} 2^x - 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2\sin\frac{\pi}{2}x - 1, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$

若关于  $x$  的方程  $m \ln|x| = f(x)$  至少有 8 个实数解, 则实数  $m$  的取值范围是

A.  $\left[-\frac{1}{\ln 6}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{\ln 5}\right]$

B.  $\left[-\frac{1}{\ln 6}, \frac{1}{\ln 5}\right]$

C.  $\left(-\frac{1}{\ln 6}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{\ln 5}\right)$

D.  $\left(-\frac{1}{\ln 6}, \frac{1}{\ln 5}\right)$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 某校高一(1)班王伟、张诚、赵磊三名同学六次数学测试的成绩及班级平均分如下表，根据成绩表作出下图，则下列说法正确的是

A. 王伟同学的数学学习成绩始终高于班级平均水平。

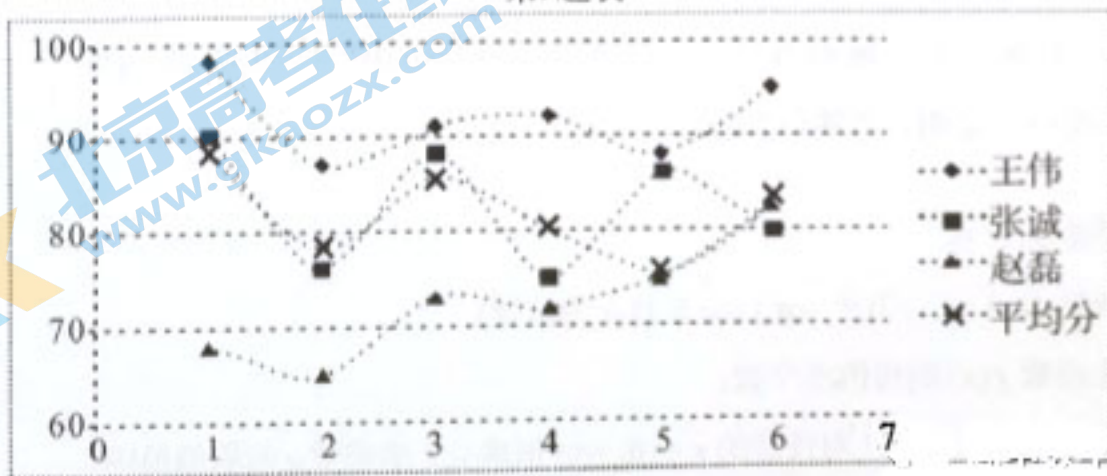
B. 张诚同学的数学学习成绩始终高于班级平均水平。

C. 赵磊同学的数学学习成绩低于班级平均水平，但与班平均分的差距逐步缩小。

D. 赵磊同学的数学成绩波动上升。

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次
王伟	98	87	91	92	88	95
张诚	90	76	88	75	86	80
赵磊	68	65	73	72	75	82
班级平均分	88.2	78.3	85.4	80.3	75.7	82.6

第9题表



10. 已知正实数  $a, b$  满足  $a + 2b = ab$ , 则以下不等式正确的是

- A.  $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} \geq 2$       B.  $a + 2b \geq 8$       C.  $\log_2 a + \log_2 b < 3$       D.  $2a + b = 9$

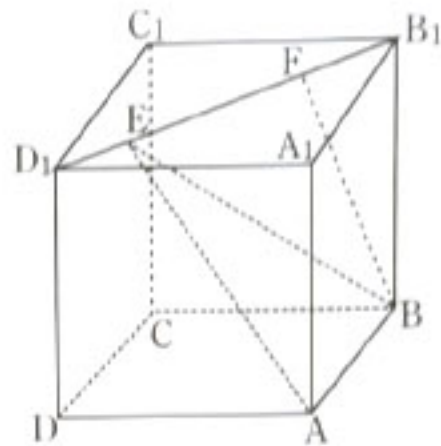
11. 对于函数  $f(x) = |\sin x| + \cos 2x$ , 下列结论正确得是

- A.  $f(x)$  的值域为  $\left[0, \frac{9}{8}\right]$       B.  $f(x)$  在  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  单调递增  
 C.  $f(x)$  的图象关于直线  $x = \frac{\pi}{4}$  对称      D.  $f(x)$  的最小正周期为  $\pi$

12. 如图, 正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为  $a$ , 线段  $B_1D_1$  上有两个动点  $E, F$ , 且

$EF = \frac{\sqrt{2}}{2}a$ . 则下列结论正确的是

- A. 当  $E$  与  $D_1$  重合时, 异面直线  $AE$  与  $BF$  所成的角为  $\frac{\pi}{3}$ .  
 B. 三棱锥  $B - AEF$  的体积为定值.  
 C.  $EF$  在平面  $ABB_1A_1$  内的射影长为  $\frac{1}{2}a$ .  
 D. 当  $E$  向  $D_1$  运动时, 二面角  $A - EF - B$  的平面角保持不变.

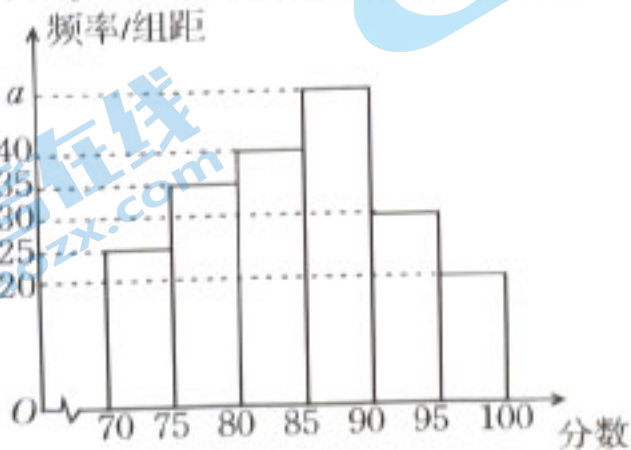


第12题图

### 第II卷 非选择题

三、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分, 其中第16题第一空2分, 第二空3分.

13. 在党史学习教育动员大会上, 习近平总书记强调全党同志要做到学史明理、学史增信、学史崇德、学史力行. 某单位对200名党员进行党史知识测试, 将成绩分成6组:  $[70, 75)$ ,  $[75, 80)$ ,  $[80, 85)$ ,  $[85, 90)$ ,  $[90, 95)$ ,  $[95, 100]$ , 得到如图所示的频率分布直方图, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.



第13题图

14. 已知四边形  $ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ ,  $AB = 3CD = 3$ ,  $AD = BC = \sqrt{2}$ , 点  $E$  是  $CD$  的中点,

则  $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BD} =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ,  $l_1, l_2$  为  $C$  的两条渐近线, 过  $C$  的右焦点  $F$  作  $l_1$  的垂线, 垂足为  $A$ , 且该垂线交  $l_2$  于点  $B$ , 若  $\overline{BA} = 3\overline{AF}$ , 则曲线  $C$  的离心率  $e =$  \_\_\_\_\_.

16. 为检测出新冠肺炎的感染者, 医学上可采用“二分检测法”. 假设待检测的总人数是  $2^m$  ( $m \in \mathbb{N}^*$ ). 将  $2^m$  个人的样本混合在一起做第 1 轮检测(检测一次), 如果检测结果为阴性, 可确定这批人未感染; 如果检测结果为阳性, 可确定其中有感染者, 则将这批人平均分为两组, 每组  $2^{m-1}$  人的样本混合在一起做第 2 轮检测, 每组检测 1 次, 如此类推: 每轮检测后, 排除结果为阴性的那组人, 而将每轮检测后结果为阳性的组在平均分成两组, 做下一轮检测, 直到检测出所有感染者(感染者必须通过检测来确定). 若待检测的总人数为 8, 采用“二分检测法”检测, 经过 4 轮共 7 次检测后确定了所有感染者, 则感染者人数最多为 \_\_\_\_\_ 人. 若待检测的总人数为  $2^m$  ( $m \geq 3$ ), 且假设其中有不超过 2 名感染者, 采用“二分检测法”所需检测总次数记为  $n$ , 则  $n$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

在①  $C = 2B$ ; ②  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ; ③  $\sin(B+C) = \frac{\sqrt{3}}{3}$  这三个条件中任选一个, 补充在下面问题中, 若问题中的三角形存在, 求  $c$  的值; 若问题中的三角形不存在, 说明理由.

问题: 是否存在  $\triangle ABC$  中,  $a, b, c$  分别为内角  $A, B, C$  的对边,  $a=1, b=2$ .

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

18. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $3a_n = 2S_n + 2n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

(1) 证明: 数列  $\{a_n + 1\}$  为等比数列, 并求数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ;

(2) 设  $b_n = \log_3(a_{n+1} + 1)$ , 证明:  $\frac{1}{b_1^2} + \frac{1}{b_2^2} + \dots + \frac{1}{b_n^2} < 1$ .

19. (本小题满分 12 分)

足球比赛全场比赛时间为 90 分钟, 在 90 分钟结束时成绩持平, 若该场比赛需要决出胜负, 需进行 30 分钟的加时赛, 若加时赛仍是平局, 则采取“点球大战”的方式决定胜负. “点球大战”的规则如下: ① 两队应各派 5 名队员, 双方轮流踢点球, 累计进球个数多者胜; ② 如果在踢满 5 轮前, 一队的进球数已多于另一队踢满 5 次可能射中的球数, 则不需再踢, 譬如: 第 4 轮结束时, 双方进球数比为 2:0, 则不需再踢第 5 轮了; ③ 若前 5 轮点球大战中双方进球数持平, 则采用“突然死亡法”决出胜负, 即从第 6 轮起, 双方每轮各派 1 人罚点球, 若均进球或均不进球,

则继续下一轮，直到出现一方进球另一方不进球的情况，进球方胜。

- (1) 已知小明在点球训练中射进点球的概率是  $\frac{3}{5}$ ，在一次赛前训练中，小明射了3次点球，且每次射点球互不影响，记  $X$  为射进点球的次数，求  $X$  的分布列及数学期望。
- (2) 现有甲、乙两校队在淘汰赛中(需要分出胜负)相遇，120分钟比赛后双方仍旧打平，须互罚点球决出胜负。设甲队每名球员射进点球的概率为  $\frac{3}{5}$ ，乙队每名球员射进点球的概率为  $\frac{1}{2}$ 。每轮点球中，进球与否互不影响，各轮结果也互不影响。求在第4轮结束时，甲队进了3个球并刚好胜出的概率。

20. (本小题满分12分)

如图， $D$  为圆锥的顶点， $O$  是圆锥底面的圆心， $AE$  为底面直径， $AE = AD$ ， $\triangle ABC$  是底面的内接正三角形，且  $DO = 6$ ， $P$  是线段  $DO$  上一点。

- (1) 是否存在点  $P$ ，使得  $PA \perp$  平面  $PBC$ ，若存在，求出  $PO$  的值；若不存在，请说明理由；
- (2) 当  $PO$  为何值时，直线  $EP$  与面  $PBC$  所成的角的正弦值最大。



第20题图

21. (本小题满分12分)

已知  $M(x_0, 0)$ ， $N(0, y_0)$  两点分别在  $x$  轴和  $y$  轴上运动，且  $|MN| = 1$ ，若动点  $G$  满足  $\overrightarrow{OG} = 2\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}$ ，动点  $G$  的轨迹为  $E$ 。

- (1) 求  $E$  的方程；
- (2) 已知不垂直于  $x$  轴的直线  $l$  与轨迹  $E$  交于不同的  $A$ 、 $B$  两点， $Q(\frac{4\sqrt{3}}{3}, 0)$  总满足  $\angle AQQ = \angle BQQ$ ，证明：直线  $l$  过定点。

22. (本小题满分12分)

已知函数  $f(x) = (x-1)e^x - ax$  ( $a \in \mathbb{R}$  且  $a$  为常数)。

- (1) 讨论函数  $f(x)$  的极值点个数；
- (2) 若  $f(x) \geq \ln x - e^x + 1$  对任意的  $x \in (0, +\infty)$  恒成立，求实数  $a$  的取值范围。

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjkzx

官方网站: [www.gaokzx.com](http://www.gaokzx.com)

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018