

门头沟区 2018 年高三综合练习 (一)

数学 (文) 2018.4

一、选择题 (本大题共 8 个小题, 每小题 5 分, 共 40 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。)

1. 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{1, 3\}$, $B = \{3, 5\}$, 则 $C_U(A \cup B) =$

- A. $\{0, 4\}$ B. $\{1, 5\}$ C. $\{2, 0, 4\}$ D. $\{2, 0, 5\}$

2. 复数 z 满足 $\frac{z}{i} = 2 - 3i$, 复数 z 是

- A. $3 - 2i$ B. $-3 - 2i$ C. $-3 + 2i$ D. $y = \log_2(x+1)$

3. 下列函数中, 在区间 $(0, +\infty)$ 上为增函数的是

- A. $y = \sqrt{x+1}$ B. $y = \sin x$ C. $y = 2^{-x}$ D. $y = \log_2(x+1)$

4. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$, 它的渐近线的方程

- A. $y = \pm \frac{3}{4}x$ B. $y = \pm \frac{4}{3}x$ C. $y = \pm \frac{9}{16}x$ D. $y = \pm \frac{16}{9}x$

5. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 前 n 项和为 S_n , 公差 $d < 0$, 且 $S_7 = S_{11}$, 若 $a_9 = 6$, 则 $a_{10} =$

- A. 0 B. -6 C. a_{10} 的值不确定 D. $a_9 = 6$

6. 直线 $l_1: ax + (a+1)y + 1 = 0$, $l_2: x + ay + 2 = 0$, 则 “ $a = -2$ ” 是 “ $l_1 \perp l_2$ ”

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边,

且 $(a+b)(\sin A - \sin B) = (c-b)\sin C$, 则 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$ 为

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

座位号:

考场号:

姓名:

学

级:

8. 某电力公司在工程招标中是根据技术、商务、报价三项评分标准进行综合评分的，按照综合得分的高低进行综合排序，综合排序高者中标。

分值权重表如下：

总分	技术	商务	报价
100%	50%	10%	40%

技术标、商务标基本都是由公司的技术、资质、资信等实力来决定的。报价表则相对灵活，报价标的评分方法是：基准价的基准分是68分，若报价每高于基准价1%，则在基准分的基础上扣0.8分，最低得分48分；若报价每低于基准价1%，则在基准分的基础上加0.8分，最高得分为80分。若报价低于基准价15%以上(不含15%)每再低1%，在80分在基础上扣0.8分。

在某次招标中，若基准价为1000(万元)。甲、乙两公司综合得分如下表：

公司	技术	商务	报价
甲	80分	90分	A_1 分
乙	70分	100分	A_2 分

甲公司报价为1100(万元)，乙公司的报价为800(万元)则甲、乙公司的综合得分，分别是

- A. 73, 75.4 B. 73, 80 C. 74.6, 76 D. 74.6, 75.4

二、填空题(本大题共6小题，每小题5分，满分30分。)

9. 某高中校高一、高二、高三三个年级人数分别为300, 300, 400通过分层抽样从中抽取40人进行问卷调查，高三抽取的人数是 16。

10. 已知两个单位向量 \vec{a}, \vec{b} 的夹角为 60° ， $\vec{c} = t\vec{a} + (1-t)\vec{b}$ ，若 $\vec{b} \cdot \vec{c} = 0$ ，则 $t =$ 。

$$\vec{b} \cdot (t\vec{a} + (1-t)\vec{b}) = 0$$

$$t\vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b} - t\vec{b} \cdot \vec{b} = 0$$

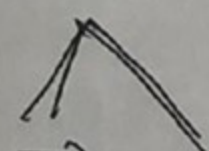
$$t(\vec{b} \cdot \vec{a}) + 1 - t = 0$$

$$t(\frac{1}{2}) + 1 - t = 0$$

$$1 - \frac{1}{2}t = 0$$

$$\frac{1}{2}t = 1$$

$$t = 2$$



$$a \cdot a = 1$$

$$b \cdot b = 1$$

$$a \cdot b = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

满分 13 分) 在等差数

$\{a_n\}$ 的通项公式 a_n

b_n 中 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$

$$n) = \begin{cases} a_n, & n \\ f(\frac{n}{2}), & n \end{cases}$$

出结论)。

14

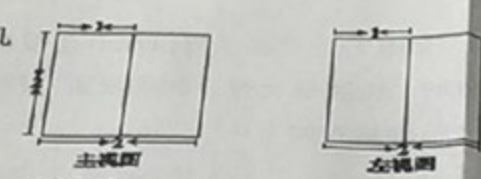
(-1,

任

为其前 n 和, 若 $S_6 = 51, a_6 = 12$

20. (本题满分 14 分) 已知 $f(x) = be^x - a$

11. 某几何体三视图如图 1-1 所示, 则该几何体的体积为 $\frac{8-\sqrt{3}}{2}$



Handwritten calculations for problem 11:

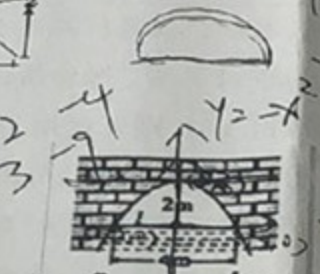
$$2\pi \times \frac{1}{2}$$

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$8 - \sqrt{3}$$

$$2\pi \times \frac{1}{2} = \pi$$

12. 右图是抛物线形拱桥, 当水面在 l 时, 拱顶离水面 2 米, 水面宽 4 米, 水位下降 1 米后, 水面宽 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 米。



13. 在无穷数列 $\{a_n\}$ 中, S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, $S_n \in \{2, 3\}$, 则称这个数列为“有限和数列”, 试写出一个“有限和数列” $1, 2, 3, -1, 0, 1, 2, -1, 0, 1, 2, \dots$

14. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x)$, 其中常数 $\omega > 0$; 若 $y = f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3}]$ 上单调递增, 则 ω 的取值范围 $\frac{\pi}{4} \leq \omega \leq \frac{3\pi}{2}$

三、解答题: (本大题共 6 小题, 满分 80 分.)

15. (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3}\sin x \cos x - 1 + 2\cos^2 x$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期:

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$ 上的最大值和最小值.

Handwritten calculations for problem 15:

$$-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{2} \quad \frac{\pi}{2} \quad \frac{1}{2}$$

$$-2 \quad \frac{2\sqrt{3}}{3} \quad \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$\frac{4}{3}$

(本小题满分 13 分)

2022 年第 24 届冬奥会将在北京举行。为了推动我国冰雪运动的发展,京西某区兴建了“腾越”冰雪运动基地。通过对来“腾越”参加冰雪运动的 100 员运动员随机抽样调查,他们的身份分布如下:

身份	小学生	初中生	高中生	大学生	职工	合计
人数	40	20	10	20	10	100

对 10 名高中生又进行了详细分类如下表:

年级	高一	高二	高三	合计
人数	4	4	2	10

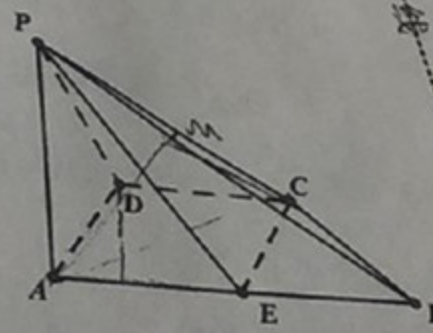
注:将频率视为概率。

- 求来“腾越”参加冰雪运动的人员中高中生的概率。
- 根据统计,春节当天来“腾越”参加冰雪运动的人员中小学生是 340 人,估计高中生是多少人?
- 在上表 10 名高中生中,从高二,高三 6 名学生中随机选出 2 人进行情况调查,至少有一名高三学生的概率是多少?

Handwritten calculations:
 $\frac{10}{100} = 0.1$
 $340 \times 0.1 = 34$
 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
 $1 - \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$

17. (本小题满分 13 分) 在四棱锥 $P-ABCD$ 中,
 $AB \parallel CD, AB = 2CD = 2BC = 2AD = 4,$
 $\angle DAB = 60^\circ, AE = BE$

$\triangle PAD$ 为正三角形,且平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ 。



- 求证: $EC \parallel$ 平面 PAD ;
- 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积;
- 是否存在线段 PC (端点 P, C 除外) 上一点 M , 使得 $DE \perp AM$, 若存在, 指出点 M 的位置, 若不存在, 请明理由。

考场号: _____ 座位号: _____

18. (本题满分 13 分) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, S_n 为其前 n 和, 若 $S_5 = 51, a_5 = 13$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n 及前 n 和 S_n ;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 中 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 和 T_n ;

(3) 设函数 $f(n) = \begin{cases} a_n, & n \text{ 为奇数} \\ f(\frac{n}{2}), & n \text{ 为偶数} \end{cases}, c_n = f(2^n + 4) (n \in \mathbb{N}^+)$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 和 M_n (只需写出结论).

$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$
 $\frac{13}{35} \frac{5}{7} \frac{9}{9}$
 $d+2d+3d+4d+5d$
 $a_1+4d=13$
 $5a_1+10d=51$
 $6a_1+15d=51$
 $6a_1+24d=78$
 $9d=27$
 $d=3$

19. (本题满分 14 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 三点

$P_1(1, \frac{3}{2}), P_2(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}), P_3(-1, -\frac{3}{2})$ 中恰有二点在椭圆 C 上, 且离心率为 $e = \frac{1}{2}$.

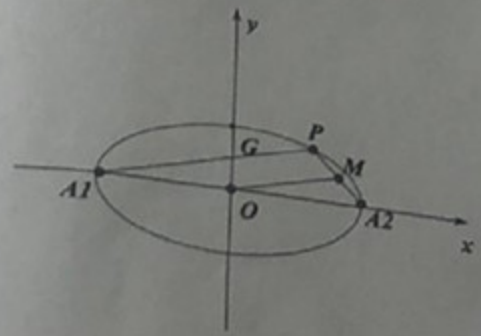
(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设 P 为椭圆 C 上任一点, A_1, A_2 为椭圆 C 的左右顶点, M 为 PA_2 中点,

求证: 直线 PA_2 与直线 OM 它们的斜率之积为定值;

(3) 若椭圆 C 的右焦点为 F , 过 $B(4, 0)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 D, E ,

求证: 直线 FD 与直线 FE 斜率之和为定值.



20. (本题满分 14 分) 已知 $f(x) = be^x - a \ln x$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = (e-1)x + 1$.

(1) 求 $y = f(x)$ 的解析式;

(2) 求 $y = f(x)$ 的导函数 $y = f'(x)$ 的零点个数;

(3) 求证: $f(x) > 2$.

$$k = be - a$$

$$k = e - 1$$

$$f(x) = -a \ln x$$

0,

$$f(x) = be^x - \frac{a}{x}$$

$$be - a = (e-1)$$

$$be - e - a + 1 = 0$$

$$(b-1)e - a + 1 = 0$$

$$y - 1 = k(x - be)$$

$$y = kx - kbe + 1$$

$$kx - kbe = ex$$

$$be = x$$

$$be = 0$$

$$b = 0$$